

Integración de metodologías activas e inteligencia artificial en la enseñanza de vectores, rectas y planos: una experiencia de aula en un curso universitario de álgebra lineal

Integration of active methodologies and artificial intelligence in teaching vectors, lines, and planes: a classroom experience in a university linear algebra course

Reiman Yitsak Acuña-Chacón¹, Marcela Marrero-Calvo²

Acuña-Chacón, R.Y; Marrero-Calvo, M. Integración de metodologías activas e inteligencia artificial en la enseñanza de vectores, rectas y planos: una experiencia de aula en un curso universitario de álgebra lineal. *Tecnología en Marcha*. Vol. 39 N° especial sobre Inteligencia Artificial. Febrero, 2026. Pág. 190-202.

 <https://doi.org/10.18845/tm.v39i5.8256>



- 1 Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.
 reiacuna@tec.ac.cr
 <https://orcid.org/0000-0002-0094-3282>
- 2 Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.
 mmarrero@tec.ac.cr
 <https://orcid.org/0000-0002-6008-7078>

Palabras clave

Metodologías activas; inteligencia artificial; vectores; álgebra lineal; educación matemática universitaria.

Resumen

Este trabajo describe una experiencia educativa desarrollada en un curso universitario de Álgebra Lineal en el Instituto Tecnológico de Costa Rica, centrada en el estudio de vectores, rectas y planos. Con el objetivo de fortalecer la comprensión conceptual y el pensamiento crítico, se implementaron metodologías activas como la Enseñanza *Justo a Tiempo* (JiTT) y la Instrucción entre Pares (PI), apoyadas por herramientas de Inteligencia Artificial (IA). La dinámica de trabajo involucró a estudiantes en grupos aleatorios, quienes utilizaron la IA para generar soluciones iniciales a ejercicios complejos, las cuales debían ser analizadas, corregidas y justificadas críticamente. Los hallazgos, basados en la retroalimentación de los estudiantes, revelan una alta valoración de la metodología, destacando su utilidad para verificar procedimientos, corregir errores y obtener retroalimentación instantánea. Además, la experiencia promovió el desarrollo de habilidades de validación y razonamiento crítico al enfrentar las limitaciones de las herramientas de IA. El estudio concluye que la integración de la IA en una estructura pedagógica activa fomenta un aprendizaje más profundo, colaborativo y autónomo.

Keywords

Active methodologies; artificial intelligence; vectors; linear algebra; university mathematics education.

Abstract

This paper describes an educational experience developed in a university-level Linear Algebra course at the Costa Rica Institute of Technology, focusing on the study of vectors, lines, and planes. Aiming to strengthen conceptual understanding and critical thinking, the course implemented active methodologies such as Just-in-Time Teaching (JiTT) and Peer Instruction (PI), supported by Artificial Intelligence (AI) tools. The work dynamic involved students in random groups who used AI to generate initial solutions for complex exercises, which they then had to critically analyze, correct, and justify. Findings, based on student feedback, reveal a high appreciation for the methodology, highlighting its usefulness for verifying procedures, correcting errors, and obtaining instant feedback. Additionally, the experience promoted the development of validation and critical reasoning skills by confronting the limitations of AI tools. The study concludes that the integration of AI within an active pedagogical structure fosters deeper, more collaborative, and more autonomous learning.

Introducción

La enseñanza de la matemática a nivel universitario, particularmente en temas de Álgebra Lineal como vectores, rectas y planos, presenta desafíos significativos. Estos conceptos, fundamentales en áreas como la ingeniería, la física y la computación, exigen que los estudiantes no solo dominen procedimientos de cálculo, sino que también logren una comprensión profunda de la parte teórica y una interpretación geométrica adecuada. La naturaleza abstracta de estos

contenidos y la dificultad de visualizar objetos en tres dimensiones a menudo conducen a aprendizajes superficiales y mecánicos, basados en la memorización de fórmulas, generando una brecha entre la capacidad de cálculo y la comprensión conceptual. [1]

En la búsqueda de mejorar este panorama, la investigación pedagógica ha demostrado que las metodologías activas, junto con el uso de tecnologías emergentes, pueden aumentar la motivación y mejorar la retención de conceptos en áreas abstractas. [1] En este trabajo se articula la Enseñanza *Justo a Tiempo* (JiTT) y la *Instrucción entre Pares* (PI) con el uso educativo de herramientas de IA para abordar el tema de vectores, rectas y planos. La metodología JiTT promueve la participación en clase a través de asignaciones previas que permiten al docente ajustar las actividades según las necesidades detectadas del estudiantado. Por su parte, la Instrucción entre Pares, popularizada por Eric Mazur, fomenta la discusión y el razonamiento en pequeños grupos mediante preguntas conceptuales, ayudando a consolidar el conocimiento y a desarrollar la comunicación matemática.

En el contexto educativo moderno, donde las competencias digitales y el pensamiento crítico son fundamentales, la IA emerge como una tecnología disruptiva con gran potencial pedagógico. Estudios recientes en didáctica de la matemática han identificado aplicaciones específicas de IA que favorecen la retroalimentación formativa y la visualización de conceptos complejos en la educación superior [8]. Por lo que, lejos de ser un obstáculo, la IA puede convertirse en un valioso apoyo didáctico si se integra de manera responsable y ética. Su capacidad para generar soluciones, explicaciones y visualizaciones preliminares ofrece a los estudiantes una forma novedosa y dinámica de interactuar con los contenidos. Autores como Holmes et al. y Zawacki-Richter et al. han destacado que la integración de la IA en estrategias activas centradas en el estudiante puede potenciar el desarrollo de competencias esenciales del siglo XXI, como la argumentación lógica y el pensamiento crítico [6]. En este sentido, la pregunta de investigación que guía esta experiencia fue: ¿cómo influye la integración de metodologías activas (JiTT y PI) y el uso pedagógico de herramientas de IA en la percepción y comprensión de los estudiantes sobre el tema de vectores, rectas y planos? El objetivo general fue evaluar el impacto de esta estrategia en el aprendizaje profundo y en el desarrollo de habilidades clave como la argumentación lógica y la comunicación matemática.

Materiales y métodos

Este estudio se basó en un diseño descriptivo de caso, enfocado en una experiencia de aula desarrollada en un curso semipresencial de Álgebra Lineal en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. A diferencia de una experiencia previa, documentada en [7], en la que se implementó un grupo de control para evaluar resultados cuantitativos en el tema de sucesiones y series, en el presente caso se optó por un análisis cualitativo centrado en la auto-percepción de los estudiantes. Esta decisión se tomó con el fin de profundizar en la comprensión del proceso de aprendizaje individual y grupal, reconociendo que la principal contribución de este trabajo no es la comparación de rendimiento numérico, sino la descripción detallada y el entendimiento del proceso de aprendizaje con la nueva estrategia. Esta aproximación permite una evaluación más matizada del impacto pedagógico, más allá de las calificaciones, enfocándose en aspectos formativos.

Contexto y diseño del estudio

El estudio se llevó a cabo en un curso de Álgebra Lineal de carácter semipresencial durante el periodo de verano 2024-2025, con una población de 41 estudiantes de ingeniería. La estructura semipresencial implicó que los estudiantes tuvieran acceso a materiales en línea previos a las sesiones presenciales, alineándose con la filosofía JiTT. No se estableció un grupo de control

separado para este tema específico; en su lugar, todos los estudiantes del grupo participaron de la metodología innovadora. Al finalizar el tema, se recopiló información a través de encuestas y observaciones para analizar la percepción de los estudiantes y evidencias de su comprensión conceptual.

Implementación de la metodología activa

La estrategia de clase se dividió en dos fases principales: una fase asincrónica previa y una fase presencial de trabajo grupal. En la fase asincrónica, los estudiantes revisaron material proporcionado por el docente (videos explicativos y lecturas breves) antes de la clase, siguiendo el enfoque JiTT. En la fase presencial, se desarrollaron trabajos grupales diseñados específicamente para el tema de vectores, rectas y planos.

Los estudiantes fueron organizados en grupos aleatorios de tres a cuatro personas, lo cual incentivó la interacción entre compañeros que usualmente no trabajaban juntos. La formación de grupos aleatorios, según [9] potencia la independencia positiva y la participación de los estudiantes, favoreciendo su implicación en las tareas y el desarrollo de metas académicas orientadas al aprendizaje, hallazgo consistente con investigaciones recientes sobre aprendizaje cooperativo en educación superior. Cada grupo recibió una serie de ejercicios que abarcaban conceptos como el producto punto, el producto cruz, el paralelismo, la ortogonalidad y la proyección vectorial.

La resolución de los ejercicios se abordó mediante la combinación de *Instrucción entre Pares* y *Aprendizaje Cooperativo*. Según [12], la integración de metodologías activas apoyadas por herramientas digitales en la educación superior no solo dinamiza la sesión, sino que permite que conceptos abstractos del álgebra lineal sean más accesibles a través de la experimentación y el razonamiento colectivo. Bajo este enfoque, los estudiantes asumieron un rol protagónico, utilizando la tecnología como un andamiaje para la construcción de su propio conocimiento. Cada miembro del grupo debía explicar su razonamiento a los demás, asegurando una comprensión colectiva de los conceptos y de la solución propuesta. Esta dinámica fomentó la comunicación efectiva, el aprendizaje mutuo y el aprovechamiento de las fortalezas individuales de cada integrante en la resolución colaborativa del problema.

Investigaciones recientes coinciden en que la combinación de metodologías activas con herramientas digitales inteligentes favorece la participación sostenida del estudiantado y la construcción colectiva del conocimiento en educación superior. En particular, las revisiones sistemáticas de [13] y [14] evidencia que la IA, cuando se utiliza con apoyo al razonamiento y no como sustituto del mismo potencia procesos de autorregulación, colaboración y metacognición. En este sentido, la dinámica implementada en el curso buscó deliberadamente que los estudiantes asumieran un rol crítico frente a las situaciones generadas por la IA, reforzando la validación conceptual y el diálogo matemático entre pares.

La Figura 1 muestra a estudiantes discutiendo brevemente la estrategia a seguir antes de iniciar una actividad grupal, fomentando la participación de todos los miembros.

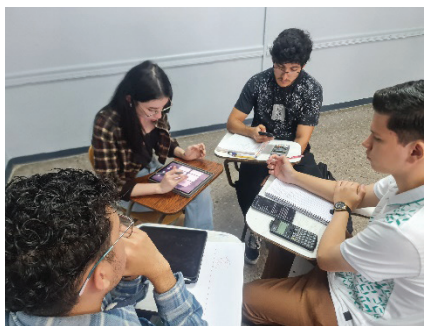


Figura 1. Estudiantes discutiendo brevemente la estrategia a seguir antes de iniciar una actividad grupal.

Estas interacciones iniciales ayudaron a alinear la comprensión del problema y a preparar la clase para lograr una colaboración efectiva durante la resolución de los ejercicios. Durante estas discusiones previas, el rol del docente fue principalmente el de observador, permitiendo que fueran los propios estudiantes quienes propusieran enfoques y acordaran un plan de trabajo.

Rol de la Inteligencia Artificial en el aula

El uso de la Inteligencia Artificial se incorporó como un catalizador para el pensamiento crítico, no como un atajo para obtener respuestas finales. La instrucción dada a cada grupo fue utilizar una herramienta de IA (por ejemplo, ChatGPT o Mathos) para generar una “solución inicial” al problema asignado. Dicha solución preliminar, provista por la IA, sirvió como punto de partida para la discusión grupal. Dada la naturaleza generativa de estas herramientas, diversas investigaciones han documentado desafíos metodológicos y respuestas imprecisas que requieren una supervisión crítica por parte del estudiante y del docente, destacándose limitaciones prácticas y éticas en contextos educativos [10]. A partir de allí, el proceso de aprendizaje en cada grupo se centró en las siguientes acciones:

- **Analizar** si la solución generada por la IA era correcta y coherente con los conceptos teóricos.
- **Identificar** posibles errores o limitaciones en la respuesta de la IA, discutiendo y justificando por qué ocurrían dichas fallas.
- **Justificar** cada paso de la solución final empleando el lenguaje matemático adecuado y el razonamiento lógico, independientemente de la propuesta inicial de la IA.

Esta dinámica transformó a la IA en un “tercer miembro” del grupo, cuyo trabajo era deliberadamente tratado como falible y sujeto a verificación. Los estudiantes debían cuestionar, validar o corregir las sugerencias de la herramienta, desarrollando así habilidades metacognitivas: no solo aplicaban los conceptos matemáticos, sino que también evaluaban críticamente las respuestas generadas por la tecnología. Cabe destacar que, según comentarios de los propios estudiantes, se emplearon diversas herramientas de IA durante la actividad, incluyendo ChatGPT, Mathos IA y Photomath.

Un hallazgo particular fue que las herramientas de IA presentaron dificultades importantes en los ejercicios relacionados con planos en el espacio. Por ejemplo, varias soluciones generadas para problemas de ecuaciones de planos resultaron incorrectas o incompletas, lo que obligó a los grupos a buscar estrategias alternativas. En tales casos, los estudiantes recurrieron a herramientas de visualización como GeoGebra para graficar puntos, vectores y planos, y contrastar los resultados, apoyándose además en sus propios conocimientos fundamentales para detectar y corregir los errores de la IA. Este escenario —en el que la IA comete errores

y requiere la intervención del estudiante— resultó pedagógicamente valioso, pues destacó la importancia del criterio matemático humano y de la comprensión conceptual por encima de la confianza ciega en una respuesta automatizada.

La Figura 2 ilustra a un grupo de estudiantes colaborando en la resolución de un ejercicio de vectores, integrando herramientas tecnológicas en su discusión.



Figura 2. Estudiantes colaborando en la resolución de un ejercicio de vectores con IA.

En este ambiente de trabajo, cada integrante contribuye con la verificación de los cálculos y la detección de posibles fallos en la solución propuesta por la IA. Este entorno colaborativo apoyado por IA facilitó la identificación conjunta de errores y el enriquecimiento de las soluciones, ya que los estudiantes debían argumentar y *justificar* por qué aceptaban o rechazaban las sugerencias de la herramienta, afianzando así su comprensión del tema.

Recolección de datos y evaluación

Para evaluar la efectividad de la experiencia, se utilizaron dos instrumentos principales de recolección de datos. Primero, al finalizar el tema se aplicó un cuestionario digital a todos los estudiantes del curso, orientado a captar su opinión sobre la metodología implementada. Este cuestionario incluyó preguntas cerradas tipo Likert (escala de 1 a 5) enfocadas en la auto-percepción de la comprensión alcanzada en el tema y en la utilidad percibida de la IA como herramienta de apoyo. Adicionalmente, se incluyeron preguntas abiertas para recabar comentarios cualitativos más detallados acerca de la experiencia de aprendizaje.

Para el tratamiento de las respuestas abiertas, se empleó un proceso de codificación inductiva, agrupando los comentarios en tres categorías emergentes: 1) percepción de la utilidad de la IA, 2) impacto de la visualización geométrica y 3) valoración del trabajo colaborativo. Este procedimiento permitió sistematizar las opiniones recurrentes y garantizar el rigor en la interpretación de los hallazgos.

Para las respuestas abiertas, se utilizó un análisis de contenido bajo un enfoque de codificación inductiva donde los datos fueron procesados mediante una matriz de Excel, permitiendo categorizar las unidades de significado en tres ejes: utilidad de la IA, visualización y cooperación. La validez de esta categorización se fundamentó en la revisión cruzada de los investigadores para evitar sesgos subjetivos.

En segundo lugar, durante las sesiones presenciales se empleó una lista de cotejo de observación por parte del docente y asistentes. Esta lista permitió evaluar el proceso de trabajo grupal en clase, considerando aspectos clave de la colaboración y del pensamiento crítico. Entre los criterios observados se incluyeron: la participación de todos los miembros del grupo, el respeto por las intervenciones de cada estudiante, la capacidad del grupo para llegar a consensos fundamentados, el uso apropiado de la terminología matemática, la claridad de las explicaciones presentadas y la habilidad para identificar y discutir errores en las soluciones.

propuestas por la IA. Es importante resaltar que esta evaluación cualitativa se centró más en el proceso que en la respuesta final correcta, enfatizando el desarrollo de habilidades de comunicación, colaboración y verificación. La Tabla 1 resume la estructura de esta lista de cotejo utilizada para la evaluación formativa del trabajo en grupos.

Cuadro 1. Lista de cotejo para evaluar el trabajo grupal en clase (fragmento).

Aspecto a Evaluar	Sí (✓)	No (X)	Observaciones
Todos los miembros participaron activamente			
Se respetaron las opiniones y turnos de palabra			
Se llegó a un consenso fundamentado para resolver el ejercicio			
Se identificaron y discutieron errores o dudas durante la actividad			
Se utilizó terminología matemática adecuada			
Las explicaciones fueron claras y precisas			
Se presentó una justificación correcta del procedimiento			
Se utilizó una herramienta de IA para resolver el ejercicio			
Se identificaron errores o aciertos en las soluciones de la IA			
Se reflexionó sobre las limitaciones o fortalezas del uso de la IA			

Este instrumento de observación complementó la información obtenida en las encuestas, permitiendo triangular los datos cuantitativos de percepción estudiantil con evidencia cualitativa del comportamiento y desempeño de los grupos en tiempo real. En conjunto, ambos instrumentos proporcionan una visión integral de los resultados de la intervención tanto desde la perspectiva de los estudiantes como desde la observación del facilitador.

Resultados

Percepción cuantitativa de los estudiantes

Los resultados cuantitativos del cuestionario revelaron una percepción altamente positiva por parte de los estudiantes hacia la metodología implementada. En cuanto a la auto-evaluación de la comprensión del tema de vectores, rectas y planos, la mayoría de los estudiantes calificó su entendimiento con notas de 4 o 5 en la escala de 5 puntos, concentrándose la respuesta modal en la calificación de 5. En particular, un 80% de los participantes (33 de 41 estudiantes) indicó el nivel más alto de comprensión percibida, mientras que ningún estudiante se ubicó por debajo de 3 en la escala. Esto sugiere que la gran mayoría consideró que su entendimiento del tema fue bueno o excelente tras la experiencia de aprendizaje.

Por otro lado, la utilidad percibida de la IA en los trabajos grupales obtuvo también una valoración muy elevada. En promedio, los estudiantes calificaron con 4.78/5 el aporte de las herramientas de IA en su proceso de aprendizaje durante la actividad. Es notable que 33 de los 41 estudiantes (un 80% nuevamente) otorgaran la máxima puntuación de 5 a esta pregunta, mientras que únicamente uno de ellos la calificó por debajo de 4. Este resultado indica una aceptación muy favorable de la integración de IA en la dinámica de la clase, sugiriendo que los estudiantes encontraron tangible beneficio en su uso como apoyo para resolver los ejercicios en equipo.

Análisis Cualitativo: rol de la IA y el trabajo colaborativo

Los comentarios abiertos proporcionados por los estudiantes en el cuestionario permitieron profundizar en las razones detrás de las valoraciones cuantitativas mencionadas. Del análisis cualitativo de estas respuestas emergieron temas recurrentes que ayudan a explicar la alta valoración de la experiencia. A continuación, se destacan los más representativos, acompañados de ejemplos textuales tomados de las opiniones estudiantiles:

- **La IA como apoyo para la verificación:** múltiples estudiantes describieron a la IA como una herramienta útil para *“corroborar conocimientos de manera grupal”* y para *“verificar los procedimientos”*. Comentarios como *“ayuda a comprender mejor los temas ayudándose en grupo”* y *“sirvió para conocer personas y distintas formas de trabajo”* resaltaron el papel de la IA como punto de partida para la discusión, y no como fuente única de respuestas. En estas declaraciones se percibe que la IA fue valorada más por su capacidad para generar un borrador de solución que el grupo podía luego criticar y mejorar, que por ofrecer directamente la solución correcta. Esto sugiere que los estudiantes la emplearon principalmente como herramienta de *validación colectiva*, contrastando sus propios enfoques con el de la IA.
- **Desarrollo de habilidades de validación:** varios estudiantes enfatizaron que la metodología implementada los obligó a usar la IA de *“manera correcta y crítica”*. La necesidad de identificar errores en las respuestas generadas por la herramienta, especialmente en los ejercicios de planos donde se detectaron varias inexactitudes, les enseñó a no confiar ciegamente en la tecnología y a apoyarse en su propio criterio matemático. Un estudiante destacó que la integración de GeoGebra fue *“fundamental para comprender visualmente los cálculos realizados”*, evidenciando cómo las visualizaciones gráficas ayudaron a interpretar y verificar los resultados obtenidos algebraicamente. En síntesis, la experiencia fomentó en los alumnos una actitud analítica frente a las soluciones automáticas, desarrollando su habilidad para validar resultados y, por ende, fortaleciendo su comprensión conceptual.
- **La IA como catalizador de la colaboración:** otro tema recurrente fue que el trabajo en grupo potenciado por la IA facilitó la *“socialización y participación con los compañeros”*, haciendo el curso *“más dinámico y efectivo”*. La presencia de una solución inicial provista por la IA pareció aliviar la ansiedad inicial ante problemas complejos, sirviendo de *hilo conductor* para que todos los miembros del grupo aportaran en la discusión. Este ambiente colaborativo aumentó la confianza de estudiantes más inseguros para ofrecer sus opiniones, dado que partían de una base (la respuesta de la IA) sobre la cual podían debatir. En palabras de un estudiante, *“nos ayudó a reunirnos y discutir, cada uno aportó algo, y así aprendimos juntos”*. Esto sugiere que la sinergia entre tecnología y trabajo cooperativo potenció un aprendizaje más activo y participativo de lo que hubieran logrado las mismas personas trabajando de forma aislada.

Retroalimentación de estudiantes y asistentes: lecciones aprendidas

Si bien la percepción general de la experiencia fue muy positiva, la retroalimentación cualitativa tanto de estudiantes como de asistentes de enseñanza señaló áreas de mejora que vale la pena considerar en futuras implementaciones. Un tema mencionado fue la importancia de la intervención inicial del docente en ciertos tópicos. Algunos estudiantes sugirieron que, antes de cada trabajo con apoyo de IA, el profesor debería *“dar una introducción más completa”* o *“explicar los temas con mayor dificultad”* de forma tradicional. Esto pone de manifiesto que, aunque la metodología promueve el aprendizaje autónomo y el descubrimiento, el rol del docente sigue siendo fundamental para establecer una base mínima de conocimiento y

contexto. En concordancia con lo señalado por Fardian et al., la presencia del profesor como facilitador y experto es indispensable especialmente para aquellos contenidos más abstractos o complejos, donde la guía humana orienta la comprensión profunda. [3] La IA no sustituye al educador, sino que transforma su papel hacia el de mediador y orientador en el uso crítico de las herramientas. Incorporar pequeñas exposiciones magistrales o aclaraciones breves antes de las actividades grupales podría ayudar a los estudiantes a afrontar con mayor seguridad los retos, sin restarle autonomía a la dinámica posterior.

Por otro lado, algunos comentarios sugirieron ajustes en la ponderación y frecuencia de los trabajos grupales. Hubo estudiantes que opinaron que estas actividades deberían tener un mayor peso en la nota del curso, o que sería beneficioso realizar más ejercicios similares en clase para seguir practicando la metodología. Esto refleja el deseo de encontrar un balance óptimo entre la autonomía y la guía del docente, así como entre la evaluación tradicional y la evaluación formativa. Atender estas sugerencias implicaría, por ejemplo, considerar incrementar el número de sesiones de trabajo colaborativo con IA a lo largo del curso, o bien integrar parte de la evaluación sumativa del curso en las actividades grupales (por medio de proyectos cortos, informes de grupo, etc.). De esta forma, se podría incentivar aún más la participación y reconocer formalmente el aprendizaje adquirido mediante la metodología.

En cuanto a la perspectiva de los asistentes de docencia que apoyaron la experiencia, estos resaltaron la necesidad de una capacitación previa en el uso de las herramientas de IA y GeoGebra. Si bien los asistentes estaban familiarizados con los contenidos matemáticos, enfrentar preguntas, de los estudiantes, relacionadas con el funcionamiento de ChatGPT o la configuración de construcciones 3D en GeoGebra requirió de improvisación. Para futuras experiencias, se recomienda involucrar a todo el equipo educativo (profesor y asistentes) en sesiones de preparación para explorar las potencialidades y limitaciones de las herramientas tecnológicas que se vayan a emplear. Esto permitiría brindar un apoyo más sólido a los estudiantes durante la actividad y aprovechar al máximo los recursos disponibles. Esto tiene siempre un impacto significativo como lo demuestran Guachún y Espadero en [4].

Discusión de los hallazgos a la luz de la literatura

Los hallazgos de esta experiencia de aula se alinean con tendencias reportadas a nivel internacional en educación superior, que promueven el aprendizaje autónomo, la reflexión crítica y la integración de tecnologías emergentes en los procesos de enseñanza. Es así como los resultados obtenidos refuerzan hallazgos reportados en revisiones sistemáticas recientes, que señalan que la integración pedagógica de la IA en educación superior es más efectiva cuando se articula con metodologías activas y con una guía docente clara [13], [14]. En particular, los resultados confirman que la IA, integrada dentro de un marco pedagógico estructurado, puede ser un complemento valioso para el aprendizaje, fomentando la argumentación y la validación en lugar de la simple búsqueda de respuestas directas. Este enfoque coincide con lo reportado por estudios previos: por ejemplo, la mejora en la colaboración y el desempeño académico observada en el curso es consistente con lo encontrado por Hernández y Murillo en una experiencia similar que combinó JiTT y PI en cursos de ciencias básicas [2]. Asimismo, el rol de la IA promoviendo la metacognición y la necesidad de pensamiento crítico concuerda con lo señalado por Holmes et al. y Zawacki-Richter et al., quienes argumentan que el uso de herramientas de IA en entornos educativos centrados en el estudiante puede catalizar el desarrollo de habilidades de orden superior si los estudiantes son guiados a reflexionar sobre las respuestas de la máquina. (Ver [5] y [6])

Por otro lado, el análisis cualitativo de las respuestas abiertas se realizó bajo una perspectiva interpretativa, orientada a identificar patrones recurrentes en la percepción estudiantil sobre el uso de la IA y el trabajo colaborativo. Este enfoque es consistente con estudios recientes que destacan la importancia de analizar las experiencias subjetivas de los estudiantes para comprender el impacto real de las tecnologías emergentes en el aprendizaje universitario [14]. La categorización temática permitió vincular las opiniones estudiantiles con dimensiones ampliamente discutidas en la literatura, tales como la validación del conocimiento, la colaboración y el desarrollo del pensamiento crítico mediado por tecnología [13].

Un aspecto destacable de los resultados es que los errores de la IA se convirtieron en oportunidades de aprendizaje. Lejos de ser un inconveniente, el hecho de que la IA cometiera equivocaciones en ciertos problemas (particularmente en la temática de planos) tuvo un efecto positivo: obligó a los estudiantes a recurrir a su conocimiento fundamental, a discutir en profundidad la teoría involucrada y a utilizar recursos adicionales (como GeoGebra) para verificar los resultados. En tal caso, los estudiantes señalaron que la visualización fue clave para validar lo que la IA entregaba en texto (ver sección 3.2). Al respecto, [11] sostiene que las tecnologías interactivas y la visualización dinámica reduce significativamente la brecha de abstracción en el álgebra lineal, permitiendo que el estudiante manipule objetos geométricos en el espacio para verificar la coherencia de los resultados algebraicos obtenidos previamente. Esto demuestra que el valor educativo de la IA no reside en su capacidad de dar respuestas perfectas, sino en su potencial para provocar análisis crítico y servir como “*punto de fricción*” que promueve la metacognición. La interacción con la IA va más allá del uso técnico de una herramienta: se convierte en un medio para desarrollar habilidades esenciales en la era digital, entrenando a los futuros profesionales para enfrentar información automatizada de manera crítica y consciente.

Finalmente, los hallazgos refuerzan la idea de que la incorporación de metodologías activas, apoyadas con tecnología, puede transformar el rol tradicional del docente. En lugar de ser un transmisor unidireccional de conocimiento, el profesor pasa a ser un facilitador que guía el análisis crítico y la discusión. Esto no significa disminuir la importancia del docente; por el contrario, subraya su papel clave en la orquestación de experiencias de aprendizaje donde la tecnología se usa efectivamente para enriquecer la comprensión. En esta experiencia, la IA no reemplazó al educador, sino que complementó su labor al proporcionar material para el debate y la indagación. Esta observación es congruente con estudios recientes sobre IA en educación, que recomiendan utilizar herramientas como ChatGPT principalmente para reforzar conceptos básicos mientras el docente se enfoca en explicar los contenidos más abstractos y en afianzar el razonamiento de los alumnos. [3]

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones principales

La integración de la Enseñanza *Justo a Tiempo*, la Instrucción entre Pares y el uso crítico de herramientas de IA se presenta, a la luz de esta experiencia, como una estrategia efectiva para fortalecer el entendimiento profundo de los temas de vectores, rectas y planos en estudiantes universitarios. Los resultados indican que la metodología no solo mejoró la percepción que los estudiantes tienen sobre su propia comprensión del contenido, sino que también fomentó el desarrollo de habilidades esenciales del siglo XXI, tales como el pensamiento crítico, la colaboración y la capacidad de evaluar herramientas tecnológicas, los estudiantes aprendieron no únicamente a resolver un problema matemático, sino a cuestionar la solución propuesta, a justificar sus procesos y a comunicarlos de forma efectiva a sus pares.

En particular, los hallazgos confirman que la IA, cuando se utiliza dentro de un marco pedagógico cuidadosamente diseñado, se convierte en un valioso complemento para el aprendizaje. Su principal aporte radica en servir como punto de partida para el análisis y la validación, en lugar de funcionar como un simple oráculo de respuestas. La experiencia documentó cómo la IA puede ocupar el rol de un *colega virtual* que propone ideas (acertadas o no), las cuales deben ser examinadas y refinadas por la inteligencia humana. Paradójicamente, el hecho de que este “*colega*” cometa errores resultó ser uno de sus mayores beneficios educativos, ya que reforzó en los estudiantes la necesidad de la justificación matemática y del conocimiento fundamental para respaldar cualquier resultado. En suma, la metodología promovió un cambio de mentalidad: de ver a la IA como una calculadora sofisticada que resuelve problemas, los estudiantes pasaron a verla como una herramienta que desafía sus entendimientos y los impulsa a mejorar sus propias soluciones.

Limitaciones del estudio y recomendaciones futuras

Es importante reconocer las limitaciones de la presente investigación. La principal limitación radica en la ausencia de un grupo de control formal para el tema de vectores, lo que impide cuantificar con rigor estadístico el impacto directo de la metodología en el rendimiento académico, a diferencia de la experiencia previa reportada en el tema de sucesiones y series donde sí se realizó una comparación controlada. Por lo tanto, una recomendación clave para futuros estudios es incluir un diseño metodológico más robusto, combinando la aproximación cualitativa con mediciones cuantitativas de desempeño (por ejemplo, comparando resultados de exámenes entre grupos con y sin la intervención). Esto permitiría obtener evidencia más concluyente sobre las mejoras en el aprendizaje atribuibles a la estrategia, complementando la rica descripción cualitativa obtenida en este trabajo.

Otra sugerencia deriva de la retroalimentación estudiantil: incorporar una fase de conceptualización inicial más explícita. Si bien en esta experiencia se confió en los materiales de JiTT y en la exploración grupal para construir entendimiento, algunos estudiantes manifestaron que enfrentaron dificultades iniciales en ciertos ejercicios por falta de una base teórica más sólida. Atendiendo esto, se podría recomendar que, antes de sumergir a los alumnos en el trabajo autónomo con IA, el docente dedique unos minutos a repasar o enfatizar aquellos conceptos que, por su complejidad, puedan generar confusión (por ejemplo, las condiciones de paralelismo entre planos, o la interpretación geométrica de un vector normal). De esta manera, se asegura que los estudiantes cuenten con herramientas conceptuales mínimas al momento de interactuar con la IA, *optimizando* el provecho que obtienen de dicha interacción.

Desde el punto de vista de la replicabilidad, esta experiencia sienta las bases para su adaptación en otros contextos y cursos. Sería de gran valor aplicar y evaluar metodologías similares en otros cursos de matemáticas universitarias, tales como Ecuaciones Diferenciales, Cálculo Multivariable o incluso en Física básica. La consistencia de resultados positivos en distintas asignaturas reforzaría la validez de la estrategia y ayudaría a identificar qué elementos son universales y cuáles deben ajustarse según la naturaleza del curso. También se recomienda explorar la integración de diferentes herramientas de IA (por ejemplo, sistemas de álgebra computacional, tutores inteligentes adaptativos, etc.) para comprender cómo varían las dinámicas de grupo y los resultados de aprendizaje con distintas tecnologías.

En conclusión, la experiencia presentada demuestra que una cuidadosa integración de metodologías activas con herramientas de IA puede enriquecer significativamente la enseñanza y aprendizaje de tópicos complejos en álgebra lineal. Los estudiantes no solo aprenden matemáticas, sino que también aprenden *a aprender* con tecnología, desarrollando

discernimiento y pensamiento crítico. Con los ajustes y estudios futuros sugeridos, este enfoque tiene el potencial de contribuir a una educación matemática universitaria más interactiva, efectiva y acorde con las demandas de la era digital.

Agradecimientos

Agradecemos al Instituto Tecnológico de Costa Rica y en particular a la Escuela de Matemática por brindar el espacio y apoyo para implementar esta experiencia educativa. Reconocemos la colaboración de los asistentes académicos del curso, cuyo entusiasmo y ayuda fueron clave durante el desarrollo de las actividades en el aula. Asimismo, extendemos nuestro agradecimiento a los estudiantes participantes por su disposición abierta a nuevas formas de aprendizaje y por sus valiosas retroalimentaciones, las cuales enriquecieron significativamente este trabajo.

Referencias

- [1] L. Ávila, J. Briones, D. Hidalgo, y J. Calderón, "Innovación en la enseñanza de álgebra lineal en la educación superior: integración de tecnologías interactivas y enfoques didácticos," *Reincisol*, vol. 3, no. 6, pp. 4971-4988, 2024.
- [2] M. Hernández-Campos y N. Murillo-Quirós, "Instrucción entre pares y enseñanza justo a tiempo: una experiencia en la enseñanza de la Física en educación superior," *Cuadernos de Investigación UNED*, vol. 11, no. 2, pp. 130-136, 2019.
- [3] D. Fardian, D. Suryadi, S. Prabawanto, y A. Jupri, "Integrating Chat-GPT in the Classroom: A Study on Linear Algebra Learning in Higher Education," *International Journal of Information and Education Technology*, vol. 15, no. 4, pp. 732-751, 2025.
- [4] F. P. Guachún-Lucero y G. R. Espadero-Faicán, "El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: una experiencia didáctica," *Revista de Matemática, Enseñanza y Cultura (REMATEC)*, vol. 16, no. 37, pp. 46-60, 2021.
- [5] W. Holmes, M. Bialik, y C. Fadel, *Artificial Intelligence in Education: Promises and Implications for Teaching and Learning*. Boston, MA: Center for Curriculum Redesign, 2019.
- [6] O. Zawacki-Richter, V. I. Marín, M. Bond, y F. Gouverneur, "Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education – where are the educators?," *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, vol. 16, no. 39, pp. 1-27, 2019.
- [7] R. Y. A. Chacón y M. M. Calvo, "Integración de metodologías activas e inteligencia artificial en la enseñanza del tema de sucesiones y series: Una experiencia de clase en un curso semipresencial del Instituto Tecnológico de Costa Rica," *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, vol. 18, no. 2, pp. 135-160, jun. 2025. [En línea]. Disponible en: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/rcifem/article/view/1384/1651>
- [8] J.V. Méndez-Gamba, "Inteligencia artificial y didáctica matemática", *Revista Multidisciplinaria Perspectivas Investigativas*, vol. 5, no. Educativa, pp. 161-171, nov. 2025. [En línea]. Disponible en: <https://rperspectivasinvestigativas.org/index.php/multidisciplinaria/article/view/458>
- [9] S. Mendo-Lázaro, J. León-del-Barco, E. Felipe-Castaño, M. Polo-del-Río y M. Iglesias-Gallego, "The impact of cooperative learning on university students' academic goals and engagement," *Frontiers in Education*, vol. 7, Art. no. 784940, 2022. [En línea]. Disponible en: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2022.784940/full>
- [10] L. Yan, L. Sha, L. Zhao, Y. Li, R. Martinez-Maldonado, G. Chen y D. Gašević, "Practical and ethical challenges of large language models in education: A systematic scoping review," *arXiv preprint*, arXiv:2303.13379, 2023. [En línea]. Disponible en: <https://arxiv.org/abs/2303.13379>
- [11] L. Ávila, J. Briones, D. Hidalgo, y J. Calderón, "Innovación en la enseñanza de álgebra lineal en la educación superior: integración de tecnologías interactivas y enfoques didácticos," *Reincisol*, vol. 3, no. 6, pp. 4971-4988, 2024. [En línea]. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/9934637.pdf>

- [12] L. J. Valencia, "Metodologías activas en la enseñanza de Matemáticas en nivel superior," *Repositorio UASB*, 2025. [En línea]. Disponible en: <https://repositorio.uasb.edu.ec/bitstream/10644/10407/1/T4524-MIE-Valencia-Metodologias.pdf>
- [13] C. A. Carvajal Chávez, "Inteligencia artificial como recurso didáctico en la educación superior: una revisión sistemática," *RECIMUNDO*, vol. 8, no. 2, pp. 312–329, 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.recimundo.com/index.php/es/article/view/2463>
- [14] R. Zambrana Copaja, A. D. Salinas Montemayor, F. A. Macías García y E. E. Escobar, "Inteligencia artificial en la educación superior para promover un aprendizaje personalizado e inclusivo: una revisión sistemática," *Revista InveCom*, vol. 5, no. 1, pp. 1–18, 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.revistainvecom.org/index.php/invecom/article/view/4013>

Declaración sobre uso de Inteligencia Artificial (IA)

Los autores aquí firmantes declaramos que no se utilizó ninguna herramienta de IA para la conceptualización, traducción o redacción de este artículo.