

# determinación del esfuerzo en flexión y el ángulo de rotación en dos tipos de ensamblajes

Federico Picado \*

## RESUMEN

*Se presenta el procedimiento para calcular el esfuerzo en flexión ( $F_b$ ) y el ángulo de rotación ( $\theta$ ) en dos tipos de ensamblajes de uso común en la fabricación de muebles: juntas con tacos y juntas a caja y espiga.*

*Los resultados obtenidos permitieron establecer las ecuaciones de predicción entre el momento flexionante, ángulo de rotación y esfuerzo en flexión, necesarios para el diseño y construcción de este tipo de ensamblajes.*

## INTRODUCCION

En nuestro país tradicionalmente se han utilizado dos tipos de juntas o ensamblajes en la construcción de muebles: juntas con tacos y juntas a caja y espiga. Pero hasta el momento nadie se ha preguntado cuál será la resistencia máxima que podrán alcanzar estos tipos de juntas o si podrán estas juntas soportar las cargas a que estará sometido el mueble en servicio.

El objetivo de esta investigación es el de comenzar a brindar los mecanismos para calcular la flexibilidad, la rigidez y el momento flexionante máximo que puede resistir una junta. Esencialmente el diseño estructural de cualquier tipo de mueble, consiste en los siguientes pasos:

1. determinar las cargas que actuarán sobre la estructura en servicio;
2. estimar la cantidad y distribución de material necesario en la estructura para soportar estas cargas;
3. analizar la magnitud y distribución de esfuerzos que se presentan en la estructura bajo la acción de estas cargas;

4. ajustar el material y dimensiones de los miembros, basado en el análisis que garantice que los miembros y juntas no se encuentren sobreesforzados.

Para realizar con éxito este procedimiento es necesario conocer previamente el comportamiento mecánico de las juntas, ya que la resistencia y rigidez de las juntas utilizadas en la construcción del mueble determinará la resistencia y rigidez del mueble en servicio.

## NOMENCLATURA

- $\phi$  = Es la medida de la distorsión interna de la junta bajo la acción de un momento flexionante  $M$ .
- $b_0$  = Coeficiente de ecuación polinomial
- $b_1$  = Coeficiente de ecuación polinomial
- $E$  = Módulo de elasticidad ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )
- $F_b$  = Esfuerzo en flexión ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )
- $h$  = Distancia de la fibra extrema al eje longitudinal del medidor de deformaciones (CM)
- $L$  = Distancia de aplicación de la carga (CM)
- $M$  = Momento flexionante ( $\text{KG-cm}$ )
- $P$  = Carga en kilogramos
- $R$  = Coeficiente de correlación
- $y_b$  = Desplazamiento medido por deflectómetro en la parte inferior del peinazo
- $y_c$  = Desplazamiento medido por deflectómetro en la parte superior del peinazo

\* Profesor, Centro de Investigación en Maderas del ITCR.

**PROCEDIMIENTO**

Los ensayos en juntas se realizaron con madera de Cocobolo (*Vatairea lundelli*) a un contenido de humedad promedio del 15%.

Se construyeron 20 probetas para juntas con tacos y 20 probetas para juntas a caja y espiga. La Figura No. 1 muestra las dimensiones de las probetas y el punto de aplicación de la carga (P).

El adhesivo utilizado fue Polivinil acetato (cola blanca).

Una vez realizados los ensambles, se procedió a dividir aleatoriamente los dos tipos de juntas en dos grupos de 10 probetas con el objetivo de obtener dos distancias de aplicación de la carga (L) diferentes o sea con L = 15 cm y L = 25 cm.

Los ensayos se realizaron en una máquina de ensayos universal, a una velocidad de avance del cabezal móvil de 1,0 mm/minuto, la probeta se fijó a un aditamento en forma de te invertida, como se muestra en las Figuras No. 2 y No. 3 donde se observa la ejecución del ensayo y la colocación de los deflectómetros.

Para calcular la flexibilidad de una junta es necesario obtener la curva de cargas vs deformación mediante la colocación de un deflectómetro (Lvdt) en el canto superior del mismo y de un deflectómetro de carátula en el centro inferior del peinazo, la Figura No. 4 muestra la formación del ángulo de rotación ejercida por la acción de la fuerza P y la colocación de los deflectómetros para medir las variables y<sub>b</sub> y y<sub>c</sub>.

En todos los ensayos se anotó la carga de falla.

**RESULTADOS**

Los desplazamientos medidos en los ensayos fueron convertidos a deformaciones internas de la junta por medio de la expresión:

$$\phi = \frac{(-y_b + y_c)}{2h + t}$$

Las variables indicadas se explican en la nomenclatura. En el Cuadro No. 1 se listan los valores promedios de momento flexionante, esfuerzo en flexión, ángulo de rotación y módulo de elasticidad para cada tipo de junta.

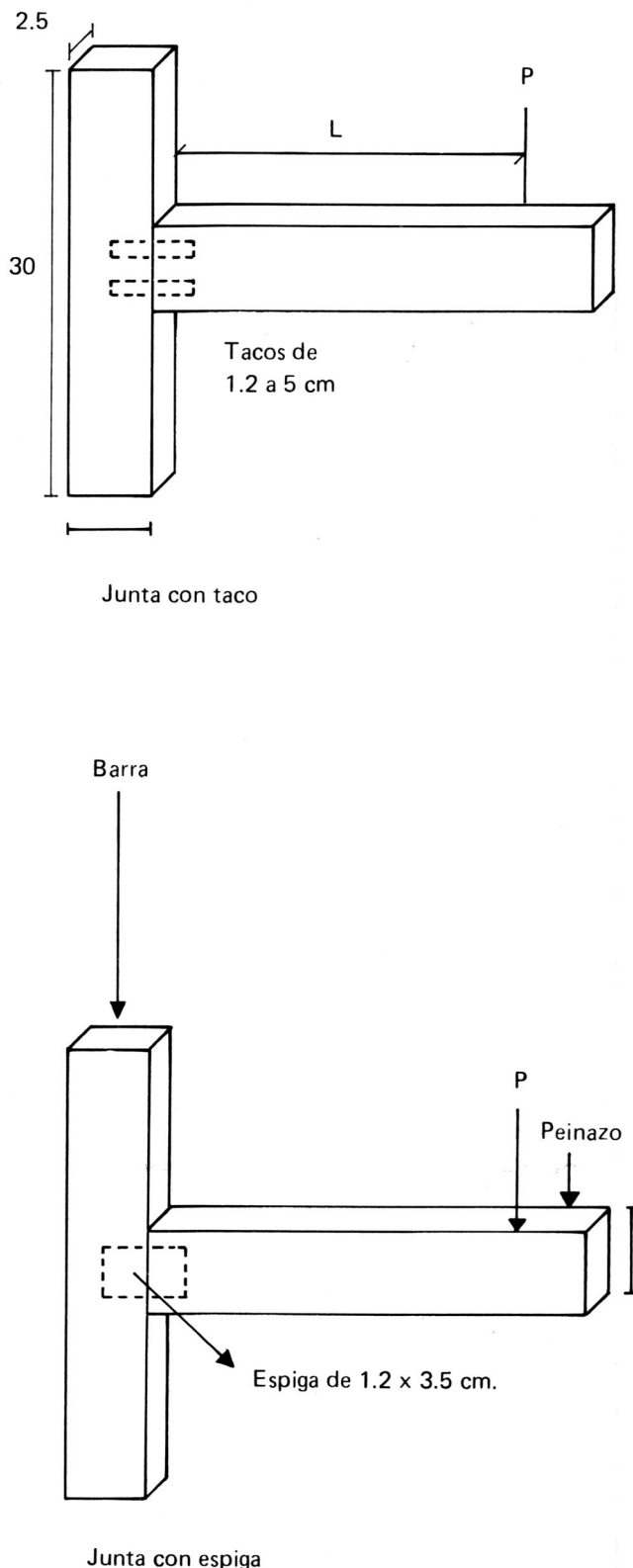


FIGURA No. 1. Geometría de los dos tipos de junta utilizados en los ensayos. Se muestra también el punto de aplicación de la carga (P) a una distancia (L).

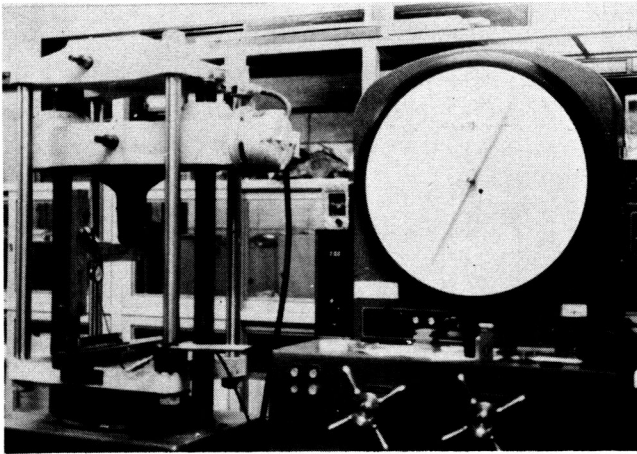


FIGURA No. 2. Ensayo en juntas para muebles, utilizando la Máquina de Ensayos Universal.

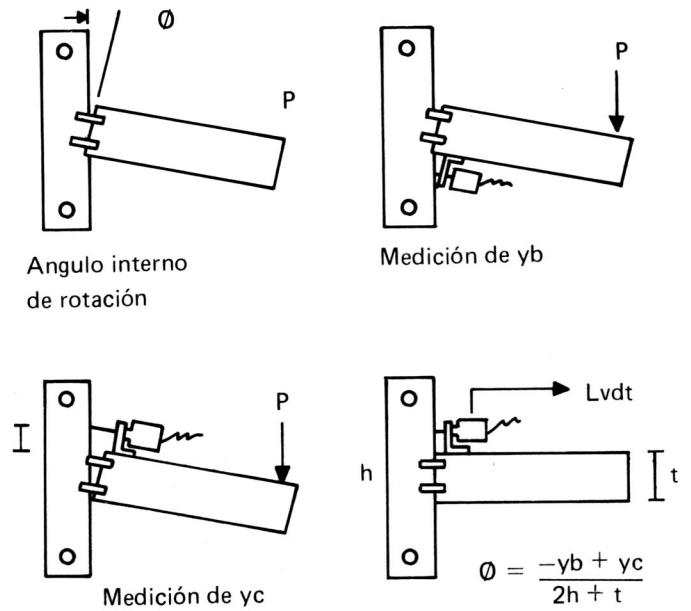


FIGURA No. 4. Se muestra esquemáticamente la colocación del medidor de deformaciones (LvdT) para el cálculo del ángulo de rotación ( $\phi$ ) en los ensayos. Este medidor está conectado directamente al graficador de la máquina de ensayos.

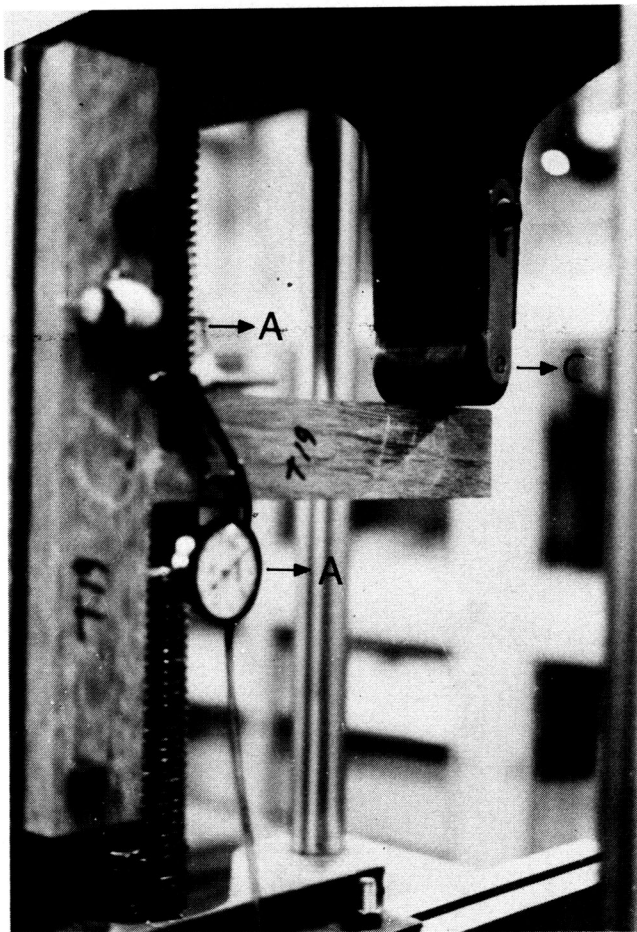


FIGURA No. 3. Acercamiento de un ensayo en juntas con tacos. Se muestra la disposición de los deflectómetros y el punto de aplicación de la carga.

CUADRO No. 1 Valores promedios para momento flexionante, ángulo de rotación, esfuerzo en flexión y módulo de elasticidad para los dos tipos de junta.

JUNTA	L cm	M kg – cm	$\phi$	Fb kg/cm <sup>2</sup>	E kg/cm <sup>2</sup>
Taco	15	1 083	0,0237	270,5	3 165
Taco	25	995	0,0073	66,3	6 821
Caja y espiga	15	1 545	0,0264	386,2	6 128
Caja y espiga	25	1 842	0,0108	122,8	11 924

La Figura No. 5 muestra la relación entre el ángulo de rotación y el esfuerzo en flexión promedio.

Para determinar la relación existente entre el ángulo de rotación y el momento flexionante, Eckelman (1) recomienda la utilización de un análisis estadístico utilizando la técnica de mínimos cuadrados basados en una ecuación polinomial de primer orden, los coeficientes calculados basados en esta ecuación se muestran en el Cuadro No. 2.

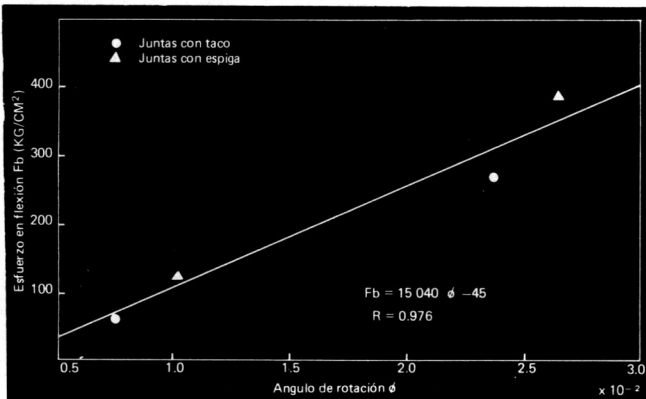


FIGURA No. 5. Relación entre ángulo de rotación y esfuerzo de flexión para los dos tipos de juntas. Se expresa también la curva de mejor ajuste y el coeficiente de correlación.

CUADRO No. 2. Coeficientes polinomiales de la ecuación de predicción<sup>1</sup> para el ángulo de rotación.

JUNTA	L cm	Coeficientes polinomiales		Coeficiente correlación R
		bo	b1	
Taco	15	0,0210	$2,43 \times 10^{-6}$	0,866
Taco	25	0,0128	$-5,734 \times 10^{-6}$	0,718
Espiga	15	-2,995	$1,94 \times 10^{-3}$	0,881
Espiga	25	0,00253	$4,51 \times 10^{-6}$	0,933

1: La ecuación de predicción es  $\phi = bo + b1 M$

Los coeficientes polinomiales permiten calcular la rigidez relativa de la junta y brindar la información necesaria para obtener un análisis exacto de la distribución de esfuerzos en un mueble.

**ANALISIS**

El análisis de varianza se realizó de acuerdo con lo establecido en los procedimientos del diseño experimental. La hipótesis consiste en aceptar a un nivel de confianza del 50/o si dos o más promedios son iguales.

Debido a que los grados de libertad de los análisis de varianza que se realizaron son iguales, el F tabular a un nivel del 50/o es de 4,41.

En el cuadro No. 3 se muestra el resultado de un análisis de varianza efectuado con los datos del ángulo de rotación en los dos tipos de juntas.

CUADRO No. 3. Análisis de varianza para ángulo de rotación con L = 25.

FUENTE	GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	F CALCULADO
Tratamientos	1	0,0000777	0,0000777	2,398
Error	18	0,000584	0,0000324	
TOTAL	19	0,000662		

El análisis indica que no existen diferencias significativas entre las juntas de taco y espiga en relación con el ángulo de rotación.

En el Cuadro No. 4 se muestra el análisis de varianza para el ángulo de rotación, pero esta vez con L = 15.

CUADRO No. 4. Análisis de varianza para ángulo de rotación L = 15.

FUENTE	GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	F CALCULADO
Tratamientos	1	0,00223	0,00223	3,804
Error	18	0,01055	0,000586	
TOTAL	19	0,012783		

De nuevo el F calculado es menor que el F tabular, por lo tanto no existen diferencias significativas entre los tipos de ensamble en relación con el ángulo de rotación.

En el Cuadro No. 5 se muestra el resultado de un análisis de varianza efectuado con los datos del momento flexionante en los dos tipos de junta.

CUADRO No. 5. Análisis de varianza para el momento flexionante con  $L = 25$ .

FUENTE	GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	F CALCULADO
Tratamientos	1	3 586 198,1	3 586 198,1	61,02xx
Error	18	1 057 868,9	58 770,49	
TOTAL	19	4 644 067		

NOTA: En análisis de varianza, el empleo de xx indica que el dato es significativo.

Existen diferencias altamente significativas entre tratamientos. Los valores del momento flexionante entre los dos tipos de junta son significativamente diferentes.

El Cuadro No. 6 muestra el análisis de varianza para el momento flexionante, esta vez con  $L = 15$ .

CUADRO No. 6. Análisis de varianza para momento flexionante con  $L = 15$

FUENTE	GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	F CALCULADO
Tratamientos	L	1 067 220	1 067 220	57,0xx
Error	18	336 510	18 695	
TOTAL	19	1 403 730		

Sí existen diferencias altamente significativas entre los valores del momento flexionante para los dos tipos de junta.

## CONCLUSIONES

Con base en los datos experimentales y en el análisis estadístico se puede concluir que:

1. Los valores de correlación obtenidos con la ecuación de predicción para el ángulo de rotación ( $\phi$ ) son bastante altos como se observa en el Cuadro No. 2, lo que permitiría calcular la flexibilidad de las juntas con tacos y espiga con esta especie de madera. Estos valores son necesarios cuando se desea obtener un análisis exacto de la distribución de esfuerzos en un mueble.
2. Existe una relación directa entre el ángulo de rotación y el esfuerzo en flexión ( $F_b$ ) de la junta.  
La ecuación de predicción presentada en la Figura No. 5 permitirá calcular el esfuerzo en flexión ( $F_b$ ) a partir del ángulo de rotación ( $\phi$ ) de la junta.  
Se observa también que entre menor sea la distancia de aplicación de la carga ( $L$ ) a la junta, mayor será el esfuerzo en flexión. Esto es importante cuando se desea calcular la distribución de esfuerzos entre una junta y otra en un mueble.
3. No existen diferencias significativas entre los dos tipos de juntas en relación con el ángulo de rotación.
4. Existen diferencias altamente significativas con respecto al momento flexionante.  
Los ensambles a caja y espiga presentan cargas de falla y momentos flexionantes más altos que ensambles con tacos.
5. La metodología utilizada en esta investigación permitirá establecer los procedimientos para estudiar el comportamiento mecánico de diferentes tipos de ensambles con especies de madera de uso común en la fabricación de muebles.

## LITERATURA CONSULTADA

1. Eckelman, C.A. "Bendig Strength and Moment-Rotation Characteristics of Two-Pin Moment-Resisting Dowel Joints". *Forest Products Journal*, Vol. 21, No. 3.

2. Eckelman, C.A. **Designing Joints with Gosset Plates.** Purdue University, W.L. Indiana, USA.
3. Eckelman C.A. "How to Design Strong Dowel Joints", **Furniture Design**, 42, April, 1970.
4. Eckelman, C.A. "How to Design Plastic Furniture", **Forest Products Journal**, Vol. 26, No: 11, November 1970.
5. Willard, R. **Furniture Construction** Depto. of Industrial Engineering, N.C. University, 1970.
6. Ya Lun Chou. **Análisis estadístico.** 2ed. México; Ed. Interamericana, 1977.
7. Caballero, M. **Estadística práctica para dasónomos.** Mérida (Venezuela): Universidad de Los Andes. Facultad de Ciencias Forestales, 1970.

## en un solo libro: seis disciplinas biológicas a su alcance

segunda edición

LA EDITORIAL TECNOLÓGICA DE COSTA RICA PONE A DISPOSICION DE PROFESORES, ESTUDIANTES Y PUBLICO EN GENERAL SU MAS RECIENTE PUBLICACION: **EL MUNDO VIVIENTE**

OBRA DE TEXTO, CONSULTA Y REFERENCIA QUE POR SU VALIOSO Y DIDACTICO CONTENIDO ES IDEAL PARA ESTUDIANTES Y PROFESORES DE EDUCACION SECUNDARIA Y SUPERIOR.

"...AL MANUSCRITO TAL COMO LO HE PODIDO ESTUDIAR, CABE SEÑALAR DOS MERITOS: EL LIBRO OFRECE ABUNDANTE INFORMACION AL LECTOR Y LE PLANTEA MUCHAS PREGUNTAS Y PROYECTOS PARA OBSERVACION O REALIZACION; Y PAGINA TRAS PAGINA, ESTA ABUNDANTEMENTE ILUSTRADO. ESTE TRABAJO ES LO QUE MUCHOS PROFESORES DE CIENCIAS DE LA ENSEÑANZA MEDIA, O TERCER CICLO ACTUAL, SUEÑAN O HEMOS SONADO ESCRIBIR".



DE VENTA  
EN LAS PRINCIPALES  
LIBRERIAS DEL PAIS



EDITORIAL TECNOLÓGICA  
DE COSTA RICA

impulsando el progreso tecnológico