

Esfuerzos básicos de cinco especies de madera según tres métodos estadísticos

Juan Tuk M.S.*

RESUMEN

Se presentan tres métodos estadísticos para calcular los valores básicos de diseño de cinco especies de madera. Este trabajo se basa en un nuevo análisis de los datos obtenidos en el proyecto de investigación sobre "Normalización y clasificación de madera para uso estructural", realizado en el Centro de Investigación de Ingeniería en Maderas.

INTRODUCCION

En el proyecto sobre "Normalización y clasificación de la madera para usos estructurales" (Tuk, 1) la distribución de los datos experimentales de las propiedades físicas y mecánicas exhibidas por las especies analizadas, mostró tendencia al sesgo, en algunos casos bastante fuerte.

La función de distribución de Weibull es una técnica estadística muy atractiva para ser empleada en el análisis de datos de resistencia y elasticidad de la madera, debido a su gran flexibilidad para adoptar cualquier forma.

El análisis de los resultados obtenidos asumiendo una distribución de la población normal fue realizado por Tuk (1) para la derivación de los esfuerzos de trabajo. El resultado obtenido usando la función Weibull es conservador para aquellas especies con sesgo positivo (cola larga hacia la derecha) pero sobreestima las especies con sesgo negativo.

Por esta razón se procedió a hacer un ajuste de la función de Weibull para aplicarlo a los datos de resistencia y elasticidad obtenidos para cada especie.

Una ventaja de utilizar estas funciones es obtener una función de distribución que no considere valores ficticios. Es decir, excluir del rango de posible valores aquellos que no tienen significado físico: sean estos muy bajos o muy altos.

Esta función más aproximada a la realidad se necesita para generar números aleatorios. El propósito de contar con tal sistema es aplicarlo a un programa de simulación de estructuras construidas con varios grados estructurales que permitirán obtener el Factor de Seguridad en forma racional.

La función de Weibull se aproxima a la normal para valores del parámetro de forma entre 3.25 a 3.61.

PROCEDIMIENTO

La utilización de la función de distribución de Weibull tiene la forma:

$$f(x) = (a/b) \left[(x - a) / b \right]^{c-1} \exp \left\{ - \left[(x - a) / b \right]^c \right\}$$

La función acumulativa:

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left[(x - a) / b \right]^c \right\}$$

En estas funciones los valores a , b y c describen la geometría de la distribución. La precisión de los resultados obtenidos depende de la selección de la terna de estos valores.

Las siguientes ecuaciones dan resultados excelentes para estimar esta terna:

* Director del Centro de Investigación de Ingeniería en Maderas del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

$$\bar{a} = (y_1 y_n - y_2^2) / y_1 + y_n - 2 y_2$$

$$\bar{b} = -\bar{a} + y_{(.63,n)}$$

$$\bar{c} = \frac{\left[\ln (\ln (1 - P_k) / \ln (1 - P_i)) \right]}{\ln \left\{ (y_{nPk} - \bar{a}) / \left[(y_{nPi} - \bar{a}) \right] \right\}}$$

donde:

y_1 = valor menor observado

y_n = valor mayor observado

$\bar{a}$ = origen de la función de distribución

$\bar{b}$ = parámetro de escala

$\bar{c}$ = parámetro de forma

$P_i = 0.16731$

$P_k = 0.97366$

La importancia de elegir acertadamente los valores de esta terna se ilustran claramente en la Fig. 1 donde se observa el efecto del valor de c en la forma o sesgo de la función de distribución.

Para agilizar el cálculo de este proceso se desarrolló un programa de computadora que obtiene los tres parámetros, luego de ordenar los datos según su magnitud.

MUESTRA DE CALCULO PARA LA ESTIMACION DE LOS 3 PARAMETROS WEIBULL

El siguiente es un ejemplo de cálculo de los parámetros para una especie, utilizando los datos correspondientes a Botarramas en condición verde.

Estos valores aparecen ordenados en el Cuadro N° 1. Los datos fueron obtenidos por medio de ensayos de flexión según las especificaciones ASTM D2555. El número de ensayos fue de 30.

Luego:

$$n = 30$$

$$.63n = 19$$

$$.97366n = 29$$

$$.16731n = 5$$

$$1 - P_k = .02634$$

$$1 - P_i = .83269$$

$$\bar{a} = \frac{(303.39 \times 732.29 - (328.46)^2)}{303.39 + 732.29 - 2(328.46)} = 301.73$$

$$\bar{b} = -301.73 + 456.13 = 154.4$$

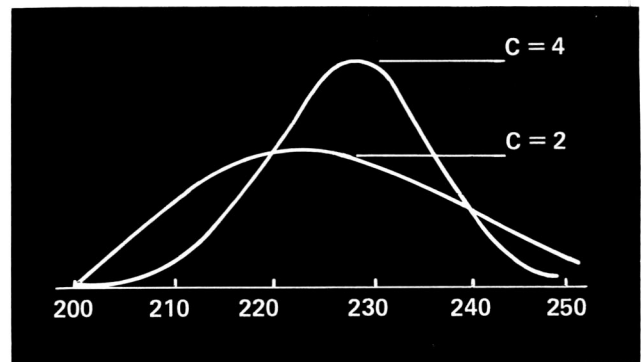


FIGURA No. 1. Funciones de distribución de Weibull con 2 parámetros de forma diferente y con constantes $A = 200$, $B = 30$.

CUADRO N° 1. Datos experimentales en orden decreciente para Botarramas verde. $n = 30$

732.29	440.32
534.51	439.95
502.93	427.78
499.06	426.79
490.18	425.53
490.01	424.68
482.26	417.76
472.58	396.18
462.03	377.52
461.18	366.76
458.18	345.99
456.18	341.34
454.81	340.97
451.72	328.46
451.65	303.39

$$\bar{C} = \ln \left[\frac{\ln (.02634)}{\ln (.832269)} - \ln \left(\frac{534.51 - 301.73}{345.99 - 301.73} \right) \right] = 2.482$$

ESFUERZOS DE DISEÑO POR METODO NO PARAMETRICO

Otra técnica estadística desarrollada a principios de la década de 1970 por Bendtsen y Rattner (3) se utilizará ahora para estimar los esfuerzos de diseño. Con esta técnica, conocida como método no paramétrico, el porcentaje de exclusión (1 - P) de valores inferiores al valor errésimo seleccionado se asocia a un nivel de confianza.

El procedimiento consiste en ordenar los valores de una muestra. No es necesario ningún otro manipuleo de los datos. Unicamente se requieren tablas desarrolladas en la referencia (3) según las que a partir de cualesquiera tres de los siguientes valores: número de datos (n), nivel de confianza (f), valor de exclusión (1P), orden del valor (r), es posible encontrar el cuarto.

Por ejemplo, consideremos una estadística de primer orden, es decir aquella en que se utiliza el primer valor observado. En el caso de Botarramas corresponde a 303.39 del Cuadro N° 1. Entonces con n = 30, y un 95°/o de valores de la población excediendo este valor, tendríamos una confianza de 78°/o el nivel de confianza para r = 2 y n = 42 es de 62°/o, valores correspondientes a: Gavilán y Laurel.

Debido a que esta es una técnica poco conocida en nuestro medio se adjunta en el Apéndice, copia de cuadros para estadísticas de primer y segundo orden con muestras de 6 a 50 datos. Para muestras de mayor tamaño y de mayor orden puede verse la referencia (3).

La Figura N° 2 muestra los valores básicos calculados por la hipótesis de normalidad, ajuste por Weibull y método no paramétrico. La posición de las especies se hizo de acuerdo con el orden de densidad, aunque la separación relativa entre ellas no corresponde a una escala definida.

N = Normalidad
NP = No paramétrica
W = Weibul

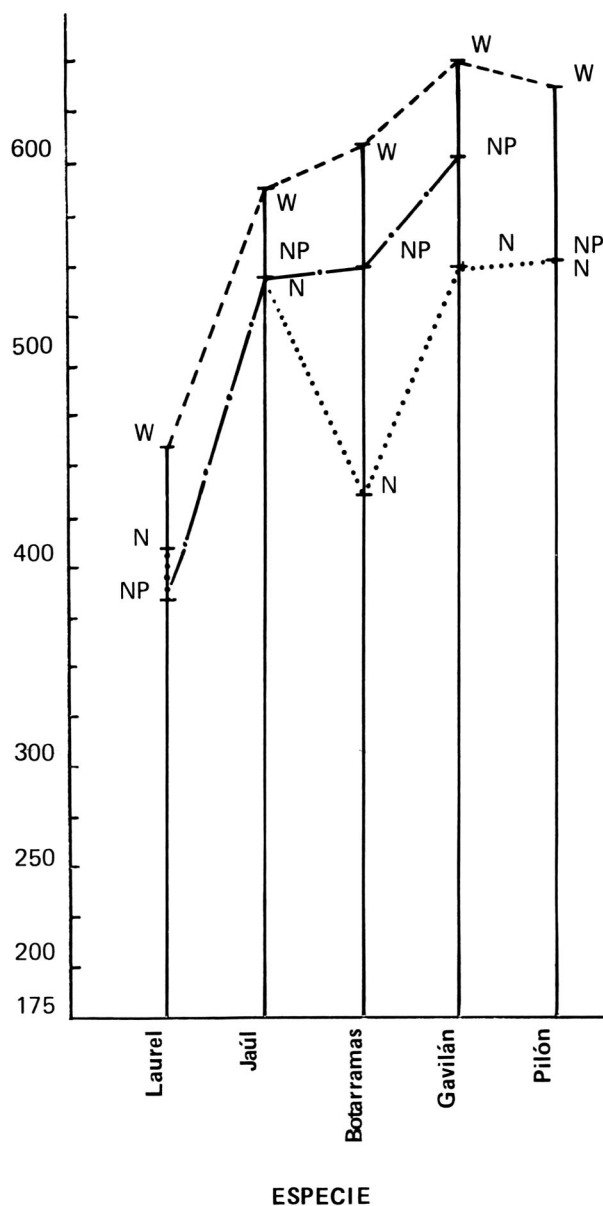


FIGURA No. 2. Valores básicos de diseño calculados por tres técnicas estadísticas, para 5 especies al 12 °/o de C.H.

CUADRO N° 2. Valores de los tres parámetros Weibull para cinco especies de madera.

VALORES PARA EL MODULO DE RUPTURA KG/cm²

Especie	C.H	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	5°/o Exc. Weibull	5°/o Exc. Normal	5°/o (1) Por Métodos Paramétricos
Botarramas	Seco 12°/o	547.40	230.69	2.2817	610.2	439.4	552.96
Botarramas	Verde	301.73	154.4	2.4820	348.4	175.6	303.39
Gavilán	Seco 12°/o	559.99	281.89	2.5690	648.7	558.5	602.03 ⁽²⁾
Gavilán	Verde	167.80	507.69	3.2368	370.6	384.2	332.67 ⁽²⁾
Jaúl	Seco 12°/o	547.06	114.15	2.5542	582.7	546.6	547.20
Jaúl	Verde	305.16	217.73	2.6957	377.5	259.6	305.18
Pilón	Seco 12°/o	522.68	270.10	2.4874	634.5	554.2	553.35
Pilón	Verde	346.43	306.30	3.5687	479.7	526.6	423.60
Laurel	Seco 12°/o	378.97	242.74	2.8912	465.9	414.4	384.51 ⁽²⁾
Laurel	Verde	310.47	178.69	2.6295	368.2	300.0	327.21 ⁽²⁾

(1) Para un nivel de confianza de 78°/o.

(2) Para un nivel de confianza de 62°/o.

CONCLUSIONES

El resultado de este análisis de los datos obtenidos experimentalmente en el estudio de clasificación y normalización de madera para uso estructural es una notable diferencia entre el 5°/o de exclusión asumiendo una función de distribución normal y una de Weibull como se puede ver en el cuadro N° 2. La excepción son Pílon verde y Gavilán verde, cuyo parámetro de forma c es mayor de 3.00. Esto es una consecuencia del tipo de sesgo de la función de distribución reflejado en el valor de C .

Los valores obtenidos en la hipótesis de normalidad son bastante conservadores hasta un 98°/o en el caso de Botarramas en condición verde respecto al obtenido con Weibull.

Los valores obtenidos por métodos no paramétricos están entre ambos extremos. Esto se acentúa para especies con densidad media: Jaúl, Botarramas y Gavilán.

REFERENCIAS

1. Tuk, J. **Clasificación y normalización de madera de uso estructural**. Cartago: Centro de Investigación de Ingeniería en Maderas. ITCR, 1980.
2. Tuk, J. "Cálculo de la función de distribución de Weibull en TI-59". **Tecnología en Marcha**. V3, N3, P23-31, 1980.
3. Bendtsen, B.A. y Rattner, F. **Tables for developing nonparametric estimates of near-minimum property values**. F.P.L. 134, USDA, 1970.

APENDICE I

Tablas para Estadística de Primer y Segundo Orden por métodos no paramétricos tomadas de Referencia (3).

TABLE 1-- Confidence (x) with which we may state that at least P percent of a population is equal to or greater than the lowest observed value ($r=1$) of a random sample (n) from that population.

n = Random: sample size:	P = Desired exclusion limit (percent)				
	80	85	90	95	99
6	73 71 69 67 64	62 59 56 53 49	46 42 38 34 30	26 21 16 11 6	
7	79 77 75 72 70	67 65 62 58 55	51 47 43 39 34	29 24 19 13 7	
8	83 81 79 77 75	72 70 67 63 60	56 52 48 43 38	33 27 21 15 8	
9	86 85 83 81 79	76 74 71 68 64	61 56 52 47 42	36 30 23 16 9	
10	89 88 86 84 82	80 77 75 72 68	65 60 56 51 45	39 33 25 18 10	
11	91 90 88 87 85	83 81 78 75 72	68 64 59 54 48	42 35 28 19 11	
12	93 92 90 89 87	85 83 81 78 75	71 67 63 57 52	45 38 30 21 11	
13	94 93 92 91 89	88 86 83 81 78	74 70 66 60 54	48 40 32 22 12	
14	95 94 93 92 91	89 88 85 83 80	77 73 68 63 57	50 43 34 24 13	
15	96 95 95 94 92	91 89 87 85 82	79 75 71 66 60	53 45 36 25 14	
16	97 96 95 95 93	92 91 89 87 84	81 78 73 68 62	55 47 38 27 15	
17	97 97 96 95 94	93 92 90 88 86	83 80 75 70 64	57 49 39 28 15	
18	98 97 97 96 95	94 93 92 90 87	85 81 77 72 67	60 51 41 30 16	
19	98 98 97 97 96	95 94 93 91 89	86 83 79 74 69	62 53 43 31 17	
20	98 98 98 97 97	96 95 93 92 90	88 85 81 76 71	64 55 45 32 18	
21	99 98 98 98 97	96 95 94 93 91	89 86 82 78 72	65 57 46 34 18	
22	99 99 98 98 97	97 96 95 94 92	90 87 84 79 74	67 59 48 35 19	
23	99 99 98 98 98	97 96 96 94 93	91 88 85 81 76	69 60 49 36 20	
24	99 99 99 98 98	98 97 96 95 94	92 89 86 82 77	70 62 51 37 21	
25	99 99 99 99 98	98 97 96 96 94	92 90 87 83 78	72 63 52 39 21	
26	99 99 99 99 98	98 98 97 96 95	93 91 88 85 80	73 65 54 40 22	
27	99 99 99 99 99	98 98 97 96 95	94 92 89 86 81	75 66 55 41 23	
28	99 99 99 99 99	98 98 98 97 96	94 93 90 87 82	76 68 57 42 24	
29	99 99 99 99 99	99 98 98 97 96	95 93 91 88 83	77 69 58 43 24	
30	99 99 99 99 99	99 98 98 97 97	95 94 91 88 84	78 70 59 44 25	
31	99 99 99 99 99	99 99 98 98 97	96 94 92 89 85	79 71 60 46 26	
32	99 99 99 99 99	99 99 98 98 97	96 95 93 90 86	80 72 62 47 27	
33	99 99 99 99 99	99 99 98 98 97	96 95 93 91 87	81 74 63 48 27	
34	99 99 99 99 99	99 99 99 98 98	97 96 94 91 88	82 75 64 49 28	
35	99 99 99 99 99	99 99 99 98 98	97 96 94 92 88	83 76 65 50 29	
36	99 99 99 99 99	99 99 99 98 98	97 96 95 92 89	84 77 66 51 29	
37	99 99 99 99 99	99 99 99 99 98	98 97 95 93 90	85 78 67 52 30	
38	99 99 99 99 99	99 99 99 99 98	98 97 95 93 90	85 78 68 53 31	
39	99 99 99 99 99	99 99 99 99 98	98 97 96 94 91	86 79 69 54 31	
40	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	98 97 96 94 91	87 80 70 55 32	
41	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	98 97 96 95 92	88 81 71 56 33	
42	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	98 98 97 95 92	88 82 72 56 33	
43	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	98 98 97 95 93	89 82 73 57 34	
44	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 98 97 95 93	89 83 73 58 35	
45	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 98 97 96 93	90 84 74 59 35	
46	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 98 97 96 94	90 84 75 60 36	
47	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 98 98 96 94	91 85 76 61 37	
48	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 98 98 96 94	91 86 76 61 37	
49	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 99 98 97 95	92 86 77 62 38	
50	99 99 99 99 99	99 99 99 99 99	99 99 98 97 95	92 87 78 63 38	

TABLE 2- Confidence (x) with which we may state that at least P percent of a population is equal to or greater than the second lowest observed value ($r=2$) of a random sample (n) from that population.

n = Random: sample size:	P = Desired exclusion limit (percent)				
	80	85	90	95	99
6	34 31 29 26 24	22 19 17 15 13	11 9 7 6 4	3 2 1 ¹ -	-
7	42 39 36 33 30	28 25 22 19 17	14 12 10 8 6	4 3 2 1 -	-
8	49 46 43 40 37	34 30 27 24 21	18 15 12 10 8	5 4 2 1 -	-
9	56 53 49 46 43	39 36 32 29 25	22 18 15 12 9	7 5 3 1 -	-
10	62 59 55 52 49	45 41 37 33 30	26 22 18 15 11	8 6 3 1 -	-
11	67 64 61 58 54	50 46 42 38 34	30 25 21 17 13	10 7 4 2 -	-
12	72 69 66 62 59	55 51 47 42 38	33 29 24 20 15	11 8 5 2 -	-
13	76 73 70 67 63	60 56 51 47 42	37 32 27 22 18	13 9 5 2 1	-
14	80 77 74 71 68	64 60 55 51 46	41 36 30 25 20	15 10 6 3 1	-
15	83 80 78 75 71	68 64 59 55 50	44 39 33 28 22	16 11 7 3 1	-
16	86 83 81 78 75	71 67 63 58 53	48 42 36 30 24	18 13 8 4 1	-
17	88 86 83 81 78	74 71 66 62 57	51 45 39 33 26	20 14 9 4 1	-
18	90 88 86 83 80	77 74 69 65 60	54 48 42 35 29	22 15 10 5 1	-
19	91 90 88 85 83	80 76 72 68 63	57 51 45 38 31	24 17 11 5 1	-
20	93 91 89 87 85	82 79 75 71 66	60 54 48 41 33	26 18 11 6 2	-
21	94 92 91 89 87	84 81 77 73 68	63 57 50 43 35	28 20 12 6 2	-
22	95 94 92 90 88	86 83 80 76 71	66 60 53 45 38	29 21 13 7 2	-
23	96 95 93 92 90	88 85 82 78 73	68 62 55 48 40	31 23 14 7 2	-
24	96 95 94 93 91	89 86 83 80 75	70 64 58 50 42	33 24 16 8 2	-
25	97 96 95 94 92	90 88 85 82 77	72 67 60 52 44	35 26 17 8 2	-
26	97 97 96 95 93	91 89 87 83 79	74 69 62 55 46	37 27 18 9 3	-
27	98 97 96 95 94	92 90 88 85 81	76 71 64 57 48	39 29 19 10 3	-
28	98 97 97 96 95	93 91 89 86 83	78 73 66 59 50	40 30 20 10 3	-
29	98 98 97 96 95	94 92 90 87 84	80 74 68 61 52	42 32 21 11 3	-
30	98 98 98 97 96	95 93 91 89 85	81 76 70 63 54	44 33 22 12 3	-
31	99 98 98 97 96	95 94 92 90 87	83 78 72 64 56	46 35 23 12 4	-
32	99 98 98 98 97	96 95 93 91 88	84 79 73 66 57	47 36 24 13 4	-
33	99 99 98 98 97	96 95 94 91 89	85 81 75 68 59	49 37 25 14 4	-
34	99 99 98 98 98	97 96 94 92 90	86 82 76 69 61	51 39 26 14 4	-
35	99 99 99 98 98	97 96 95 93 91	87 83 78 71 62	52 40 28 15 5	-
36	99 99 99 98 98	97 97 95 94 91	88 84 79 72 64	54 42 29 16 5	-
37	99 99 99 99 98	98 97 96 94 92	89 85 80 74 65	55 43 30 16 5	-
38	99 99 99 99 98	98 97 96 95 93	90 86 82 75 67	57 44 31 17 5	-
39	99 99 99 99 99	98 97 97 95 93	91 87 83 76 68	58 46 32 18 6	-
40	99 99 99 99 99	98 98 97 96 94	92 88 84 78 70	60 47 33 18 6	-
41	99 99 99 99 99	98 98 97 96 94	92 89 85 79 71	61 49 34 19 6	-
42	99 99 99 99 99	99 98 97 96 95	93 90 86 80 72	62 50 35 20 6	-
43	99 99 99 99 99	99 98 98 97 95	93 91 86 81 73	64 51 36 21 7	-
44	99 99 99 99 99	99 98 98 97 96	94 91 87 82 75	65 52 37 21 7	-
45	99 99 99 99 99	99 99 98 97 96	94 92 88 83 76	66 54 38 22 7	-
46	99 99 99 99 99	99 99 98 97 96	95 92 89 84 77	67 55 40 23 8	-
47	99 99 99 99 99	99 99 98 98 97	95 93 90 85 78	68 56 41 23 8	-
48	99 99 99 99 99	99 99 98 98 97	96 93 90 85 79	69 57 42 24 8	-
49	99 99 99 99 99	99 99 99 98 97	96 94 91 86 80	71 58 43 25 8	-
50	99 99 99 99 99	99 99 99 98 97	96 94 91 87 81	72 59 44 26 9	-