

# Diseño e implementación del sistema de diagnóstico de fallos usando redes de petri interpretadas y coloreadas

Design and implementation of the fault diagnostic system using interpreted and colored petri net

Luis Diego Murillo-Soto<sup>1</sup>

---

*Fecha de recepción: 17 de abril de 2017*

*Fecha de aprobación: 15 de julio de 2017*

Murillo-Soto, L. Diseño e implementación del sistema de diagnóstico de fallos usando redes de petri interpretadas y coloreadas. *Tecnología en Marcha*. Vol. 31-1. Enero-Marzo 2018. Pág 3-21.

DOI: 10.18845/tm.v31i1.3493



<sup>1</sup> Escuela de Ingeniería Electromecánica. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Costa Rica. Correo electrónico: [lmurillo@itcr.ac.cr](mailto:lmurillo@itcr.ac.cr)

## Palabras clave

Diagnosticador de fallos; redes de Petri coloreadas; redes de Petri interpretadas.

## Resumen

Este trabajo muestra el diseño e implementación de un sistema de diagnóstico de fallos para un sistema hidráulico que presenta simetría en su diseño. El sistema de diagnóstico utiliza los comandos del controlador y las señales de los sensores para diagnosticar once fallos individuales o algunas combinaciones. El trabajo expone la metodología para diseñar el diagnosticador, la cual consiste de ocho etapas que buscan la extracción de información del modelo base del sistema hidráulico. Como modelo base se utiliza una red de Petri interpretada para discretizar por eventos el sistema. Por otra parte, el modelo del diagnosticador se deriva en un nuevo tipo de red de Petri coloreada que permite que esta sea independiente del controlador del sistema hidráulico lo que implica que pueda ser implementado en un computador externo y realizar diagnósticos en tiempo real; en este caso la implementación del diagnosticador fue realizada con el lenguaje LabView de NI. Una característica del diagnosticador es que su modelo permite ser escalado sin mayor esfuerzo a sistemas de gran tamaño que presentan simetría en su estructura, ya que cada nuevo subsistema que se incorpora al sistema original no altera el diseño del diagnosticador. Tampoco altera las matrices ni vectores utilizados, pues el nuevo subsistema se incorpora como “colores” o copias del subsistema base seleccionado.

## Keywords

Fault diagnoser; colored Petri nets; interpreted petri nets.

## Abstract

This work shows the design and implementation of a fault diagnosis system for a hydraulic system that presents symmetry in its design. The diagnostic system uses the controller commands and signals from the sensors to diagnose eleven individual faults or some combinations. The paper presents the methodology for designing the diagnoser, which consists of eight steps that seek the extraction of information from the model base of the hydraulic system. As a base model we use a Petri net interpreted to discretize by events the system. On the other hand, the model of the diagnose is derived in a new type of colored Petri net that allows it to be independent of the controller of the hydraulic system, which implies that it can be implemented in an external computer and perform diagnoses in real time. The implementation of the diagnoser was done with NI LabView language. A characteristic of the diagnoser is that its model allows to be scaled without great effort to large systems that present symmetry in its structure, since each new subsystem that is incorporated to the original system does not alter the design of the diagnostician system. It also does not alter the matrix or vectors used because the new subsystem is incorporated as “colors” or copies of the selected base subsystem.

## Introducción

Las redes de Petri (RdP) son un formalismo matemático utilizado para modelar procesos concurrentes, debido a su capacidad para representar múltiples estados de forma compacta, además que permiten el análisis estático y dinámico de los procesos modelados. Este formalismo es utilizado para el modelado, simulación y análisis de procesos de manufactura

[1] y automatización [2] entre otros. Este trabajo utiliza una subclase de RdP coloreadas llamada Red de Petri Coloreada Temporizada para el Diagnóstico y Recuperación de Fallos (RdPCTpDRF) propuesta en [3] para el desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallos en sistemas que presentan simetría en su topología.

### Redes de Petri

En esta sección se muestra la teoría necesaria para la comprensión del modelo de diagnóstico que se diseñara más adelante. De acuerdo con [4] se define una red de Petri (RdP) como una quintupla:

$$RdP = (P, T, I, O, M_0) \quad \text{Ec. 1}$$

Dónde  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  es el conjunto finito de vértices llamados lugares representados gráficamente por círculos,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  es el conjunto finito de vértices llamados transiciones, representados por barras,  $I: P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , es la función que define el conjunto de arcos dirigidos de  $P$  hacia  $T$  y sus respectivos pesos.  $O: P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , es la función que define el conjunto de arcos dirigidos de  $T$  hacia  $P$  y sus respectivos pesos.  $M_0: P \rightarrow \mathbb{N}$ , representa el marcado inicial de la red y se indican como puntos dentro de los círculos. Para la RdP se cumple que  $P \cap T = \emptyset$  y  $P \cup T \neq \emptyset$ . Alternativamente se indica la  $RdP = (G, M_0)$ , dónde  $G$  es la cuádrupla  $(P, T, I, O)$  conocida como estructura de la red. Adicionalmente, al conjunto de marcas alcanzables de una RdP a partir del marcado inicial  $M_0$  y el disparo de transiciones habilitadas, se denota como  $R(G, M_0)$ .

### Redes de Petri Interpretadas

Una red de Petri interpretada (RdPI) es una extensión de las redes de Petri binarias que permiten modelar si los nodos lugar son observables y si las transiciones son manipulables. Las siguientes definiciones provienen de los trabajos [5], [6] :

$$Q = (G, \Sigma, \lambda, \varphi) \quad \text{Ec. 2}$$

Donde  $G$  es la estructura de una red de Petri clásica,  $\Sigma = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$  es el alfabeto de la red, donde  $\alpha_i$  es el símbolo de entrada,  $\lambda: (T) \rightarrow \Sigma \cup \{\epsilon\}$  es una función de etiquetado de las transiciones, donde  $\epsilon$  representa un evento interno del sistema.  $\varphi: R(Q, M_0) \rightarrow (\mathbb{Z}^+)^q$  es la matriz de salida de dimensión  $q \times n$ , que mapea cada posible marcado de la red  $R(Q, M_0)$ , a un vector de salida  $y_k$  de dimensión  $q \times 1$ .

La ecuación dinámica para una RdPI se muestra a continuación:

$$M_{k+1} = M_k + C u_k, \quad y_k = \varphi M_k \quad \text{Ec. 3}$$

Donde  $u_k$  es el vector de disparo,  $C$  es la matriz de incidencia,  $\varphi$  es la matriz de salida,  $y_k$  es el vector de observación y  $M_k, M_{k+1}$  son los vectores que definen el marcado actual y el marcado siguiente.

Una RdPI con ventanas de tiempo (RdPIVT) se definen en [7] como una 3-tupla:

$$F = (Q, H^-, H^+) \quad \text{Ec. 4}$$

Donde  $Q$  es una RdPI con marcado inicial  $M_0$ ,  $H^-: T \rightarrow \mathbb{R}^+$  es una función que asocia a cada transición un número real positivo el cual representa el disparo temprano de una transición

después de su habilitación,  $H^+: T \rightarrow \mathbb{R}^+$  es una función que asocia a cada transición un número real positivo que representa el disparo tardío de una transición después de su habilitación.

### Diagnosticabilidad en RdPI

En esta sección se aborda la diagnosticabilidad de las redes de Petri interpretadas, para tal fin es necesario realizar las siguientes definiciones tomadas de [7].

#### Definición 1.1

*Se dice que un fallo permanente ocurre cuando una tarea deja de ejecutarse en el sistema y éste alcanza un estado del cual no puede recuperarse.*

#### Definición 1.2

*Para una RdPIVT, una falta intermitente se considera en el sistema cuando una tarea se ejecuta fuera de su ventana de tiempo establecida. El sistema que experimenta ese tipo de fallos continuará su trabajo, ya que el fallo desaparece después de un tiempo determinado.*

#### Definición 1.3

*Un fallo de control representa el disparo de la transición  $t_i^c$  que existe en el comportamiento normal del sistema, pero que debe ser evitado por el sistema de control. La transición  $t_i^c$  no las manipula el controlador, entonces  $\lambda(t_i^c) = \varepsilon$ .*

Una RdPI se puede analizar para saber si es diagnosticable entrada-salida, mediante los siguientes teoremas tomados de [8]:

#### Teorema 1.1

*Una RdPI viva dada por  $(Q, M_0)$  es evento detectable si y sólo si:*

1.  $\forall t_i, t_j \in T$  tal que  $\lambda(t_i) = \lambda(t_j)$  ó  $\lambda(t_i) = \varepsilon$  se cumple que  $\varphi C(\bullet, t_i) \neq \varphi C(\bullet, t_j)$  y
2.  $\forall t_k \in T$  se cumple que  $\varphi C(\bullet, t_k) \neq 0$ .

#### Teorema 1.2

*Sea  $(Q, M_0)$  una RdPI diseñada por el método que aparece en [9] y [10], tal que la RdPI sea viva, fuertemente conexa y evento-detectable. Sea  $\{y_1, y_2, \dots, y_r\}$  el conjunto de T-invariantes de  $(Q, M_0)$  y  $T^F$  el conjunto de transiciones que llevan a marcados de fallo. Si  $\forall p_i^N \in P^R$  las siguientes condiciones se cumplen:*

1.  $\forall r, \exists j y_r(j) \geq 1$  donde  $t_j \in (p_i^N) \bullet \cap T^R$
2.  $\forall t_k \in (p_i^N) \bullet - T^F, \bullet(t_k) = p_i^N$  y  $\lambda(t_k) \neq \varepsilon$

Entonces la RdPI  $(Q, M_0)$  es diagnosticable entrada-salida para fallos permanentes.

### Diagnosticador reducido de un lugar

En [7] se mejora el proceso de obtención de los sistemas de diagnóstico centralizados y se expone una nueva forma de obtener los diagnosticadores reducidos de uno o varios lugares. Para el caso de un diagnosticador de un lugar, se define la matriz de incidencia del diagnosticador  $C^d$  como:

$$C^d = B^T \varphi^N C \quad \text{Ec. 5}$$

Donde  $C$  es la matriz de incidencia del sistema,  $\varphi^N$  es la matriz de salida del sistema y  $B^T$  es un vector de entradas no negativas de tamaño  $q \times 1$ , tal que  $q$  significa cantidad de lugares medibles. El vector  $B^T$  se calcula de forma polinómica de la siguiente manera:

$$B^T = [b^0 \quad b^1 \quad \dots \quad b^{q-1}] \quad \text{Ec. 6}$$

donde,  $b = 2 \left( \max \left( \text{abs}(c_{ij}) \right) \right) + 1$ ,  $c_{ij}$  es un elemento dentro de  $C$ . El marcado inicial del diagnosticador  $M_0^d$  se calcula ahora como:

$$M_0^d = B^T \varphi M_0 \quad \text{Ec. 7}$$

El  $k$ -ésimo error se calcula como:

$$e_k = M_k^d - B^T \varphi M_k \quad \text{Ec. 8}$$

El algoritmo expuesto en [7] para el diagnóstico determina el fallo cuando el error es distinto de cero. El valor obtenido del error se busca en las columnas del vector  $C^d$ , y dado que en este vector columna los campos son distintos ente sí, se habrá localizado la transición en donde ocurrió el fallo dentro de la RdPI.

El artículo presenta en adelante siete secciones, la sección 2 y 3 muestra las nuevas definiciones para simetría en RdPI y la definición del sistema de diagnóstico centralizado coloreado. La sección 4 muestra el banco de pruebas construido. La sección 5 muestra la aplicación de la metodología de diseño al sistema hidráulico construido. La sección 6 muestra la implementación del sistema de diagnóstico. La sección 7 y 8 muestra resultados y conclusiones del trabajo.

## Simetría en el modelo del sistema

El método que se propone para el diseño de diagnosticadores de fallos, utiliza la simetría de la planta para eliminar información redundante. En esta sección se define en el contexto de RdPI, lo que se va a entender por planta completamente simétrica y planta simétrica.

Sea  $Q$  una RdPI definida por la Ec. 2 que modela una planta sin fallos construida con el método [9] o [10]. La metodología genera módulos  $\mathfrak{M}_i$  desde  $i = 1, 2, \dots, k$  que al unirse por composición sincrónica ( $\parallel$ ) o permisiva ( $\diamond$ ) describen el comportamiento de una planta. En adelante cuando se hable de sistema se refiere al modelo de la planta realizado con RdPI.

### Definición 2.1

Para una sistema  $Q$  que posee  $k$  módulos, la unión de uno o más módulos  $\mathfrak{M}_i$  hasta un máximo de  $k-1$  por cualquier tipo de composición ya sea por  $\{\parallel, \diamond\}$  se le llamará subsistema  $S$ .

La definición anterior se representa matemáticamente de la siguiente forma:

$$S = \Psi_{i=1}^{\max(k-1)} \mathfrak{M}_i \quad \text{Ec. 9}$$

Para el contexto de las RdPI y del presente trabajo, se va a entender que un subsistema  $S_i$  es idéntico a otro  $S_j$ , es decir  $S_i \equiv S_j$  si los subsistemas modelan subfenómenos independientes que poseen igual dinámica, que son controlados con comandos distintos pero de significado equivalente y la observación se realiza en los nodos lugar equivalentes con el mismo tipo de sensores.

### Definición 2.2

Dos subsistemas  $S_i$  y  $S_j$  son idénticos entre sí,  $S_i \equiv S_j$  si y sólo si se cumplen los siguientes requisitos:

- Las dimensión de los subvectores de entrada son iguales,  $size(u^{S_i}) = size(u^{S_j})$ .
- La dimensión de los subvectores de salida son iguales, iguales,  $size(y^{S_i}) = size(y^{S_j}) = p$
- La dimensión de las submatrices de incidencia son iguales, iguales,  $size(C^{S_i}) = size(C^{S_j})$
- La posición  $k$  de los subvectores de entrada deben poseer significados semejantes,  $SIG[u^{S_i}(k)] \sim SIG[u^{S_j}(k)]$ .
- El significado de la posición  $k$  de los subvectores de salida poseen sentidos semejantes,  $SIG[y^{S_i}(k)] \sim SIG[y^{S_j}(k)]$ .
- Las submatrices de incidencia deben ser iguales, es decir, igualdad entre elementos en la misma posición,  $C^{S_i}(l, m) = C^{S_j}(l, m)$ .

### Definición 2.3

Un subsistema  $S_i$  es único, cuando no es idéntico a cualquier otro subsistema  $S_j$  y se representa como  $S_i \not\equiv S_j$ .

### Definición 2.4

Un sistema  $Q$  es completamente simétrico si y sólo si, se representa como la unión de dos o más subsistemas idénticos  $S_i$ .

$$Q^{\diamond} \Leftrightarrow \bigcup_{j=\{2, \dots, n\}} S_{i_j} \quad \text{Ec. 10}$$

### Definición 2.5

Un sistema es  $Q$  es simétrico, si y sólo si, se representa como la unión de dos o más subsistemas idénticos  $S_i$  y un subsistema único  $S_u$ . La relación entre subsistemas idénticos  $S_i$  y el subsistema único  $S_u$  se permite solamente por composición permisiva<sup>2</sup>.

$$Q^{\diamond} \Leftrightarrow \left( \bigcup_{j=\{2, \dots, n\}} S_{i_j} \right) \diamond S_u \quad \text{Ec. 11}$$

## Subsistema base

Con el fin de eliminar información redundante en sistemas completamente simétricos  $Q^{\diamond}$  o simétricos  $Q^{\diamond}$ , se plantea la obtención de un subsistema base  $Q^{Sb}$  con la información esencial de la planta. Esto implica que la complejidad para el cálculo del diagnosticador con la Ec. 5 se reduce. La información condensada de la planta se sintetiza en un nuevo concepto que se define a continuación:

### Definición 2.6

Para un sistema normal  $Q^N$  que es completamente simétrico  $Q^{\diamond}$ , el subsistema base es una sub red de Petri interpretada  $Q^{Sb}$ , que posee la misma información que un subsistema idéntico  $S_i$ . Esto es.  $Q^{Sb} = S_i$ .

2 La composición permisiva se observa de forma gráfica en las RdPI como arcos dobles entre lugares y transiciones.

Al analizar la ecuación de estados para sistemas completamente simétricos  $Q^{\diamond}$  descritos por Ec. 10, se logra extraer las submatrices y subvectores que conforman las ecuaciones del subsistema base, quedando de la forma:

$$M_{k+1}^{Si} = M_k^{Si} + C^{Si}u_k^{Si}, y_k^{Si} = \varphi^{Si}M_k^{Si} \quad \text{Ec. 12}$$

#### Definición 2.7

Para un sistema normal  $Q^N$  que es simétrico  $Q^{\diamond}$ , el subsistema base es una sub red de Petri interpretada  $Q^{Sb}$  que se compone de forma permisiva entre un subsistema idéntico  $Si$  y el subsistema único  $Su$ . Esto es:  $Q^{Sb} = Si \diamond Su$ .

Esto significa que la ecuación de estados para sistemas simétricos  $Q^{\diamond}$  que se describen por la Ec. 11 queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} M_{k+1}^{Si} \\ M_{k+1}^{Su} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_k^{Si} \\ M_k^{Su} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C^{Si} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C^{Su} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k^{Si} \\ u_k^{Su} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_k^{Si} \\ y_k^{Su} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^{Si} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \varphi^{Su} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_k^{Si} \\ M_k^{Su} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 13}$$

Las ecuaciones Ec. 12 y Ec. 13 se representan en términos del subsistema base como:

$$M_{k+1}^{Sb} = M_k^{Sb} + C^{Sb}u_k^{Sb}, y_k^{Sb} = \varphi^{Sb}M_k^{Sb} \quad \text{Ec. 14}$$

Donde  $C^{Sb}$  es la matriz de incidencia del subsistema base,  $\varphi^{Sb}$  es la matriz de salida del subsistema base,  $u_k^{Sb}$  y  $y_k^{Sb}$  son los vectores de entrada y salida al subsistema base  $Q^{Sb}$ .

#### Información de diagnóstico

En el contexto de subsistemas completamente simétricos y simétricos, el vector  $B$  de la Ec. 6 se calcula de forma similar, pero la cantidad total de lugares medibles de la red  $q$  se descompone de la siguiente forma:

$$q = \begin{cases} n \cdot p^{Si} & \text{si } Q^{\diamond} \\ (n-1) \cdot p^{Si} + p^{Su} & \text{si } Q^{\diamond} \end{cases} \quad \text{Ec. 15}$$

donde  $p^{Si}$  se refiere a la cantidad de sensores de un sistema idéntico,  $p^{Su}$  se refiere a la cantidad de sensores del subsistema único y  $n$  es la cantidad de subsistemas en la red.

El subsistema base tendrá  $q^{Sb}$  sensores, y estos se calculan de la siguiente forma:

$$q^{Sb} = \begin{cases} p^{Si} & \text{si } Q^{\diamond} \\ p^{Si} + p^{Su} & \text{si } Q^{\diamond} \end{cases} \quad \text{Ec. 16}$$

Por lo tanto, al utilizar la Ec. 6 del vector de diagnóstico  $B$ , con la cantidad de sensores del subsistema base Ec. 16, se obtienen lo que se llamará vector de diagnóstico del subsistema base  $BSb$ , el número base  $b$  se calcula de igual forma que en la ecuación original:

$$(B^{Sb})^T = [b^0 \quad b^1 \quad \dots \quad b^{q^{Sb}-1}] \quad \text{Ec. 17}$$

Una vez calculado el vector  $B^{Sb}$ , se puede calcular la matriz de incidencia del diagnosticador para el sistema base  $C_d^{Sb}$ . Para el cálculo de esta matriz de incidencia se alimenta la Ec. 5 con la matriz de incidencia del subsistema base  $C^{Sb}$  y la matriz de salida del subsistema base  $\varphi^{Sb}$  quedando de la siguiente forma:

$$C_d^{Sb} = (B^{Sb})^T \varphi^{Sb} C^{Sb} \quad \text{Ec. 18}$$

El marcado inicial se calcula de igual forma que la Ec. 7, solamente se substituyen las matrices originales por las submatrices del subsistema base como en el caso anterior.

### Modelo del diagnosticador

Se propone un nuevo tipo de red que se llamará Red de Petri Coloreada Temporizada para el Diagnóstico y Recuperación de Fallos (RdPCTpDRF) con la finalidad de establecer un modelo de la estructura y funciones del Diagnosticador Centralizado Coloreado (DgCC), la figura 1 muestra el esquema general del modelo, el modelo detallado se encuentra en [3].

#### Definición 3.1

Una red de Petri coloreada temporizada para el diagnóstico y recuperación de fallos es una tupla de la forma,  $RdPCTpDRF = (P, T, Y, Y, \Lambda, \Delta, A, \Pi, M_d, V, C, G, E, I)$

Donde el conjunto  $P = \{p_D, p_F, p_R\}$  se compone del lugar para la detección  $p_D$ , el lugar para el diagnóstico del fallo  $p_F$  y el lugar para la recuperación del fallo  $p_R$ , estos lugares son temporizados. El conjunto  $T = T_I \cup T_E$ , donde  $T_I$  es el subconjunto de transiciones internas del diagnosticador y  $T_E$  es el subconjunto de transiciones externas al diagnosticador, estas transiciones son de dos tipos,  $T_C$  representa los comandos enviados por el controlador y  $T_S$  son las transiciones que representan vectores de salida del subsistema base. El conjunto ípsilon  $Y = \{v_1, v_2, \dots, v_i\}$  representa el alfabeto de entrada al diagnosticador, donde  $v_i$  representa el  $i$ -ésimo comando del controlador enviado a la planta. El conjunto  $Y = \{y_1^{Sb}, y_2^{Sb}, \dots, y_k^{Sb}\}$  representa los vectores booleanos para las distintas combinaciones del vector de salidas del subsistema base  $Q^{Sb}$ . La forma en que se calcula es  $y_k^{Sb} = \varphi^{Sb} M_k^{Sb}$  donde  $M_k^{Sb}$  es el  $k$ -ésimo marcado del subsistema base. La cantidad de vectores se determina por las combinaciones de la salidas, por lo que habrá no más de  $2^{(q^{Sb})}$  donde  $q^{Sb}$  representa la cantidad de sensores del subsistema base. Lambda es una función de etiquetado sobre las transiciones de control  $T_C$ , es decir  $\Lambda: T_C \rightarrow Y, \forall t_i, t_j \in T_C$ , se cumple que  $\lambda(t_i) \neq \lambda(t_j)$ . La función delta  $\Delta: T_S \rightarrow Y, \forall t_i, t_j \in T_S$  realiza el etiquetado sobre las transiciones  $T_S, \forall t_i, t_j \in T_S$ , se cumple que  $\Delta(t_i) \neq \Delta(t_j)$ . El conjunto de arcos dirigidos se representa como  $A \subseteq P \times T \cup T \times P$ . El conjunto de colores del sistema es  $\Pi = \Pi_D \cup \Pi_{FyR}$ , y se conforma por la unión del subconjunto  $\Pi_D$  que representa los colores para la detección y el subconjunto  $\Pi_{FyR}$  que representa los colores para el diagnóstico y recuperación de fallos.

El conjunto  $M_d$  reúne los vectores y matrices que contienen la información necesaria para el cálculo de los fallos en los  $j$  subsistemas base, donde  $M_d = \{B^{Sb}, C_d^{Sb}, \varphi^{Sb} C^{Sb}, t_c, H^j, DiagFallo\}$ , donde:

- $B^{Sb}$  es el vector de diagnóstico del subsistema base  $Q^{Sb}$ , con dimensión  $q^{Sb} \times 1$ .
- $C_d^{Sb}$  es un vector que define el diagnosticador para el subsistema base  $Q^{Sb}$  y tiene una dimensión  $1 \times m$  en donde  $m$  representa los eventos detectables.





$Tipo[E(a)] = C(p)_{TMS}$ . La función de inicialización se denota como  $I:P \rightarrow EXP$  y asigna a cada lugar  $p$  el marcado de inicio.

### Método de diseño del diagnosticador centralizado coloreado

La definición anterior de RdPCTpDRF permite el diagnóstico y la recuperación de fallos en una planta de eventos discretos que se modela como una RdPI y que posee una topología con simetría. Para poder aplicar el diagnosticador es necesario realizar los siguientes pasos:

1. Modelar el sistema como una RdPI según el método expuesto en [9].
2. Determinar si la RdPI presenta simetría en el sentido de las Ec. 10 o Ec. 11.
3. Determinar el sistema de ecuaciones del subsistema base, según la Ec. 14.
4. Definir los conjuntos de fallas permanentes, intermitentes y de control de la planta.
5. Determinar si el subsistema base  $Q^{sb}$  es evento detectable entrada-salida aplicando el teorema 2.1.
6. Determinar si las fallas definidas son diagnosticables entrada-salida aplicando el teorema 2.2 al subsistema base  $Q^{sb}$ .
7. Determinar la información de diagnóstico para el subsistema base. Esto consiste en calcular el vector de diagnóstico del subsistema base  $B^{sb}$  con la Ec. 17. Además de identificar las transiciones de control, los fallos de control y construir el vector  $t_c$ . Además se debe identificar las ventanas de tiempo para los fallos intermitentes y construir la matriz  $H^j$  que almacena los tiempos.
8. Determinar la cantidad de colores en el diagnosticador. Este tendrá tantos colores  $j$  (copias del subsistema base) como cantidad de sistemas idénticos en el sentido de la definición 3.2.

Con los pasos anteriores se estaría definiendo completamente el diagnosticador Centralizado Coloreado (DgCC) para cualquier planta que cumpla los criterios de simetría, evento detectabilidad entrada-salida y diagnosticabilidad entrada-salida.

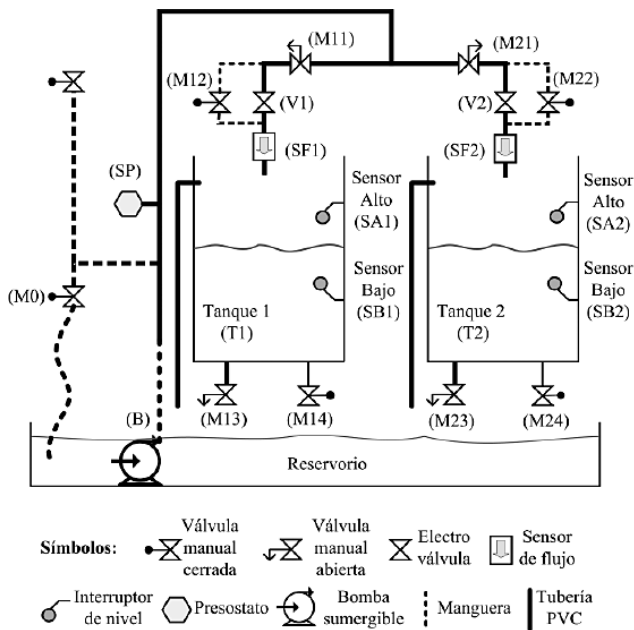
### Banco de pruebas: Sistema hidráulico y controlador

El esquema para el sistema de bombeo y almacenamiento de agua se muestra en la figura 2. Esta planta consta de una moto-bomba sumergible marca ACTIVE AQUA, modelo AAPW800 de 800 galones por hora con presión máxima de 4.1 PSI, dos tanques de almacenamiento de agua con capacidad de 20 litros cada uno y un reservorio de 80 litros, así como dos electroválvulas BACOENG del tipo normalmente cerradas, de 1/2 pulgada rosca NPT, alimentadas a 110 V AC. Adicionalmente el sistema posee seis válvulas manuales marca AMANCO, tipo bola PVC de 1/2 pulgada y cuatro válvulas de regulación marca LITTLE FISHIES modelo ATL5445W de 1/2' pulgada. Existen interruptores para inicializar o apagar el sistema, así como para simular las fallas del sistema. La figura 3 muestra el sistema construido y en la parte superior de la imagen se observa el tablero de control.

En cuanto a los sensores instalados existen cuatro interruptores de nivel basados en efecto Hall marca URBEST, un presostato marca ALLIED INNOVATIONS tipo SPDT de 0 a 5 PSI con rosca de 1/8 pulgada NPT y dos sensores de flujo marca ADAFRUIT, modelo ADA-828 de 1/2 pulgada NPT alimentados a 5 V CD. Para controlar el sistema hidráulico se utilizó la plataforma de desarrollo Arduino MEGA 2650 y se le incorporó un módulo de ocho relés marca ELEGOO, cada relé maneja cargas de hasta 10 A a un voltaje de 250 V AC.

## Generación de los Fallos

El banco de pruebas permite con válvulas manuales e interruptores eléctricos emular el fallo que puede ocurrir en electroválvulas o en la bomba de agua. La figura 4 muestra que si se cierra la válvula manual Mx1 que está normalmente abierta emula un bloqueo en la electroválvula. De igual forma al abrir la válvula Mx2 que esta normalmente cerrada se emula un bloqueo en estado abierto de la electroválvula. Ambas acciones la de cerrar Mx1 o la de abrir Mx2 deben ser mutuamente exclusivas. Los interruptores eléctricos Ia y Ib se colocaron en serie y paralelo al relé de control de la bomba con lógica similar. El cuadro 1 muestra los fallos que se pueden generar manipulando las válvulas del banco de pruebas de la figura 2.



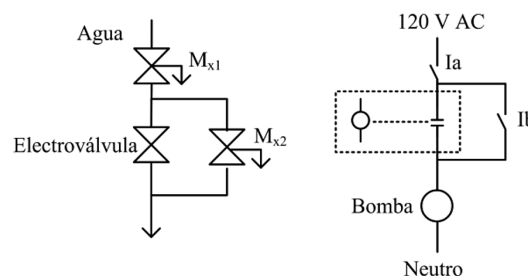
**Figura 2.** Esquema hidráulico del sistema construido



**Figura 3.** Fotografía frontal del banco de pruebas construido

## Diseño del Diagnosticador DgCC del banco de pruebas

En esta sección se presenta un resumen del diseño del DgCC para el sistema hidráulico presentado. El DgCC requiere que se calcule los vectores de diagnóstico  $B^{Sb}$ , la matriz de incidencia del subsistema base  $C^{Sb}$ , los vectores de control, la matriz  $H^I$ , entre otros. A continuación se presentan los 8 pasos de la metodología de diseño presentada en la sección 3.1.



**Figura 4.** Implementación de los bloqueos en la electroválvula y en la bomba.

**Cuadro 1.** Fallos del sistema hidráulico de la figura 1

Elemento	Descripción del fallo
M0	Bomba opera con baja presión
M11	Bloqueo en estado cerrado de la EV, V1
M12	Bloqueo en estado abierto de la EV, V1
M13	Obstrucción de tubería de salida del tanque 1
M14	Fuga de agua en el tanque 1
M21	Bloqueo en estado cerrado de la EV, V2
M22	Bloqueo en estado abierto de la EV, V2
M23	Obstrucción de tubería de salida del tanque 2
M24	Fuga de agua en el tanque 2
la	Apagado de la bomba en operación
lb	Bomba no responde al comando de apagado

### *Paso 1. Modelar la planta*

El método de diseño propuesto en [9] y [10] se enfoca en identificar los módulos<sup>3</sup> del sistema y establecer las relaciones funcionales y lógicas entre dichos objetos.

El sistema hidráulico representado en la figura 2 posee dos electroválvulas {V1, V2}, dos tanques {T1, T2} y una bomba B. Cada electroválvulas poseen dos estados: abierto y cerrado, igualmente la bomba de agua posee dos estados: presión y sin presión. Finalmente el nivel de los tanques se discretiza en tres estados: vacío, medio y alto. Luego, para cada estado se le asigna un nodo lugar, de esta forma los componentes anteriores poseen los siguientes lugares:

$$V1 = \{p_{11}, p_{12}\}, V2 = \{p_{21}, p_{22}\}, T1 = \{p_{13}, p_{13}, p_{15}\}, T2 = \{p_{23}, p_{23}, p_{25}\}, B = \{p_6, p_7\}.$$

Los eventos de abrir y cerrar las válvulas V1 y V2 se representan como  $\{t_{11}, t_{12}\}$  y  $\{t_{21}, t_{22}\}$  respectivamente. Los evento de cambio de nivel del agua entre bajo a medio, de medio a bajo, de medio a alto, de alto a medio, se representan para tanque T1 como  $\{t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}\}$ . De igual forma los eventos de nivel para el tanque T2 quedan definido como  $\{t_{23}, t_{24}, t_{25}, t_{26}\}$ . Finalmente los eventos de encender y apagar la bomba se representan como  $\{t_7, t_8\}$ .

El modelo normal para el sistema de doble tanque construido con una RdPI se muestra en la figura 5. Los lugares en color gris oscuro representan nodos no medibles por sensores, mientras que los lugares en color gris claro son medibles. El marcado inicial es  $M = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ .

### *Paso 2: Determinar la simetría*

La red de Petri del sistema hidráulico se conforma de tres subsistemas llamados  $\{S_1, S_2, S_3\}$ . Los subsistemas  $S_1$  y  $S_2$  son idénticos pues ambos se constituyen por un tanque y una electroválvula, por lo tanto  $S_1 \equiv S_2$  puesto que cumplen todos los requisitos de la definición 2.2, la demostración aparece en [3].

3 Los módulos son usualmente entidades físicas o abstractas que desempeñan tareas específicas.

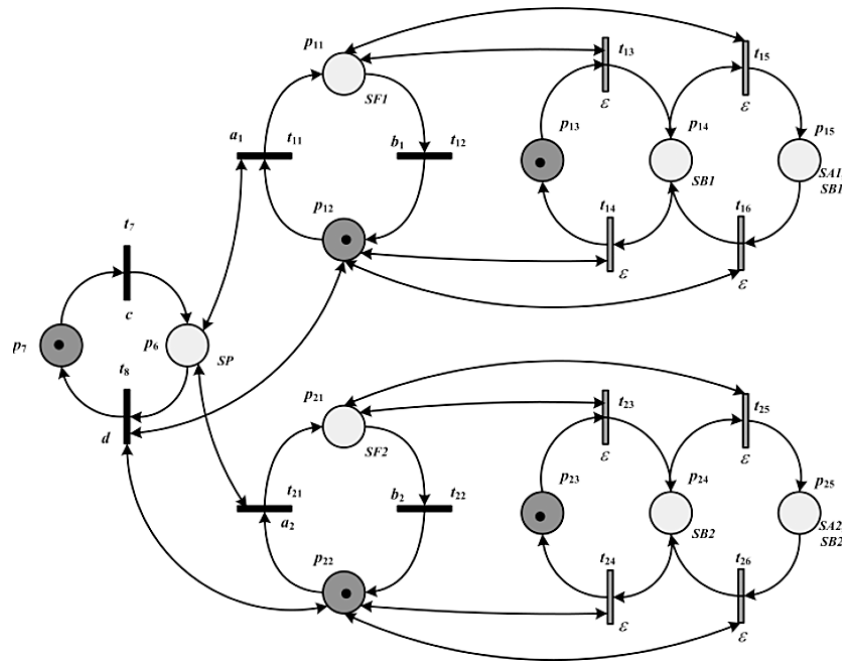


Figura 5. Modelo en RdPI del sistema hidráulico.

El subsistema  $S_3$  es único pues no cumple los requisitos para subsistemas idénticos, pues solamente hay una bomba, por lo que  $S_3 \not\equiv S_1$  y  $S_3 \not\equiv S_2$ .

Además, el sistema único está relacionado por composición permisiva (arcos dobles con los otros subsistemas), por lo tanto el sistema es simétrico  $Q^{\cong}$  en el sentido de la Ec. 11.

*Paso 3: Determinar el subsistema base*

El subsistema base  $Q^{Sb}$ , se compone de un subsistema idéntico y el subsistemá único, tal como se definió en la Ec. 13, las matrices  $\varphi^{Sb}$  y  $C^{Sb}$  se muestran en la Ec. 19. Para este ejemplo  $Q^{Sb}$  se compone de la bomba, un tanque y una electroválvula. Para la red de la figura 6, los lugares de funcionamiento normal son  $P^N = \{p_1, p_2, \dots, p_7\}$ , los lugares de riegos de fallo son  $P^R = \{p_1, p_2, p_6, p_7\}$ ; las transacciones normales son,  $T^N = \{t_1, t_2, \dots, t_8\}$ , las transiciones de post-riego son  $T^R = \{t_1, t_2, t_7, t_8\}$ .

$$\varphi^{Sb} = \begin{bmatrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 & p_7 \\ SF & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ SB & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ SA & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ SP & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C^{Sb} = \begin{bmatrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 \\ p_1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_3 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_4 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ p_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ p_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ p_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 19}$$

*Paso 4: Definir los fallos*

Las fallas que se desean detectar dentro del sistema base  $Q^{Sb}$  son fallos del tipo permanente, de control e intermitentes. Los fallos permanentes son: bloqueo en estado abierto de válvula, bloqueo en estado cerrado de válvula, bomba no responde al apagado, bomba no levanta presión, estos fallos se representan con los siguientes nodo lugar nombrados en el mismo orden  $P^{FP} = \{p_8, p_9, p_{10}, p_{11}\}$ . Las transiciones que llevan a esos lugares de fallo permanente son

respectivamente  $T^{FP} = \{t_{10}, t_{11}, t_{12}, t_{13}\}$  todas estas transiciones a fallos no son manipulables por lo tanto son eventos internos, es decir  $\lambda(T^{FP}) = \varepsilon$ .

En el sistema solamente existe un fallo de control, este significa que cuando la bomba y válvula estén funcionando y la bomba se desconecta abruptamente no hay presión ni caudal. Este es un fallo de control porque los elementos cambian sus estados sin que el controlador se lo haya ordenado previamente, el fallo de control se representará como la transición nueve,  $T^{FC} = \{t_9\}$  en la figura 6. Finalmente los fallos intermitentes que se asocian al tiempo de descarga del tanque y se modelan con la transición cuatro,  $T^{FI} = \{t_4\}$ . Los fallos intermitentes presentes son de dos tipos: por obstrucción y por fuga, estos fallos ocurren cuando el tiempo de la transición  $t_j$  se sale de la ventana tiempo definida en la matriz  $H^j$ . La obstrucción o la fuga líquido se pueden determinar a partir del tiempo de duración de la descarga del tanque entre dos niveles, uno alto y otro bajo, ambos conocidos.

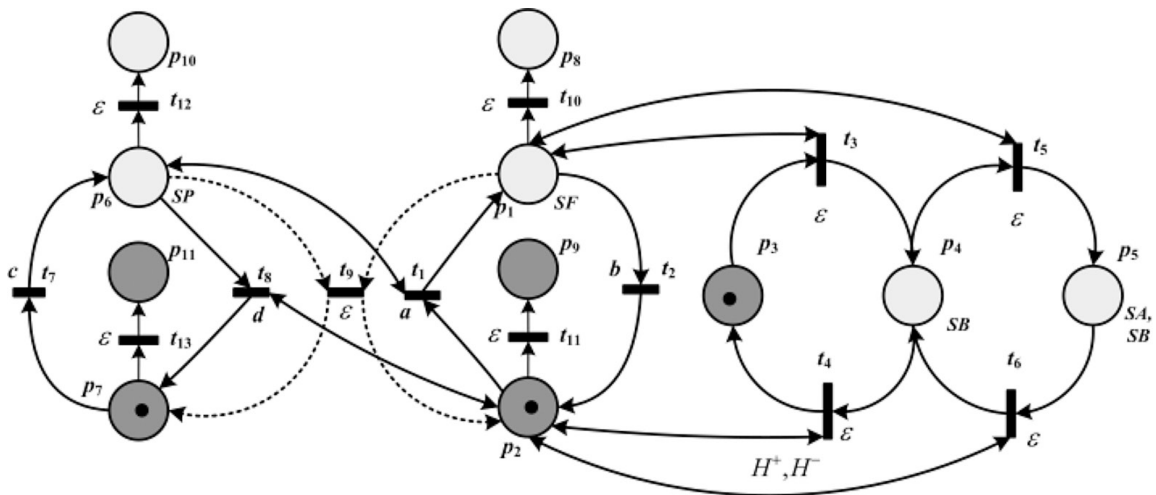


Figura 6. RdPI del subsistema base  $Q^{Sb}$ .

Paso 5: Determinar si  $Q^{Sb}$  es evento detectable

Al aplicar el teorema 1.1 se observa que todas las transiciones normales  $T^N$  y de control  $T^{FC}$  son evento detectables. Esto se aprecia en la Ec. 20, en donde todas las columnas de la matriz  $\varphi^{Sb} C^{Sb}$  son distintas entre si y distintas del vector nulo. Este resultado indica que es posible llevar el seguimiento de todos los eventos normales y fallos de control del sistema base.

$$\varphi^{Sb} C^{Sb} = \begin{bmatrix} SF & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 & t_9 \\ SB & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ SA & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ SP & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 20}$$

Paso 6: Determinar si  $Q^{Sb}$  es diagnosticable

Los fallos de control representado por  $t_9$  y el fallo intermitente representado por  $t_4$  son diagnosticables entrada salida, dado que a partir de las observaciones de los sensores se puede detectar dichas transiciones. Para este caso, tanto  $t_9$ ,  $t_4$  son evento detectables y por lo tanto diagnosticables entrada salida.

En cuanto a los fallos permanentes, estos son diagnosticables entrada salida, porque se cumple el teorema 1.2. Se observa que todas las transiciones post-riesgo  $(p^N) \bullet \cap T^R$  son parte de al menos uno de los  $T$ -invariant que se muestran en Ec. 21. Además, la condición dos del teorema indica que las transiciones de funcionamiento normal posteriores a lugares de riesgo no debe ser  $\varepsilon$  etiquetadas y para este caso todas son manipulables. Por lo que se concluye que el sistema base  $Q^{sb}$  es diagnosticable entrada salida para todos los fallos definidos.

$$\begin{aligned} y_1 &= [110000000]^T, & y_2 &= [001100000]^T, & y_3 &= [000011000]^T \\ y_4 &= [000000110]^T, & y_5 &= [100000101]^T \end{aligned} \quad \text{Ec. 21}$$

*Paso 7: Determinar la información de diagnóstico:*

Para calcular el vector  $B^{sb}$ , se requiere conocer la cantidad de sensores del subsistema base  $q^{sb}$ , usando la Ec. 16 para este caso, se determina que es  $q^{sb}=4$  debido a que  $p^{si} = \text{size}(y^{si}) = 3$  y la cantidad de sensores del subsistema único  $Su$ , es uno,  $p^{su}=1$ .

El vector de diagnóstico posee un número base  $b = 3$ , de esta forma y al aplicar la Ec. 17 el vector obtenido es:

$$(B^{sb})^T = [3^0 \quad 3^1 \quad 3^2 \quad 3^3] = [1 \quad 3 \quad 9 \quad 27] \quad \text{Ec. 22}$$

**Cuadro 2.** Ventanas de tiempo en la que ocurre la descarga normal de los tanques.

Transiciones	$H^-$	$H^+$
$t_{14}$	104 seg	107 seg
$t_{24}$	107 seg	110 seg
$\forall ti \in T-\{t_{x4}\}$	0	$\infty$

El vector  $t_c$  almacena los índices las transiciones de control,  $t_c = \{1,2,7,8\}$ . El cuadro 2 muestra los intervalos de tiempo considerados normales para la descarga de los tanques T1 y T2. Estos intervalos se asocian a las transiciones  $t_{x4}$  del modelo de la figura 5 y que posteriormente se modelan como la transición  $t_4$  en la figura 6 con el fin de construir la matriz  $H^2$ .

*Paso 8: Determinar los colores*

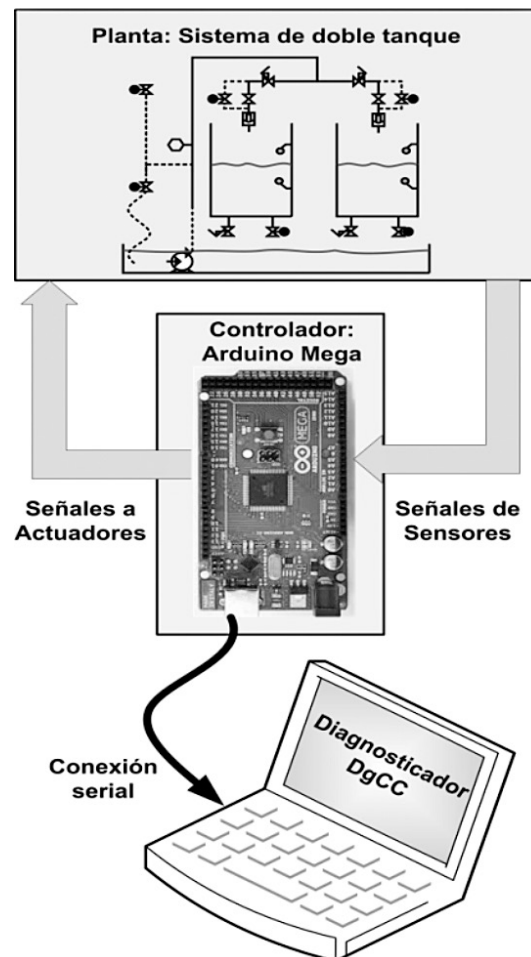
La planta es simétrica  $Q^s$  y posee tres subsistemas, por lo que  $j=n-1=2$ , es decir hay dos subsistemas base  $Q^{sb}$  y para efectos del diagnosticador entonces existirán dos colores compuestos en  $p_D$ . Esto se representa como:  $\Pi_D = \{\pi_{D1}^1, \pi_{D1}^2, \dots, \pi_{D1}^k, \pi_{D2}^1, \pi_{D2}^2, \dots, \pi_{D2}^k\}$ .

## Software del DgCC

El modelo de diagnosticador DgCC fue implementado en LabView y se ejecuta en una computadora personal, este software recibe información del controlador del sistema hidráulico. El controlador fue implementado en un microcontrolador ATMEL Atmega 2560 y se encarga controlar las electroválvulas y motobomba según la lectura de los sensores, adicionalmente el controlador envía por el puerto serial un vector booleano conformado por los estados de los sensores y actuadores de la planta. La figura 7 muestra las relaciones descritas anteriormente.

La figura 8 muestra la interfaz gráfica del diagnosticador DgCC implementado. El DgCC toma el vector booleano enviado por el controlador y le aplica una serie de máscaras con la idea de mostrar los subvectores de interés para cada subsistema. El DgCC brinda la siguiente información:

- Para cada subsistema el diagnosticador DgCC determina el último evento ocurrido, el marcado del observado con los sensores, el marcado calculado, el intervalos de tiempo entre los dos últimos eventos ocurridos en el subsistema y la hora actual. Esta información se muestra en el recuadro 7 de la figura 8.
- Para cada subsistema cuando la diferencia entre el marcado observado y el calculado es distinta de cero o cuando una transición está fuera de los intervalos de la matriz  $H^2$  el DgCC determina el fallo ocurrido. Adicionalmente indica si el fallo es del tipo permanente, de control e intermitente, localiza el fallo indicando el componente y el subsistema específico, así como el instante de tiempo en que ocurrió la detección. Esta información se muestra en la figura 8, recuadro 8.
- Cuando el sistema se recupera de alguno de los tres fallos indicados producto de una reparación de la planta, el software del diagnosticador DgCC almacena el tiempo en que el fallo dejó de afectar el sistema. Esta información se muestra en el recuadro 9 de la figura 8.



**Figura 7.** Esquema de interacción entre planta, controlador y diagnosticador.



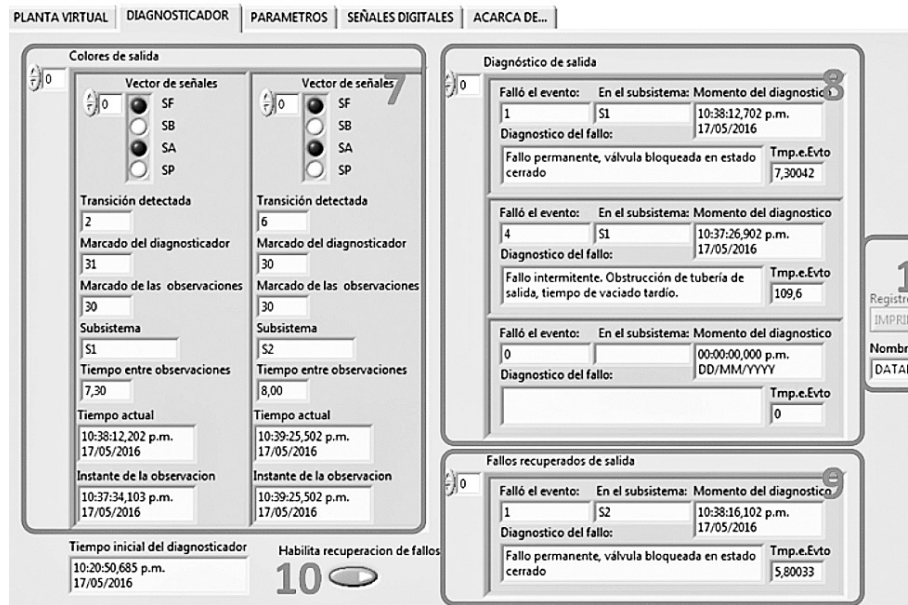


Figura 8. Interfaz para el diagnóstico del sistema

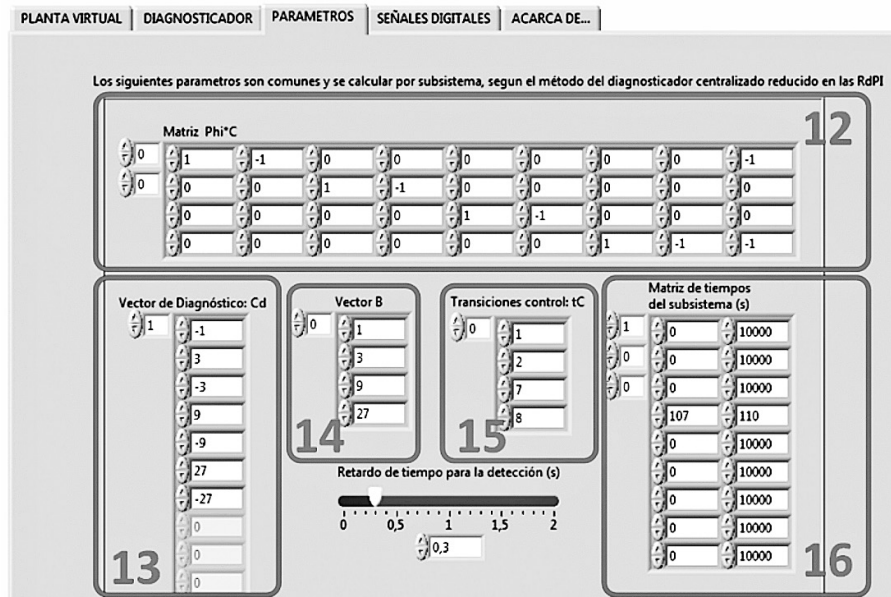


Figura 9. Interfaz para el ingreso de las matrices de diagnóstico del subsistema base

La información requerida para el diagnóstico del sistema hidráulico se brinda al DgCC mediante la interfaz que aparece en la figura 9. Según la definición 3.1 las matrices y vectores del conjunto  $M_d$  es la información necesaria para que el DgCC pueda diagnosticar la planta de forma correcta. Esta información corresponde a la calculada a lo largo de la sección 5 y se constituye por la matriz  $\varphi^{Sb} C^{Sb}$ , el vector  $C_d^{Sb}$ , el vector  $B^{Sb}$ , el vector  $t_c$ , la matriz  $H^2$ , en ese mismo orden las matrices y vectores aparecen contenidos en los recuadros doce, trece, catorce, quince y dieciséis de la interfaz en la figura 9. Por su tamaño la matriz **DiagFallo** que pertenece a  $M_d$  no aparece en la interfaz y fue introducida a nivel programático como constantes.

## Resultados

Se realizaron más de ochenta tipo de pruebas distintas al sistema DgCC con la finalidad de determinar su capacidad de diagnóstico. Cada prueba consistió en afectar el sistema hidráulico construido con uno o varios fallos definidos según el cuadro 1. A partir del análisis de las pruebas realizadas se determinó la capacidad para manejar fallos de forma simultánea sin que el diagnosticador genere falsos diagnósticos en la planta. El diagnosticador DgCC propuesto fue capaz de determinar fallos de los siguientes tipos: fallos permanentes  $FP$ , fallos intermitentes  $FI$  y fallos de control  $FC$ .

Si se planea que el diagnosticador DgCC trabaje como un sistema que detecta y diagnostica un fallo por cada subsistema idéntico, entonces este diagnosticador es completamente válido y su capacidad de diagnóstico está dada por:

$$C_{DgCC} = j_{FP,FC} + j \times x_{FI} \quad \text{Ec. 23}$$

En donde  $j_{FP,FC}$  representa los  $j$  fallos permanentes o de control, uno por cada subsistema idéntico. La variable  $j$  representa la cantidad de subsistemas idénticos  $Si$  en la planta y la cantidad de fallos intermitentes independientes entre sí del subsistema idéntico se representa como  $x_{FI}$ .

La ecuación anterior indica que para plantas con ambos tipos de simetría el DgCC puede manejar un fallos permanente o de control, uno por cada uno de los  $j$  subsistemas idénticos más los  $x$  fallos intermitentes en cada uno de los  $j$  subsistemas idénticos. Sin embargo, si el fallo permanente o de control ocurre en el subsistema único  $Su$  en una planta simétricas  $Q^s$ , la capacidad de diagnóstico del DgCC se reduce de acuerdo a la siguiente expresión:

$$C_{DgCC} = 1_{FP,FC} + j \times x_{FI} \quad \text{Ec. 24}$$

## Conclusiones

Este trabajo ha presentado un modelo de sistema de diagnóstico y lo ha aplicado a fallos en una planta real, específicamente un sistema hidráulico de doble tanque. Se presentó un método de diseño que permite reducir la complejidad de sistemas de gran tamaño que tienen la característica de poseer simetría en su configuración. El modelo DgCC propuesto determina la información base no redundante del sistema y genera  $j$  copias, una por cada subsistema idéntico. Esto permite que las matrices y vectores sean de menor dimensión comparado a otros métodos [7], [8]. El diagnosticador DgCC que se propone presenta los siguientes atributos:

- El DgCC posee una estructura básica fija que es independiente del modelo de la planta.
- El DgCC se puede implementar en un computador externo al que computa el software de control de la planta.
- El DgCC diagnostica de forma algorítmica y sus funciones no dependen de la heurística del diseñador.
- El DgCC posee un funcionamiento que se basa en cuatro algoritmos definidos en [3].
- El DgCC posee un mecanismo de recuperación y seguimiento de los fallos recurrentes, es decir aquellos fallos permanentes, intermitentes o de control que aparecen y desaparecen en la planta, a diferencia de otros diagnosticadores propuestos [7] [8].
- El DgCC posee un detector de los eventos de la planta que permite realizar un seguimiento de todos sus eventos normales y por lo tanto determina los eventos de fallo.

- El DgCC permite manejar fallos simultáneos a diferencia de otros diagnosticadores basados en redes de Petri interpretadas.

## Agradecimientos

Se agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión del Tecnológico de Costa Rica por el apoyo brindado al proyecto VIE 5402-1801-0505.

## Referencias

- [1] L. D. Murillo-Soto, "Simulación de un sistema de manufactura flexible con redes de Petri coloreadas," *Tecnol. en Marcha*, vol. 23, no. 1, pp. 47–62, 2010.
- [2] L. D. Murillo-Soto, "Redes de Petri : Modelado e implementación de algoritmos para autómatas programables," *Tecnol. en Marcha*, vol. 21, no. 4, pp. 102–125, 2008.
- [3] L. D. Murillo-Soto, "Síntesis del diagnosticador de fallas en un sistema de eventos discretos usando redes de Petri coloreadas," Universidad de Costa Rica, 2016.
- [4] M. Zhou and K. Venkatesh, *Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems: A Petri Net Approach*. Singapore: World Scientific, 1999.
- [5] E. Ruiz-Beltrán, I. Jimenez-Ochoa, A. Ramirez-Trevino, E. Lopez-Mellado, and M. Meda-Campana, "Fault detection and location in DES using Petri Nets," in *2005 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2005, vol. 2, pp. 1645–1650.
- [6] E. Ruiz-Beltrán and A. Ramirez-Treviño, "Fault Diagnosis in Petri Nets," in *Formal Methods in Manufacturing*, X. Xie, Ed. CRC Press, 2014, pp. 627–651.
- [7] E. Ruiz-Beltrán, A. Ramírez-Treviño, and L. E. López-Mellado, *Esquemas de Diagnóstico de Faltas para Sistemas de Eventos Discretos*. Editorial Académica Española, 2012.
- [8] J. Arámburo-Lizárraga, A. Ramírez-Treviño, E. López-Mellado, and E. Ruiz-Beltrán, "Fault Diagnosis in Discrete Event Systems using Interpreted Petri Nets," in *Advances in Robotics, Automation and Control*, no. October, InTech, 2008.
- [9] I. Rivera-Rangel, A. Ramírez-Treviño, and E. López-Mellado, "Building reduced Petri net models of discrete manufacturing systems," *Math. Comput. Model.*, vol. 41, pp. 923–937, 2005.
- [10] A. Ramirez-Trevino, E. Ruiz-Beltrán, I. Rivera-Rangel, and E. Lopez-Mellado, "Online Fault Diagnosis of Discrete Event Systems. A Petri Net-Based Approach," *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, vol. 4, no. 1, pp. 31–39, Jan. 2007.