

Determinación de los parámetros de un modelo constitutivo hipoplástico en arcilla para su utilización en el modelo de elemento finito Tochnog/ a partir de pruebas de laboratorio¹

Determination of the parameters for a hypoplastic constitutive model on clay to be used in the finite element method Tochnog

Sofía Hernández-Villegas²

Hernández-Villegas, S.; Determinación de los parámetros de un modelo constitutivo hipoplástico en arcilla para su utilización en el modelo de elemento finito Tochnog/ a partir de pruebas de laboratorio. *Tecnología en Marcha*. Vol. 31 - Número Especial Movilidad Estudiantil 5. Octubre 2018. Pág 11-23.

DOI: <https://doi.org/10.18845/tm.v31.i5.4084>



- 1 Artículo realizado en el Instituto de Geotecnia, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Técnica de Dresde, Alemania.
- 2 Estudiante de Ingeniería en Construcción, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo electrónico: sofi.mhv@gmail.com

Palabras clave

Hipoplasticidad; arcillas; caolinita; modelo constitutivo; pruebas de laboratorio; ensayo de corte; ensayo de consolidación.

Resumen

Un modelo constitutivo intenta modelar el comportamiento del suelo, en la actualidad existe gran variedad de estos, uno de los modelos más conocidos es el de Mohr-Coulomb, sin embargo este no toma en cuenta el comportamiento no lineal del suelo, un modelo hipoplástico si lo considera, lo cual es de gran importancia en la práctica actual de la ingeniería.

La hipoplasticidad fue desarrollada inicialmente para materiales granulares, sin embargo dado las ventajas de usar un modelo este tipo, Masín [2] propuso un modelo para arcillas, las cuales en ocasiones son utilizadas para diques y presas, que son de gran importancia y un modelo de este tipo permite un acercamiento mayor a la realidad al conocer el comportamiento no lineal e histerético de estas.

La siguiente investigación tiene como objetivo explicar el procedimiento para la determinación de los parámetros necesarios para desarrollar un modelo hipoplástico de acuerdo con lo planteado por Masín [2] utilizando la arcilla caolinita, por medio de ensayos de laboratorio como lo son el ensayo de corte directo, consolidación y índices básicos.

Con los resultados obtenidos se observa que los parámetros a utilizar se determinan fácilmente con ensayos de laboratorio simples y en conclusión se observa que es un método factible de poner en práctica que a la vez es capaz de reproducir el comportamiento del suelo eficientemente desde las pequeñas deformaciones hasta su falla y que puede ser implementado en cálculos dinámicos por medio de un software de elemento finito.

Keywords

Hypoplasticity; clays; kaolin clay; constitutive model; laboratory tests; shear test; consolidation test.

Abstract

A constitutive model attempts to model the behavior of the soil. Nowadays, there are great variety of methods, one of the most well-known constitutive models is the one of Mohr Coulomb, however it doesn't take into account the nonlinear behavior of the soil, an hypoplastic model does, which it's very important in the actual practice of engineering.

The hypoplasticity is a framework that was at first developed for granular materials, but given the advantages of using such a model, Masín [2] proposed to use such model for clays, that sometimes are used in earth dams which are of great importance and such a model could allow a better understanding and modelling since it takes into account the nonlinear and hysteretic behavior.

The following investigation has as an objective to explain the procedure for the determination of the parameters needed in order to developed and hypoplastic model according to Masín [2] by using the kaolin clay, by means of laboratory tests, as the direct shear box, consolidation or oedometer and basic index test.

With the obtained results, it can be seen that the parameters to use can easily be determine by simple laboratory tests, so in conclusion it can be observed that it is a feasible method to put in

practice at the same time that that is able to reproduce efficiently the cyclic behavior of soils from small deformations to failure and which can be implemented in numerical dynamic calculations with the use of a finite element software.

Introducción

En la actual práctica de la ingeniería geotécnica se considera fundamental utilizar modelos avanzados que permitan simular el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones [1]. Para el éxito en su aplicación, estos modelos deben considerar el comportamiento no lineal e histerético del terreno, un modelo constitutivo hipoplástico que tome en cuenta la deformación intergranular es capaz de esto.

La hipoplasticidad describe el comportamiento mecánico del suelo y constituye un enfoque para el modelaje constitutivo de tipo no lineal. El comportamiento no lineal en la hipoplasticidad es modelado por medio de la dependencia de la rigidez del esfuerzo.

El modelo constitutivo hipoplástico suele describirse por medio de una sola fórmula tensorial de tipo no lineal que relaciona el esfuerzo objetivo T (Jaumann) con la tasa de deformación D : [5] [2]:

$$\dot{T} = f_s \mathcal{L} : D + f_s f_D N \|D\| \quad (1)$$

Los tensores constitutivos L y N son funciones del esfuerzo y la relación de vacíos, mientras que f_s y f_D son funciones escalares cuyo fin es expresar la influencia de la barotropía y picnotropía [8].

La teoría de hipoplasticidad fue primero desarrollada para materiales granulares y en esta se asume que los granos de suelo son agregados que conforman el llamado esqueleto granular simple, con las siguientes propiedades [5]:

1. El estado de un material granular se caracteriza por el tensor de tensiones y el índice de poros.
2. Los granos son permanentes, mantienen su tamaño y forma general durante las deformaciones.
3. La deformación del material se debe a la reordenación de los granos el cual es entendido como los desplazamientos relativos del grano, incluyendo evolución y decaimiento del contacto entre granos, así mismo no se considera la abrasión ni la rotura de los mismos.
4. La deformación bajo condiciones de contorno homogéneas es homogénea (sin localización).
5. Existen tres valores límite del índice de poros:
 - e_i el cual corresponde al valor máximo del índice de poros durante una compresión isotrópica iniciada desde un estado de densidad mínimo.
 - e_c el cual es el valor crítico del índice de poros.
 - e_d el cual corresponde al valor mínimo del índice de poros tras aplicar tensiones de corte cíclicas de pequeña amplitud.
6. El cambio en los límites de los valores del índice de poros con la presión media se denomina endurecimiento granular.
7. Los efectos viscosos pueden considerarse despreciables.

Al igual que muchos de los modelos constitutivos, el modelo hipoplástico ha tenido sus distintas variantes con el fin de mejorarlo. A pesar de que este modelo representaba eficientemente el comportamiento no lineal del suelo, no lograba hacerlo para el carácter histéretico del mismo, ya que se daban ciertos defectos al aplicar fuerza cíclicas o deformaciones con amplitudes pequeñas, la falla más notable era que se predecía una acumulación excesiva de deformación para ciclos pequeños de esfuerzo.

En 1998, Niemunis y Herle [5] propusieron una extensión de la teoría hipoplástica, en la cual proponen una nueva variable a la que denominan deformación intergranular. La deformación intergranular debe concebirse como una medida macroscópica de las microdeformaciones de la interfase entre partículas. Niemunis y Herle plantean que la deformación en un material granular se compone de: la deformación de la interfase granular y la deformación por reordenación de los granos que conforman el esqueleto sólido [5].

Así mismo, la falta de una formulación adecuada para un modelo constitutivo hipoplástico en suelos finos llevó al desarrollo del modelo propuesto por [2], en el cual este plantea un modelo hipoplástico para arcillas, cuyos parámetros pueden ser obtenidos por medio de regresiones lineales a partir de resultados de ensayos simples de laboratorio.

Para el modelo de carácter hipoplástico se requiere de cinco parámetros N , λ , κ , ϕ y r , y cinco más para tomar en consideración la deformación intergranular. Los parámetros N y λ son calibrados con base a un ensayo simple de carga y descarga isotrópica, N y λ definen la posición y forma de la línea de compresión virgen de carácter isotrópico con la formulación de acuerdo a Butterfield (1979):

$$N = \ln(1 + e) + \lambda \ln(p) \quad (2)$$

N puede ser definida como el valor del $\ln(1+e)$ para el esfuerzo normal de 1kPa. El parámetro κ determina el módulo de abultamiento o volumen para estados sobreconsolidados y viene dado como la pendiente de la descarga isotrópica cercana al estado de compresión normal y el parámetro r controla el módulo de corte [2]. Esto puede explicarse de manera gráfica con la figura 1.

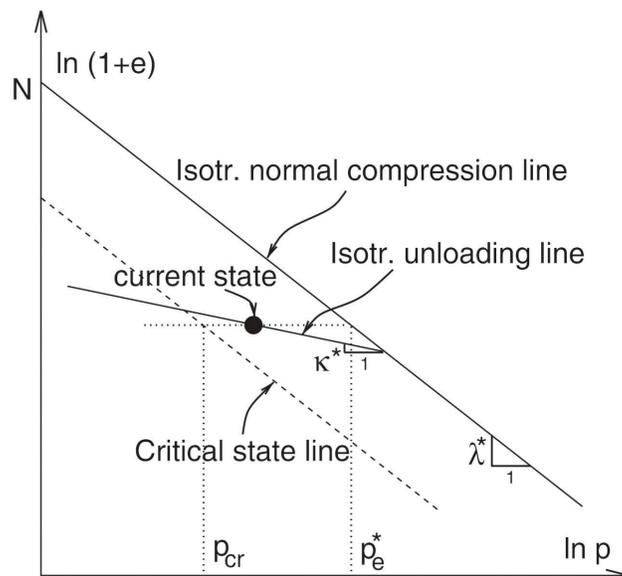


Figura 1. Definición de los parámetros N , λ y κ para el modelo hipoplástico de acuerdo con Masín [2].

Los cinco parámetros restantes para que el modelo tome en cuenta la deformación intergranular son R , βr , χ , mT y mR . El tamaño del rango en el cual el incremento de la rigidez permanece aproximadamente constante en las curvas esfuerzo-deformación puede ser identificado con la constante R . Por otra parte, mT y mR modelan el incremento de la rigidez y pueden medirse por medio de pruebas en series de esfuerzo controlado con D constante [5]. El parámetro βr influencia la evolución de la deformación intergranular y puede ser asociada con la longitud eSOM, de la sección recta d la deformación midiendo desde el punto reverso hacia el punto donde la deformación adicional se convierte en 10% de su valor después de la reversión. El parámetro χ describe la degradación de la rigidez del estado E_R al E_0 , durante deformación monotónica y dicho parámetro puede ser encontrado por medio de ensayos de laboratorio de deformación cíclica en amplitudes de deformación pequeñas y midiendo la medida del esfuerzo [5]. Esto puede ser explicado gráficamente con la figura 2.

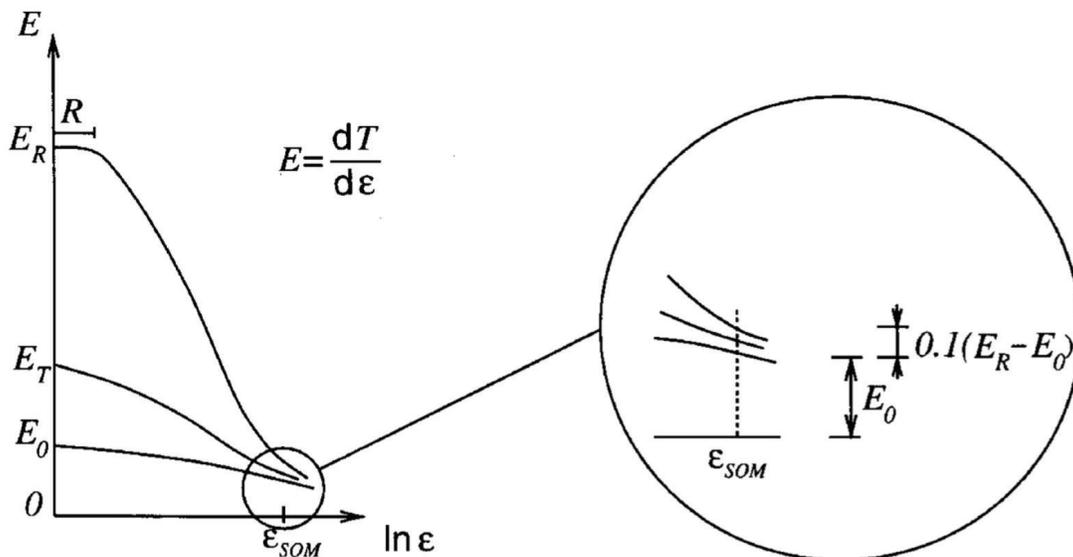


Figura 2. Definición de parámetros de la deformación intergranular con respecto a los valores característicos de rigidez [5].

En el 2014, Wegener and Herle proponen un parámetro adicional para el modelo constitutivo hipoplástico, con el fin de describir la acumulación permanente de desplazamientos o presión de poco de manera más realista. Este es el parámetro γ , el cual puede ser determinado por medio de ensayos de laboratorio triaxiales o de corte cíclico y es muy importante en el rango de las pequeñas deformaciones, para cargas monotónicas o deformaciones mayores no es tan significativo, por tanto el valor a tomar deber ser de $\gamma = \chi$ [7].

Masín [2] explica como la experiencia arroja que R , βr y χ tienen valores similares en un amplio rango de suelos, por tanto si existe falta de información o de ensayos de laboratorio apropiados se pueden utilizar ciertos valores como estándares $R = 10^{-4}$, $\beta r = 0,2$ y $\chi = 6$, además debido a la falta de experimentos de laboratorio se asume: $m_T = m_R$ [2]. Sin embargo, Wegener and Herle [7] recomiendan que los valores de βr y χ sean asumidos de la manera $\beta r = 0,3$ y $\chi = 1,0$ para una gran variedad de suelos, ya que lo recomiendan para aquellos suelos con un índice de plasticidad de 0-200% [7].

Métodos y materiales

Ensayos de laboratorio

Para la determinación de los parámetros del modelo constitutivo hipoplástico con respecto a Masín, se realizaron pruebas de laboratorio para obtener estos parámetros del suelo en estudio, el cual es la arcilla caolinita.

Ensayo de índices básicos

Inicialmente, se llevó a cabo el ensayo para la determinación del límite líquido del suelo, el cual es definido como el contenido de agua necesario en el suelo para pasar del estado líquido al plástico. En el laboratorio, el límite líquido es el contenido de agua que requiere un suelo para cerrar una ranura de 13mm a los 25 golpes en la Copa Casagrande.

Para determinar el contenido de agua a los 25 golpes, se deben realizar cuatro pruebas, todas las pruebas deben tener una cantidad de humedad que permita que la ranura se cierre entre los 15-40 golpes, así mismo para la determinación de la ecuación, dos de las pruebas deben realizarse por debajo de los 25 golpes, y las otras dos por encima. Una muestra de suelo debe ponerse en el horno por cada una de las pruebas realizadas con el fin de determinar el contenido de agua para cada paso.

Los resultados y la ecuación para determinar el límite líquido pueden observarse en la figura 3. El límite líquido obtenido para la caolinita fue de un contenido de agua de 48,37%.

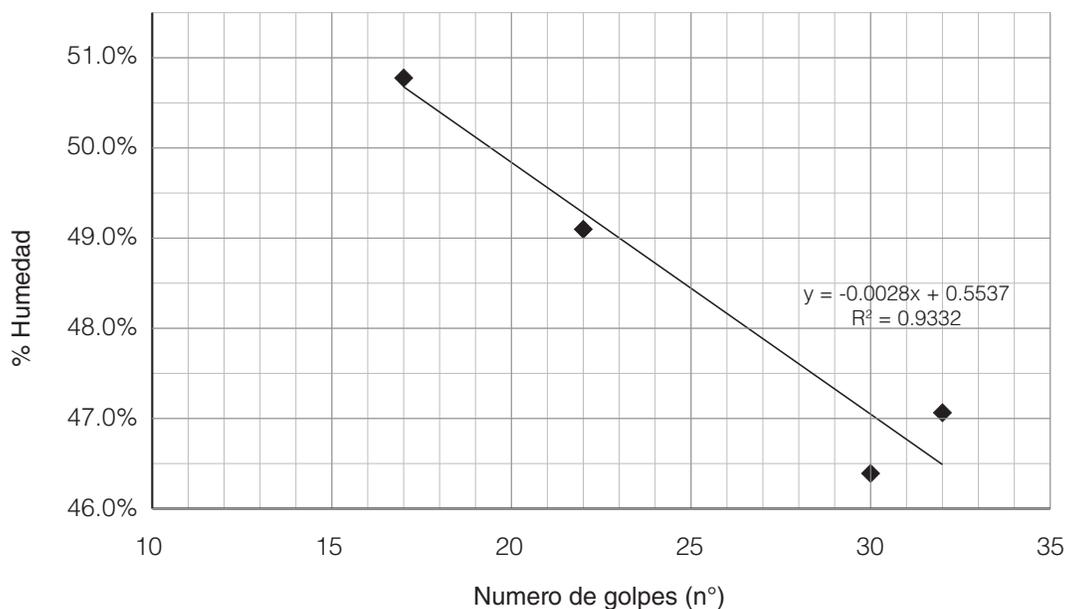


Figura 3. Determinación del límite líquido con la Copa de Casagrande a los 25 golpes con el gráfico %Humedad vs Número de golpes.

Luego se realizó el ensayo para la determinación del límite plástico, el cual es definido como el contenido de agua que requiere el suelo para pasar del estado plástico al semi-sólido, o viceversa. En el laboratorio, es el contenido de humedad necesario para que pequeños cilindros de material se desmoronen y se agrieten cuando alcancen un diámetro de 3mm. Para este ensayo se requiere de tres muestras de al menos 5 gramos cada una, las cuales después deben ser colocadas en el horno por 24 horas.

En la figura 4 se observan las muestras utilizadas durante este ensayo. Para el suelo en estudio, el límite plástico obtenido fue con un contenido de agua de 31,02%.



Figura 4. Muestras utilizadas durante ensayos de índices básicos.
(a) Determinación del límite líquido. (b) Determinación del límite plástico.

El índice de plasticidad es la diferencia entre el límite líquido y el límite plástico y está asociado con el rango de humedad en el que el suelo se comporta plásticamente, por tanto en el caso de la arcilla caolinita, el resultado obtenido fue de $IP = 48,37\% - 31,02\% = 17,35\%$.

Prueba del edómetro o consolidación

Para la prueba de consolidación, una muestra de suelo es restringida de manera lateral y cargada axialmente con incrementos totales de esfuerzo, es importante mencionar que debido a que se está utilizando una arcilla, la muestra debe permanecer saturada, por tanto, el nivel de agua debe ser verificado durante la realización de la prueba. En este caso, la muestra de caolinita fue cargada o descargada cada 24 horas al menos. Así mismo, se tomaron las medidas iniciales del espécimen con el fin de determinar sus propiedades iniciales, así como una muestra de suelo para determinar su contenido de agua. Después de terminada la prueba también se efectuaron mediciones para conocer el estado final de la muestra y su contenido de humedad.

En la cuadro 1 se muestra los datos obtenidos del ensayo de consolidación, la fuerza aplicada, el esfuerzo normal al que la muestra fue sometida, asentamiento, así mismo se presenta el cálculo de la deformación unitaria, la relación de vacíos y los logaritmos naturales de la relación de vacíos más la unidad y del esfuerzo, que fueron utilizados posteriormente para determinar los parámetros para el modelo hipoplástico.

Cuadro 1. Resultados obtenidos del ensayo de consolidación.

Fuerza (kg)	Esfuerzo normal (kPa)	Asentamiento (mm)	Deformación unitaria (mm/mm)	Relación de vacíos	$\ln(1+e)$	$\ln(\sigma)$
2,00	12,354	4,731	0,240	1,038	0,712	2,514
4,00	23,369	5,707	0,290	0,905	0,644	3,151
10,00	52,242	6,350	0,322	0,817	0,597	3,956
20,00	91,921	7,207	0,366	0,701	0,531	4,521
30,00	132,405	7,612	0,386	0,645	0,498	4,886
20,00	90,898	7,608	0,386	0,646	0,498	4,510
10,00	46,639	7,591	0,385	0,648	0,500	3,842
20,00	95,342	7,786	0,395	0,622	0,483	4,557
30,00	137,573	8,627	0,438	0,507	0,410	4,924
60,00	290,000	8,912	0,452	0,468	0,384	5,670
120,00	621,298	9,479	0,481	0,391	0,330	6,432



Figura 5. Puesto utilizado para llevar cabo el ensayo de consolidación.

Para esta prueba de laboratorio se requieren tres muestras, las cuales son medidas antes de la prueba con el fin de conocer las propiedades iniciales. Primero se lleva a cabo la consolidación y luego el corte directo, las tres muestras se cargan inicialmente de forma que generen un esfuerzo de 20kPa, 24 horas después son cargadas a 50kPa, y 24 horas después la primer muestra se encuentra lista para llevar a cabo el corte directo, mientras que las otras dos son cargadas a 100kPa, después de esto, la segunda muestra se encuentra lista para el corte directo mientras que la tercera es cargada a 150kPa y así mismo estará lista 24 horas después.



Figura 6. Puestos utilizados para la realización de los ensayos de corte directo.

En este caso, todas las pruebas de corte directo se llevaron a cabo el mismo día, con una velocidad de 0,01mm/min, una abertura de corte de 1,2 mm y un desplazamiento de corte de 12mm.

Resultados y discusión

Los resultados de la prueba de consolidación fueron los asentamientos con respecto al esfuerzo normal, de igual forma los asentamientos fueron utilizados para obtener la relación de vacíos con respecto al esfuerzo normal al que la muestra fue sometida.

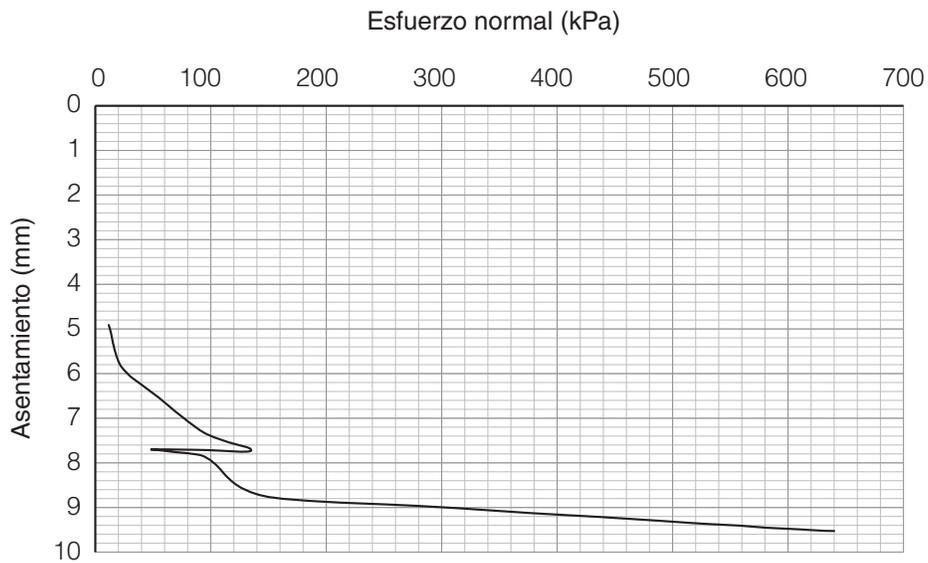


Figura 7. Asentamiento (mm) vs esfuerzo normal (kPa) para la caolinita.

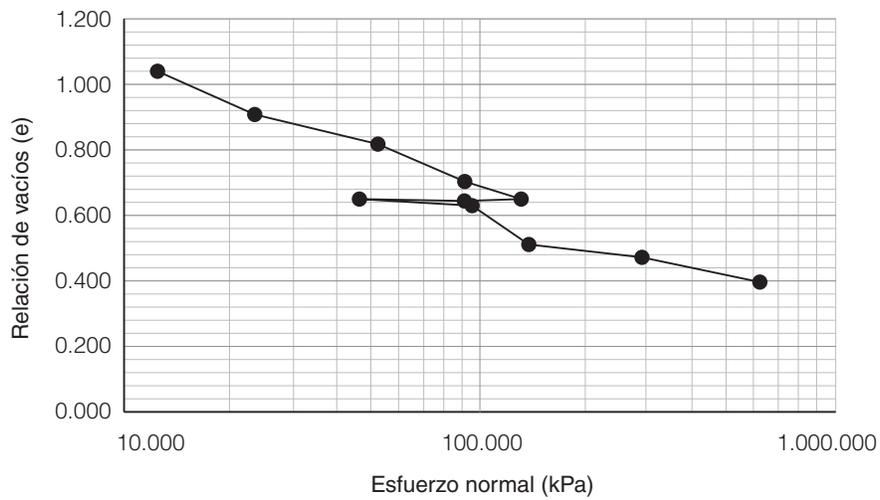


Figura 8. Relación de vacíos (e) vs esfuerzo normal (kPa).

Con el ensayo de corte, se obtuvo el esfuerzo cortante el cual es graficado con respecto a la desplazamiento cortante para cada uno de los esfuerzos normales aplicados a las muestras, es decir de 50kPa, 100kPa y 150kPa.

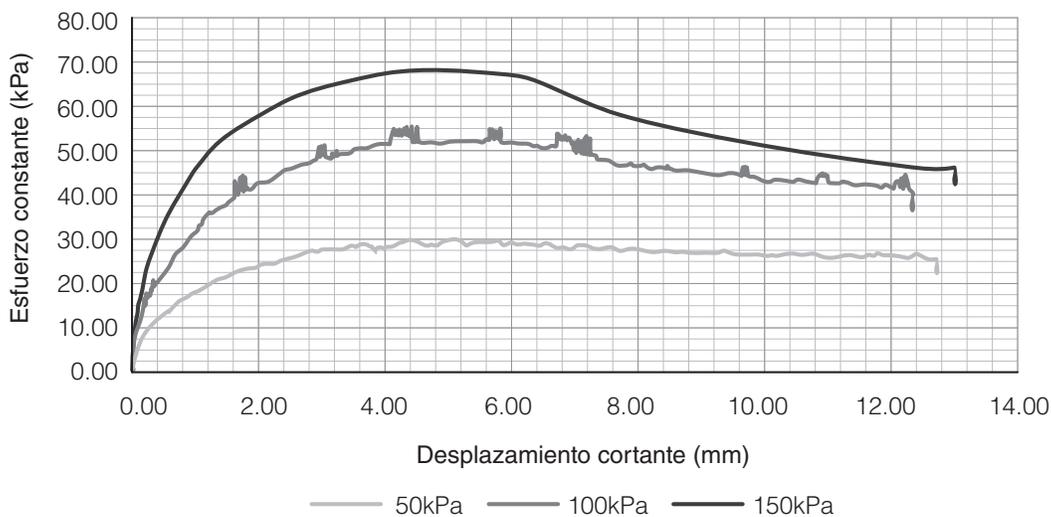


Figura 9. Esfuerzo cortante (kPa) vs desplazamiento cortante (mm) para esfuerzos normales de 50kPa, 100kPa y 150kPa.

Para la determinación de los parámetros del modelo constitutivo hipoplástico, los parámetros N , λ y κ fueron encontrados por medio de regresiones a partir del ensayo de consolidación, N y λ con los datos obtenidos durante la carga y κ con los datos obtenidos durante la descarga, esto al graficar los logaritmos naturales de la relación de vacíos más la unidad y el logaritmo natural del esfuerzo normal, de acuerdo con Masín [2].

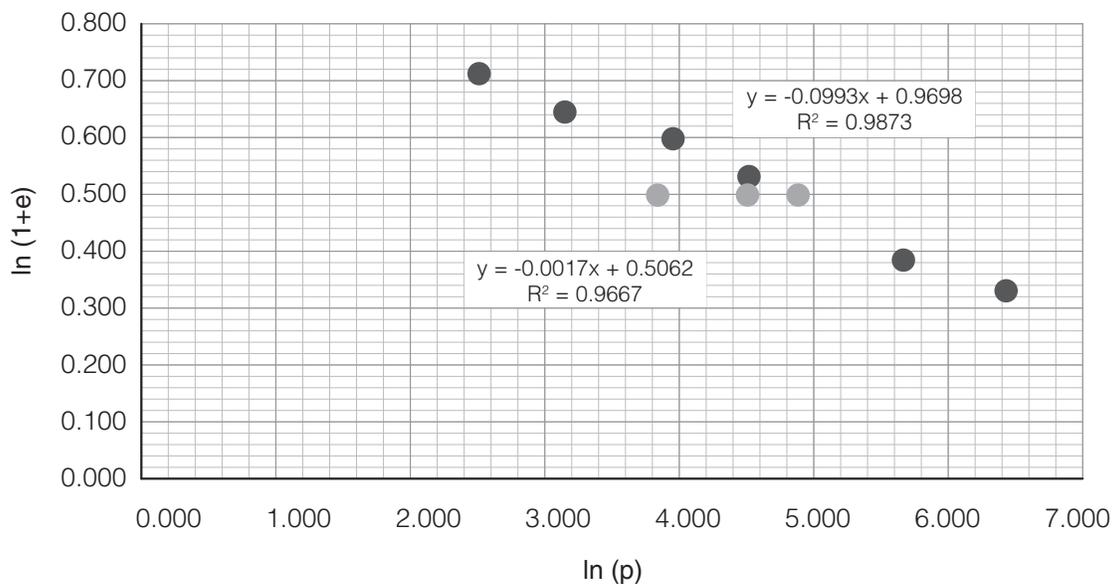


Figura 10. Determinación de los parámetros N , λ y κ para la arcilla caolinita.

Por tanto, de acuerdo con las regresiones realizadas los parámetros obtenidos para la caolinita fueron los siguientes: $\lambda = 0,999$, $\kappa = 0,0017$, $N = 0,9698$.

Por otra parte, la fuerza cortante en la mecánica de suelos está definida por la siguiente ecuación:

$$\tau_f = c + \sigma' \tan \phi \quad (3)$$

Donde:

c = cohesión

ϕ = ángulo de fricción

σ' = esfuerzo efectivo normal

Los parámetros de fuerza cortante pueden ser determinados en el laboratorio por medio de ensayos triaxiales o de corte directo, en este caso, se llevó a cabo el ensayo de corte directo mencionado anteriormente, y como las muestras fueron preparadas en el laboratorio se asume una cohesión de cero, por tanto se despeja la ecuación de la forma:

$$\tau_f = \sigma' \tan \phi \rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_f}{\sigma'} \right) \quad (4)$$

Por tanto para la determinación del ángulo de fricción se llevó a cabo una regresión lineal del esfuerzo cortante vs el esfuerzo normal, en este caso se graficaron dos casos, uno para el máximo y otro para el esfuerzo residual, de los resultados obtenidos de la figura 9. Es importante mencionar que para la determinación del ángulo de fricción para el modelo hipoplástico propuesto por Masín, se utilizan los valores residuales de la resistencia cortante. Entonces se tiene que para la caolinita el ángulo de fricción obtenido fue de $\phi = 19,73^\circ$.

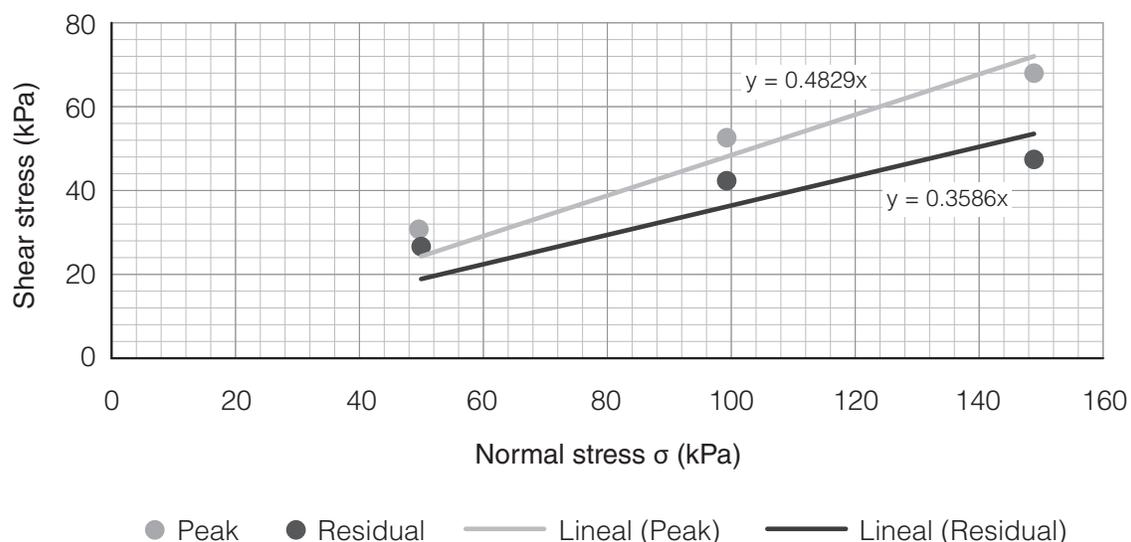


Figura 11. Determinación del ángulo de fricción a partir del gráfico esfuerzo cortante vs esfuerzo normal.

En cuanto a los parámetros para tomar en cuenta la deformación intergranular para este modelo, estos fueron tomados de una calibración anterior en otra arcilla debido a la similitud en estos valores para un gran rango de suelos. Esta otra arcilla es de China, y fue obtenida del estrato del parque de Beijing, con un límite plástico y líquido de 5% y 18% respectivamente, con

una gravedad específica de 2,70 y una densidad seca de $1,79\text{g/cm}^3$ [6]. Entonces los valores utilizados fueron: $R= 0,001$, $m_r= 4,5$, $m_T = 2,0$, $\beta r = 0,6$, $\chi = 1,0$, $\gamma = 1,0$.

Con los parámetros obtenidos, se puede llevar a cabo ahora modelaciones de carácter dinámico, al utilizar programas de elemento finito como lo es el programa Tochnog, el cual ya tiene implementadas las ecuaciones para distintos modelos constitutivos, como lo es el hipoplástico, incluyendo las variables de deformación intergranular.

El uso de modelos de elemento finito son de gran importancia y utilidad en el modelaje de distintas aplicaciones, como lo es el cálculo de estabilidad de taludes ya que con el uso de un modelo hipoplástico como el aquí explicado y de métodos numéricos se le da un enfoque más cercano a la realidad en el comportamiento del suelo. Esto se lleva a cabo fácilmente por medio de una programación con en el cual inicialmente se establecen las variables y el estado y características iniciales, se inserta la geometría del talud o presa a analizar, se definen parámetros iniciales como la densidad, la relación de vacíos, los parámetros hipoplásticos y de deformación intergranular, y se inserta una onda o los datos de aceleración de un determinado sismo para observar su comportamiento por medio de cálculos dinámicos numéricos.

Conclusiones Se observa como a pesar de que es considerado un enfoque más complicado que otros más sencillos como lo es Mohr-Coulomb, el modelo constitutivo hipoplástico es relativamente sencillo de aplicar ya que a partir de ensayos simples de laboratorio es posible calibrar las variables por medio de regresiones lineales. La implementación de un modelo hipoplástico es de gran utilidad en variedad de aplicaciones como lo es el análisis de estabilidad de taludes y permite un modelaje del comportamiento del terreno más cercano a la realidad durante la aplicación de cargas cíclicas lo cual es de gran importancia en zonas sísmicas, como lo es nuestro país.

Referencias

- [1] Hleibieh, J. (01 de 12 de 2015). Evaluation of slope stability in earth dams during earthquake. (S. Hernández, Entrevistador)
- [2] Masín, D. (2005). A hypoplastic constitutive model for clay. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL AND ANALYTICAL METHODS IN GEOMECHANICS*, 311–336. Recuperado el 20 de 11 de 2015, de <http://www.interscience.wiley.com>
- [3] Masín, D. (2006). A hypoplastic constitutive model for clays with meta-stable structure. *Canadian Geotechnical Journal*. Recuperado el 08 de 01 de 2016, de https://www.researchgate.net/publication/233713697_A_hypoplastic_constitutive_model_for_clays_with_meta-stable_structure
- [4] Niemunis, A. (01 de 2002). *Extended hypoplastic models for soils*. Recuperado el 06 de 01 de 2016, de <http://www.pg.gda.pl/~aniem/pap-zips/Hab-19-12-2002.pdf>
- [5] Niemunis, A., & Herle, I. (1998). *Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range*. Vancouver, Canada: 13th World Conference on Earthquake Engineering.
- [6] Wang, L., Zhang, G., & Zhang, J.-M. (2011). Centrifuge model tests of geotextile-reinforced soil embankments during an earthquake. *Elsevier*, 222-232.
- [7] Wegener, D., & Herle, I. (2014). Prediction of permanent soil deformations due to cyclic shearing with a hypoplastic constitutive model. Ernst & Sohn: Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, 113-122.
- [8] Weifner, T. (2006). *Review and Extension of Hypoplastic Equations*. (D. Kolymbas, Ed.) Berlin: Logos Verlag.