

# Algoritmo simulated annealing modificado para diseño óptimo de armaduras con variables continuas

## Modified Simulated Annealing Algorithm for optimum design of truss structures with continuous variables

Carlos Millán-Páramo<sup>1 2</sup>, Adalberto Matoski<sup>2</sup>, Wellington Mazer<sup>2</sup>

---

*Fecha de recepción: 30 de mayo de 2016*

*Fecha de aprobación: 1 de setiembre de 2016*

Millán-Páramo, C; Matoski, A.; Mazer, W. Algoritmo simulated annealing modificado para diseño óptimo de armaduras con variables continuas. *Tecnología en Marcha*. Vol. 30-2. Abril-Junio 2017. Pág 142-157.

DOI: 10.18845/tm.v30i2.3209

1 Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia. Correo electrónico: carlos.millan@unisucra.edu.co

2 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.



## Palabras clave

Algoritmo simulated annealing modificado; diseño óptimo; armaduras; variables continuas.

## Resumen

En los últimos años, la importancia de los aspectos económicos en el campo de las estructuras ha motivado a muchos investigadores a proponer nuevos métodos para minimizar el peso de las estructuras. En este trabajo, el algoritmo simulated annealing modificado (ASAM), es presentado para resolver la optimización de peso en armaduras con variables continuas. Para evaluar y validar el desempeño de ASAM se abordaron cinco problemas reportados en la literatura especializada. Los resultados de ASAM en comparación con los reportados por otros algoritmos de optimización, muestran que este algoritmo puede generar diseños mejorados y ser utilizado efectivamente en la minimización de peso en armaduras.

## Keywords

Modified simulated annealing algorithm; optimum design; truss structure; continuous variables.

## Abstract

In recent years, the importance of economic considerations in the field of structures has motivated many researchers to propose new methods for minimizing the weight of the structures. In this work, the modified simulated annealing algorithm (MSAA), is presented to solve weight optimization of truss structures with continuous variables. To evaluate and validate the MSAA performance were studied five problems reported in the literature. The results of MSAA compared with results of other optimization algorithms show that this algorithm can generate improved designs and be effectively used in the weight minimization of truss structures.

## Introducción

Durante la última década, el diseño óptimo de estructuras se realiza empleando diferentes algoritmos de optimización, usados por los ingenieros con el objeto de encontrar estructuras más livianas. Estos métodos se dividen en dos categorías generales: (i) Métodos basados en gradientes. (ii) Algoritmo de optimización estocástica.

Las técnicas de optimización comúnmente utilizadas son los algoritmos basados en gradientes, los cuales utilizan la información del gradiente para buscar la solución en el espacio cerca al punto inicial de partida. En general, los métodos basados en gradientes convergen más rápido y pueden obtener soluciones con mayor exactitud. Sin embargo, la adquisición de la información del gradiente puede ser costosa o incluso imposible de obtener, además un buen punto de partida es vital para la ejecución exitosa de estos métodos. En la mayoría de problemas de optimización se pueden encontrar zonas prohibidas (restricciones), espacios convexos o no convexos, funciones multimodales y multidimensionales, lo que hace que no puedan ser resueltos fácilmente por estos métodos. Por tal razón, se han desarrollado diversos algoritmos de optimización estocásticos inspirados en imitar procesos naturales, biológicos o sociales a nivel computacional que han permitido a los investigadores optimizar complicados problemas de ingeniería. En el contexto de la optimización de armaduras, existen numerosos enfoques como: Algoritmos Genéticos (AG) [1] [2] [3] [4] [5] [6], Optimización con Colonias de Hormiga (Ant Colony Optimization – ACO) [7] [8] [9] [10] [11], Optimización con Enjambre de Partículas

(Particle Swarm Optimization – PSO) [12] [13] [14] [15], Búsqueda Armónica (Harmony Search – HS) [16] [17] [18] [19], entre otros.

Recientemente, Millán, Begambre y Millán [20] desarrollaron un algoritmo estable y eficiente llamado Algoritmo Simulated Annealing Modificado (ASAM) para resolver problemas de optimización con o sin restricciones. El algoritmo se basa en el proceso de enfriamiento de metales empleado en el Simulated Annealing (SA) clásico [21] pero posee tres características fundamentales (exploración preliminar, paso de búsqueda y probabilidad de aceptación) que lo diferencian de este. Para mayores detalles se recomienda consultar [20].

La optimización estructural es un problema con múltiples mínimos locales, susceptibles de solución a través de métodos estocásticos diseñado para identificar mínimos globales. Por lo tanto, este artículo propone el uso de ASAM para el diseño óptimo (minimización de peso) de armaduras con variables continuas. En su primera parte este trabajo presenta la descripción del problema de optimización estructural. Seguidamente se describe brevemente el algoritmo ASAM, sus fundamentos y los parámetros que lo controlan. Finalmente, para demostrar la eficacia del algoritmo, varios problemas de referencias relacionados con el diseño de armaduras sujetas a restricciones de esfuerzos y desplazamientos son analizados y los resultados obtenidos son comparados con los reportados por otros autores.

## Descripción del Problema

El principal objetivo en este tipo de problemas de optimización es minimizar las secciones transversales de los miembros de la estructura  $A_i$  con el fin de encontrar el peso mínimo de la estructura satisfaciendo simultáneamente las limitaciones que el problema de optimización impone. Por consiguiente la formulación matemática de este problema de optimización se describe de la siguiente manera:

$$\text{minimizar: } \mathbf{W}(\{\mathbf{x}\}) = \sum_{i=1}^n \gamma_i A_i L_i(\mathbf{x}) \quad (1)$$

sujeto a:

$$\delta_{\min} \leq \delta_i \leq \delta_{\max}, \quad i=1,2,\dots,m \quad (2)$$

$$\sigma_{\min} \leq \sigma_i \leq \sigma_{\max}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_{\min} \leq \mathbf{A}_i \leq \mathbf{A}_{\max}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4)$$

donde  $\mathbf{W}(\{\mathbf{x}\})$  es el peso de la estructura;  $n$  es el número de miembros que componen la estructura;  $m$  es el número de nodos;  $\gamma_i$  es la densidad del material del miembro  $i$ ;  $L_i$  es la longitud del miembro  $i$ ;  $A_i$  es la sección transversal del miembro  $i$  elegida entre  $A_{\min}$  y  $A_{\max}$ ;  $\sigma_i$  y  $\delta_i$  son los esfuerzos en los miembros y deflexiones en los nodos, respectivamente.

## Algoritmo Simulated Annealing Modificado (ASAM)

Antes de sintetizar las características de ASAM, vale la pena describir brevemente el funcionamiento del Simulated Annealing básico. SA comienza con un cierto estado  $S$ . A través de un proceso único crea un estado vecino  $S'$  al estado inicial. Si la energía o la evaluación del estado  $S'$  son menores que el estado  $S$  cambia el estado  $S$  por  $S'$ . Si la evaluación de  $S'$  es mayor que la de  $S$  puede estar empeorando, por lo que elige  $S'$  en vez de  $S$  con una cierta probabilidad que depende de las diferencias en las evaluaciones y la temperatura del sistema  $T$ . La probabilidad de aceptar un peor estado se calcula por la siguiente ecuación:

$$P(\Delta f, T) = e^{-(\Delta f/T)} \quad (5)$$

donde,

- $P$ ; probabilidad de aceptar el nuevo estado.
- $\Delta f$ ; diferencia de las evaluaciones de la función para cada estado.
- $T$ ; temperatura del sistema.
- $e$ ; número de Euler.

Inicialmente, con valores grandes para  $T$ , frecuentemente se aceptan soluciones con un mayor valor de función objetivo; a medida que el valor de  $T$  disminuye, tal tipo de soluciones raramente se aceptan, y cuando  $T$  se acerca a cero, solo se aceptan aquellas soluciones que mejoran la anterior. Varios estudios teóricos demuestran que si  $T$  decrece con la suficiente lentitud, el proceso converge a la solución óptima. La función para reducción de temperatura más utilizada es:  $T_{k+1} = T_k \alpha$ , donde  $T_{k+1}$  es el nuevo valor ajustado de  $T$ ,  $T_k$  corresponde al previo valor de  $T$  y  $\alpha$  es una constante que está comprendida en el intervalo [0.8-0.99].

SA comienza con una solución inicial escogida aleatoriamente en el espacio de búsqueda y la compara con otra que también se selecciona estocásticamente en el espacio de búsqueda, lo que afecta al algoritmo cuando se tienen funciones altamente dimensionales y modales generando mayores tiempos de búsqueda y soluciones subóptimas. Además, la probabilidad de aceptación de una solución peor se encuentra en un intervalo de entre 0 y 1, lo cual causa que a temperaturas iniciales el algoritmo acepte un gran número de soluciones de peor calidad (aumentando el riesgo de quedar atrapado en un óptimo local).

En este contexto el algoritmo ASAM, tiene 3 características fundamentales que lo hacen diferente respecto al Simulated Annealing básico. Dichas características son las siguientes:

### Exploración preliminar

En esta etapa el algoritmo realiza una exploración en todo el espacio de búsqueda que viene dado por la siguiente matriz:

$$\mathbf{X}_{P \times N} = \mathbf{I}_{P \times N} \mathbf{X}_{\min} + \mathbf{rand}_{P \times N} (\mathbf{X}_{\max} - \mathbf{X}_{\min}) \quad (6)$$

donde,

- $P$  número de puntos (estados) que se desean en el espacio de búsqueda.
- $N$  número de dimensiones del problema.
- $\mathbf{I}_{P \times N}$  matriz identidad de tamaño  $P \times N$ .
- $\mathbf{X}_{\min}$  límite inferior del problema.
- $\mathbf{X}_{\max}$  límite superior del problema.
- $\mathbf{rand}_{P \times N}$  matriz  $P \times N$  de números aleatorios (aleatoriedad pura) entre 0 y 1.

Para comenzar el proceso de optimización con ASAM se evalúan todos los puntos generados con la ecuación (6) mediante la función objetivo del problema y se escoge el que tenga menor valor (en el caso de estar buscando el valor mínimo de la función) como punto inicial de la búsqueda.

### Paso de búsqueda

A partir del punto inicial determinado en la etapa anterior, se genera un paso de búsqueda para determinar el estado vecino. Este paso depende de un radio de acción que se reduce

gradualmente a medida que desciende la temperatura del sistema. Es decir, cuando el algoritmo está en determinada temperatura, con radio de acción definido por la ecuación (7), la transición del punto inicial al nuevo punto (paso de búsqueda) se realiza mediante la adición de números aleatorios que están comprendidos entre cero y el valor del radio. Esto permite que el algoritmo realice una exploración global a temperaturas altas y una exploración local a temperaturas bajas, dando un equilibrio entre la exploración y la explotación del algoritmo.

$$R_{i+1} = R_i \alpha \quad (7)$$

donde,

$R_i$ : radio inicial ciclo.

$\alpha$ : coeficiente de reducción del radio.

### Probabilidad de aceptación

En esta propuesta la probabilidad de aceptación de una solución (estado) peor viene dada por:

$$P = \frac{1}{1 + e^{(\Delta f/T)}} \quad (8)$$

$P$ ; probabilidad de aceptar el nuevo estado.

$\Delta f$ ; diferencia de las evaluaciones de la función para cada estado.

$T$ ; temperatura del sistema.

$e$ ; número de Euler.

Esta probabilidad se encuentra en un intervalo entre 0 y  $\frac{1}{2}$ , lo que permite al algoritmo tener un rango menor de aceptación de peores soluciones.

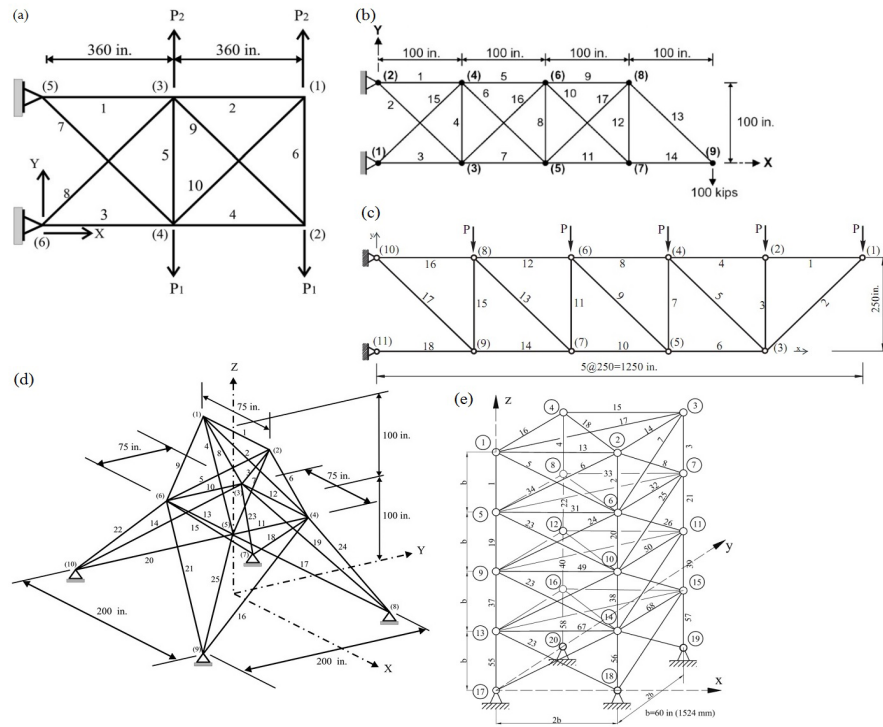
En resumen, las 3 modificaciones propuestas en ASAM [20] tienen la finalidad de mejorar la exploración inicial, permitir un balance entre exploración inicial y final y controlar la convergencia en la etapa final de búsqueda.

### Problemas Numéricos

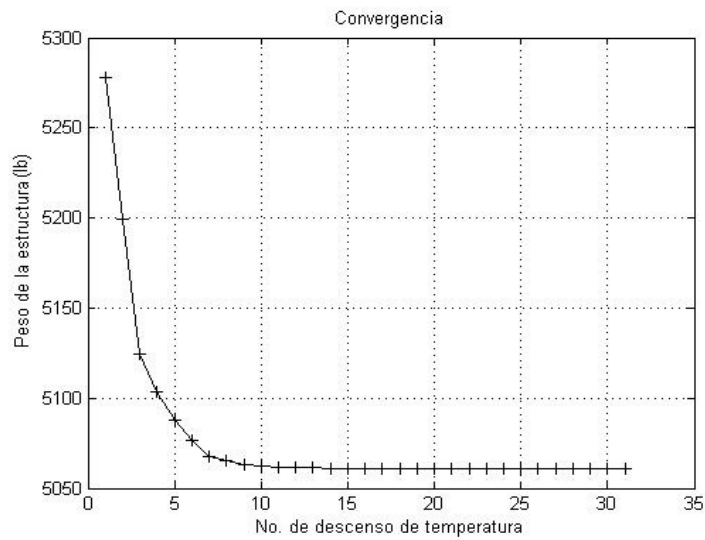
Los siguientes 5 problemas clásicos (ver figura 1) fueron utilizados para investigar la exactitud numérica, eficiencia y validación del algoritmo ASAM:

- Armadura plana de 10 barras.
- Armadura plana de 17 barras.
- Armadura plana de 18 barras.
- Armadura en el espacio de 25 barras.
- Armadura en el espacio de 72 barras.

Se realizaron 100 corridas independientes del algoritmo para cada problema. Los mejores y peores diseños, peso de la estructura, peso promedio y desviación estándar logrados con ASAM son comparados con otras técnicas de optimización y son reportados en las tablas. La implementación del algoritmo fue realizada en Matlab®, bajo el sistema operativo Windows 7 y el equipo utilizado fue un Intel Core i7-2.4 GHz, 8GB (RAM).



**Figura 1.** Armadura de 10 barras (a), 17 barras (b), 18 barras (c), 25 barras (d), 72 barras (e).



**Figura 2.** Convergencia ASAM armadura plana de 10 barras (Caso I)

**Cuadro 1.** Comparación de diseños óptimos armadura plana de 10 barras (Caso I)

Variables		Áreas transversales óptimas (in <sup>2</sup> )													
		Lee y Geem		Li			Sonmez		Degertekin		Degertekin		Kaveh		Este estudio
	HS	PSO	PSOPC	HPSO	ABC-AP	TBLO	EHS	SAHS	MCSS	IMCSS	ASAMpeor	ASAMmejor			
1	A <sub>1</sub>	30,150	33,469	30,569	30,704	30,548	30,429	30,208	30,394	30,026	30,355	30,522			
2	A <sub>2</sub>	0,102	0,110	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,114	0,100	0,100	0,100			
3	A <sub>3</sub>	22,710	23,177	22,974	23,167	23,180	23,244	22,698	23,098	23,628	23,229	23,263			
4	A <sub>4</sub>	15,270	15,475	15,148	15,183	15,218	15,368	15,275	15,491	15,973	15,299	15,151			
5	A <sub>5</sub>	0,102	3,649	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,114	0,100	0,100	0,100			
6	A <sub>6</sub>	0,544	0,116	0,547	0,551	0,551	0,575	0,529	0,100	0,517	0,554	0,545			
7	A <sub>7</sub>	7,541	8,328	7,493	7,460	7,463	7,440	7,558	7,488	7,457	7,453	7,455			
8	A <sub>8</sub>	21,560	23,340	21,159	20,978	21,058	20,967	21,559	21,189	21,437	21,074	21,052			
9	A <sub>9</sub>	21,450	23,014	21,556	21,508	21,501	21,533	21,491	21,342	20,744	21,539	21,526			
10	A <sub>10</sub>	0,100	0,190	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,112	0,100	0,100	0,100			
Peso (lb)		5057,880	5529,500	5061,000	5060,920	5060,880	5060,960	5062,390	5061,420	5064,600	5060,931	5060,877			
Pprom (lb)		-	-	-	-	-	5062,080	5063,730	-	-	5060,901	-			
PDesvEst (lb)		-	-	-	-	-	0,790	1,980	-	-	0,025	-			

Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.**Cuadro 2.** Comparación de diseños óptimos armadura plana de 10 barras (Caso II)

Variables		Áreas transversales óptimas (in <sup>2</sup> )													
		Lee y Geem		Li			Sonmez		Degertekin		Degertekin		Kaveh		Este estudio
	HS	PSO	PSOPC	HPSO	ABC-AP	TBLO	EHS	SAHS	MCSS	IMCSS	ASAMpeor	ASAMmejor			
1	A <sub>1</sub>	23,250	22,935	23,743	23,353	23,469	23,524	23,589	23,525	23,299	23,910	23,444			
2	A <sub>2</sub>	0,102	0,113	0,101	0,100	0,101	0,100	0,100	0,120	0,100	0,100	0,100			
3	A <sub>3</sub>	25,730	25,355	25,287	25,502	25,239	25,441	25,422	25,429	25,682	25,508	25,169			
4	A <sub>4</sub>	14,510	14,373	14,413	14,250	14,354	14,479	14,488	14,488	14,510	13,952	14,567			
5	A <sub>5</sub>	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,101	0,100	0,100	0,100			
6	A <sub>6</sub>	1,977	1,990	1,969	1,972	19,701	1,995	1,975	1,992	1,968	1,970	1,970			
7	A <sub>7</sub>	12,210	12,346	12,362	12,363	12,413	12,334	12,362	12,352	12,149	12,366	12,396			
8	A <sub>8</sub>	12,610	12,923	12,694	12,894	12,893	12,689	12,682	12,698	12,360	12,732	12,822			
9	A <sub>9</sub>	20,360	20,678	20,323	20,356	20,334	20,354	20,322	20,341	19,906	20,338	20,338			
10	A <sub>10</sub>	0,100	0,100	0,103	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100			
Peso (lb)		4668,810	4679,470	4677,700	4677,290	4677,077	4678,310	4679,020	4678,840	4686,470	4677,713	4677,049			
Pprom (lb)		-	-	-	-	-	4680,120	4681,610	4680,080	-	4677,332	-			
PDesvEst (lb)		-	-	-	-	-	1,016	2,510	1,890	-	0,256	-			

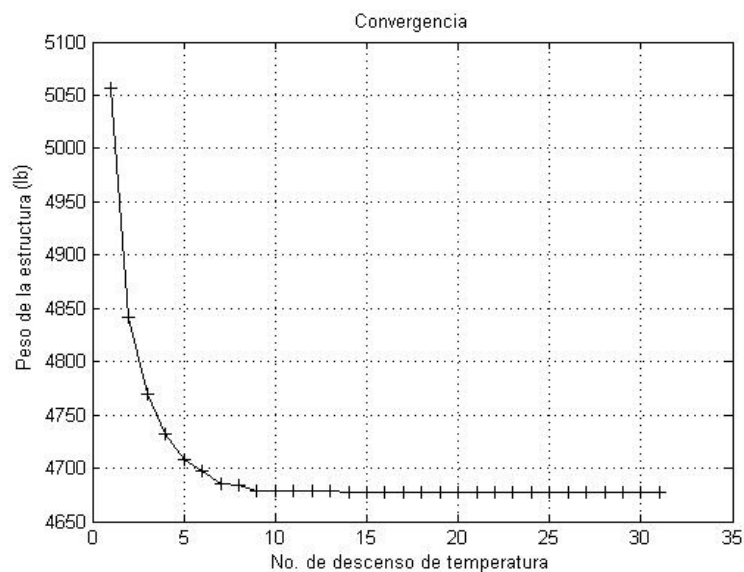
Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.



### Cercha plana de 10 barras

La figura 1a muestra la geometría y las condiciones de carga de la armadura que consta de 10 barras. Esta estructura es un ejemplo estándar y ha sido utilizada por muchos investigadores, incluyendo Lee y Geem [16], Li [13], Sonmez [22], Degertekin [23] [19], y Kaveh [24]. En este problema, dos condiciones de cargas fueron consideradas: Caso I:  $P_1=100$  kips y  $P_2=0$ ; Caso II:  $P_1=150$  kips y  $P_2=50$  kips. Los miembros están fabricados de un material con módulo de elasticidad  $E=10000$  ksi y densidad por unidad de volumen de  $\rho=0,10$  lb/in<sup>3</sup>. El área mínima y máxima para la sección transversal de los miembros es  $0,1 \leq A_i(\text{in}^2) \leq 35$ . Los desplazamientos de los nodos libres no deben exceder  $\pm 2$  in en dirección vertical y horizontal, además los esfuerzos admisibles tanto a tensión y compresión no deben superar 20 ksi. El problema tiene 32 restricciones no lineales (10 restricciones de tensión, 10 restricciones de compresión y 12 restricciones de desplazamiento).

En los cuadros 1 y 2 se muestran los mejores y peores diseños encontrados por ASAM para la cercha de 10 barras sujeta a las condiciones de carga del Caso I y II, respectivamente. Otros resultados publicados por diferentes autores para el mismo problema utilizando distintos enfoques de optimización incluyendo búsqueda armónica (HS) [16] [19], optimización con enjambre de partículas (PSO,PSOPC, HPSO) [13], colonia de hormigas (ABC-AP) [22], optimización basada en enseñanza-aprendizaje (TLBO) [23] y sistema de búsqueda magnética (MCSS y IMCSS) [24] son también listados en los cuadros 1 y 2. Los pesos mínimos obtenidos con ASAM son 5060,877 lbs y 4677,049 lbs para el Caso I y II, respectivamente, solo siendo superados por los reportados en Lee y Geem [16], diseño que viola algunas restricciones. Es interesante observar que para el Caso I el peor peso (5060,931 lbs) y el promedio (5060,901 lbs) encontrados por ASAM superan a los mejores valores reportados por Li [13], Degertekin [23] [19] y Kaveh [24]. Para el Caso II el peor (4677,71 lbs) y promedio (4677,332 lbs) obtenidos con ASAM también son ligeramente mejores que los reportados por otros autores. Finalmente las desviaciones estándar de los pesos para el Caso I (0,025 lb) y II (0,256 lb), muestran la estabilidad y precisión de ASAM para la resolución de este problema. En la figura 2 y 3 se puede observar la gráfica de convergencia de este problema para el Caso I y II, respectivamente.



**Figura 3.** Convergencia ASAM armadura plana de 10 barras (Caso II)



### Armadura plana de 17 barras

Este problema tiene 17 variables independientes y 52 restricciones no lineales (17 restricciones de tensión, 17 restricciones de compresión y 18 restricciones de desplazamiento). En la figura 1b se muestra la geometría y solicitaciones de carga a la que está sometida la estructura. La densidad del material para todos los miembros es de 0,268 lb/in<sup>3</sup> y el módulo de elasticidad de 30000 ksi. El máximo esfuerzo permitido en las barras fue de ±50 ksi con una restricción de desplazamiento en los nodos libres de ±2 in en ambas direcciones. La única carga se encuentra en el nodo 9 y es de 100 kips. El área mínima y máxima para la sección transversal de los miembros es  $0,1 \leq A_i(\text{in}^2) \leq 35$ .

Esta armadura ha sido analizada por Lee y Geem [16] empleando HS, Li [13] con tres técnicas de enjambre de partículas (PSO, PSOPC, HPSO) y Baghlani [25] por medio de FA (Firefly Algorithm) y un híbrido (FBSFA). El mejor y peor peso encontrados por ASAM fueron de 2581,923 lbs y 2581,947 lbs, respectivamente. Es importante mencionar que los pesos reportados con HS (2580,810 lbs), PSO (2724,370 lbs), HPSO (2581,940 lbs) y FA (2577,570 lbs) son menores que los de ASAM, esto debido a que estos diseños violan algunas restricciones. En el cuadro 3 se comparan los resultados encontrados en este estudio con los autores mencionados anteriormente y en la figura 4 se encuentra la gráfica de convergencia.

### Armadura plana de 18 barras

La figura 1c muestra la geometría y condiciones de carga de la armadura de 18 elementos y 11 nodos. El valor de la carga es  $P=20$  kips que actúa en dirección gravitacional en los nodos 1, 2, 4, 6 y 8. Todos los miembros son de un material con modulo elasticidad  $E=10000$  ksi y densidad de 0,10 lb/in<sup>3</sup>. El esfuerzo máximo permitido a tensión y compresión es 20 ksi. Adicionalmente, la restricción de esfuerzo al pandeo de Euler debe ser tenida en cuenta para los elementos que se encuentran a compresión. El esfuerzo al pandeo de Euler para el miembro  $i$  se calcula como:

$$\sigma_i = \frac{KEA_i}{L_i^2} \quad (5)$$

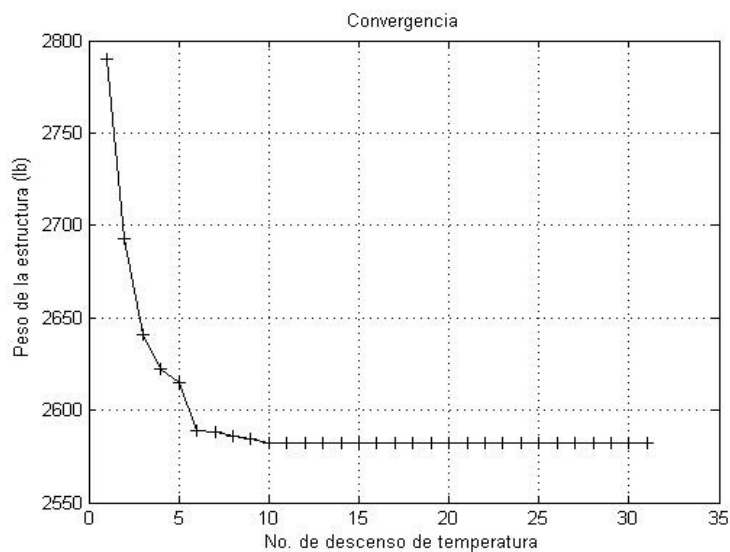
donde  $L_i$  y  $A_i$  son la longitud y área de la sección transversal del elemento.  $K$  es una constante determinada por la geometría y se le asignó un valor de 4 [22]. El número de variables se redujo a cuatro grupos de la siguiente manera: (G1) elementos 1, 4, 8, 12, 16; (G2) elementos 2, 6, 10, 14, 18; (G3) elementos 3,7, 11, 15; (G4) elementos 5,9, 13, 17. El área mínima fue 0.10 in<sup>2</sup> y la máxima 50 in<sup>2</sup>. El problema tiene 36 restricciones no lineales y sin restricciones de desplazamiento.

El mejor y peor resultado de obtenido con ASAM son presentados en el cuadro 4. Además esta tabla contiene los resultados reportados por otros autores incluidos Imai y Schmit [26] quien utilizó el Método Multiplicador (MM), Lee y Geem [16] que emplea HS y Sonmez [22] lo resuelve por ABC-AP. Los resultados de ASAM (6430,531 lbs) son casi iguales a los encontrados por Imai y Schmit (6430 lbs) y Sonmez (6430,529 lbs). Aunque, el algoritmo HS [16] produce un diseño más ligero (6421,880 lbs) que el algoritmo presentado en este estudio (6340.531 lbs), el algoritmo HS viola algunas limitaciones de esfuerzos, mientras que la solución óptima encontrado por ASAM cumple con todos los requisitos de restricción. Por último, la figura 5 muestra la gráfica de convergencia de ASAM para este problema.

**Cuadro 3.** Comparación de diseños óptimos armadura plana de 17 barras

Variables		Áreas transversales óptimas (in <sup>2</sup> )							
		Lee y Geem	Li			Baghlani		Este estudio	
		HS	PSO	PSOPC	HPSO	FBSFA	FA	ASAMpeor	ASAMmejor
1	A <sub>1</sub>	15,821	15,766	15,981	15,896	15,896	15,942	15,850	15,994
2	A <sub>2</sub>	0,108	2,263	0,100	0,103	0,100	0,100	0,101	0,100
3	A <sub>3</sub>	11,996	13,854	12,142	12,092	12,099	12,023	12,138	12,124
4	A <sub>4</sub>	0,100	0,106	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
5	A <sub>5</sub>	8,150	11,356	8,098	8,063	8,066	8,035	8,052	8,024
6	A <sub>6</sub>	5,507	3,915	5,566	5,591	5,579	5,519	5,544	5,557
7	A <sub>7</sub>	11,829	8,071	11,732	11,915	11,935	11,777	11,933	11,876
8	A <sub>8</sub>	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
9	A <sub>9</sub>	7,934	5,850	7,982	7,965	7,939	7,924	7,954	7,932
10	A <sub>10</sub>	0,100	2,294	0,113	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
11	A <sub>11</sub>	4,093	6,313	4,074	4,076	4,044	4,077	4,039	4,072
12	A <sub>12</sub>	0,100	3,375	0,132	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
13	A <sub>13</sub>	5,660	5,434	5,667	5,670	5,668	5,632	5,700	5,644
14	A <sub>14</sub>	4,061	3,918	3,991	3,998	4,021	4,029	4,037	4,006
15	A <sub>15</sub>	5,656	3,534	5,555	5,548	5,536	5,603	5,550	5,565
16	A <sub>16</sub>	0,100	2,314	0,101	0,103	0,100	0,100	0,100	0,100
17	A <sub>17</sub>	5,582	3,542	5,555	5,537	5,572	5,620	5,558	5,570
Peso (lb)		2580,810	2724,370	2582,850	2581,940	2581,900	2577,570	2581,947	2581,923
Pprom (lb)		-	-	-	-	-	-	2581,936	
PDesvEst (lb)		-	-	-	-	-	-	0,010	

Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.

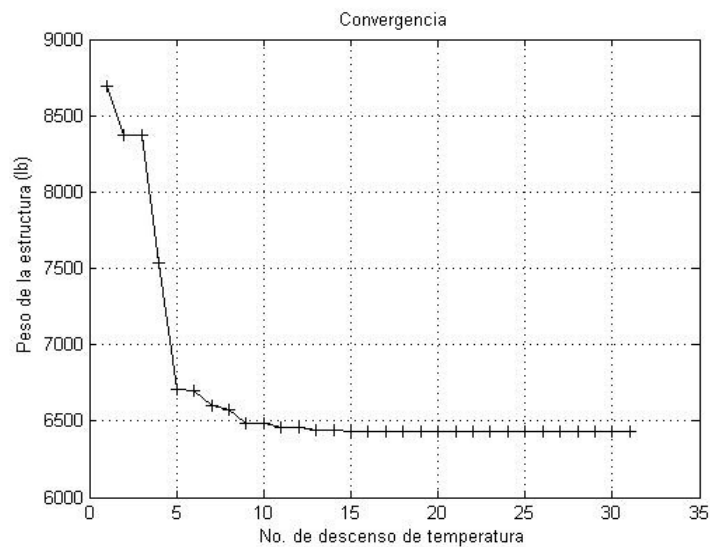


**Figura 4.** Convergencia ASAM armadura plana de 17 barras

**Cuadro 4.** Comparación de diseños óptimos cercha plana de 18 barras  
Áreas transversales óptimas (in<sup>2</sup>)

Variables		Imai y Schmit	Lee y Geem	Sonmez	Este estudio	
Grupo	Elementos	MM	HS	ABC-AP	ASAM <sub>peor</sub>	ASAM <sub>mejor</sub>
1	A <sub>1</sub> , A <sub>4</sub> , A <sub>8</sub> , A <sub>12</sub> , A <sub>16</sub>	9,998	9,980	10,000	10,000	10,000
2	A <sub>2</sub> , A <sub>6</sub> , A <sub>10</sub> , A <sub>14</sub> , A <sub>18</sub>	21,650	21,630	21,651	21,651	21,651
3	A <sub>3</sub> , A <sub>7</sub> , A <sub>11</sub> , A <sub>15</sub>	12,500	12,490	12,500	12,500	12,500
4	A <sub>5</sub> , A <sub>9</sub> , A <sub>13</sub> , A <sub>17</sub>	7,072	7,057	7,071	7,071	7,071
Peso (lb)		6430,000	6421,880	6430,529	6430,537	6430,531
Pprom (lb)		-	-	-	6430,534	
PDesvEst (lb)		-	-	-	0,002	

Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.



**Figura 5.** Convergencia ASAM armadura plana de 18 barras

### Armadura en el espacio de 25 barras

La torre de transmisión de 25 barras se utiliza ampliamente en la optimización estructural para verificar diversas metodologías de diseño y para comparar las diferentes técnicas numéricas. Varios investigadores han resuelto este problema implementando distintas técnicas de optimización, como: Li y colaboradores [13] utilizando la heurística de optimización con enjambre de partículas (HPSO), Sonmez [22] diseñó con algoritmo de colonia de hormigas con penalidad adaptativa (ABC-AP), Camp usando un algoritmo de colonias de hormiga (ACO) [7], algoritmo big-bang-big-crunch (BB-BC) [27] y una técnica heurística llamada TLBO [28], Lamberti [29] analizó este problema con una variación de simulated annealing denominada CMLPSA, y por último Kaveh [30] aplicó un híbrido de bang-big-crunch (HBB-BC). En la figura 1d se muestra la topología y numeración de nodos para el problema en mención.

La densidad del material para todos los miembros es de 0,01 lb/in<sup>3</sup> y el módulo de elasticidad de 10000 ksi. El máximo esfuerzo permitido en las barras fue de  $\pm 40$  ksi con una restricción de desplazamiento en los nodos libres (dirección x,y,z) de  $\pm 0,35$  in. El área mínima y máxima para la sección transversal de los miembros es 0,01 in<sup>2</sup> y 3,40 in<sup>2</sup> respectivamente. El número de variables se redujo a 8 grupos de la siguiente manera: (G1) elemento 1; (G2) elementos 2, 3, 4, 5; (G3) elementos 6, 7, 8, 9; (G4) elementos 10, 11; (G5) elementos 12, 13; (G6) elementos 14, 15, 16, 17; (G7) elementos 18, 19, 20, 21; (G8) elementos 22, 23, 24, 25. La estructura está cargada de acuerdo a Camp [28].

El cuadro 5 lista una comparación de los diseños desarrollados por ASAM con otras técnicas de optimización. La armadura más liviana diseñada por ASAM es de 545,171 lbs. Si bien, el diseño desarrollado por Kaveh [30] tiene un peso más bajo, de acuerdo con Degertekin [19], este diseño viola algunas restricciones. En comparación con las mejores soluciones propuestas por Li [13], Sonmez [22], Camp [7] [27] [28] y Lamberti [29], ASAM muestra una ligera mejoría en el peso mínimo de la estructura. Finalmente, la media de los pesos (545,261 lbs) y la desviación estándar (0,123 lbs) logrados con ASAM, muestran la estabilidad que tiene el algoritmo aquí propuesto. La Figura 6 muestra la gráfica de convergencia de ASAM para este problema.

**Cuadro 5.** Comparación de diseños óptimos armadura en el espacio de 25 barras  
 Áreas transversales óptimas (in<sup>2</sup>)

Variables		Li	Sonmez	Camp	Camp	Camp	Lamberti	Kaveh	Este estudio	
Grupo	Elementos	HPSO	ABC-AP	ACO	BB-BC	TLBO	CMLPSA	HBB-BC	ASAM <sub>peor</sub>	ASAM <sub>mejor</sub>
1	A <sub>1</sub>	0,010	0,011	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
2	A <sub>2</sub> , A <sub>3</sub> , A <sub>4</sub> , A <sub>5</sub>	1,970	1,979	2,000	2,092	1,988	1,987	1,993	2,000	1,993
3	A <sub>6</sub> , A <sub>7</sub> , A <sub>8</sub> , A <sub>9</sub>	3,016	3,003	2,966	2,964	2,991	2,994	3,056	2,966	3,023
4	A <sub>10</sub> , A <sub>11</sub>	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
5	A <sub>12</sub> , A <sub>13</sub>	0,010	0,010	0,012	0,010	0,010	0,010	0,010	0,012	0,010
6	A <sub>14</sub> , A <sub>15</sub> , A <sub>16</sub> , A <sub>17</sub>	0,694	0,690	0,689	0,689	0,683	0,684	0,665	0,689	0,675
7	A <sub>18</sub> , A <sub>19</sub> , A <sub>20</sub> , A <sub>21</sub>	1,681	1,679	1,679	1,601	1,678	1,677	1,642	1,679	1,665
8	A <sub>22</sub> , A <sub>23</sub> , A <sub>24</sub> , A <sub>25</sub>	2,643	2,652	2,668	2,686	2,664	2,662	2,679	2,668	2,671
Peso (lb)		545,190	545,190	545,530	545,380	545,175	547,860	545,160	545,530	545,171
Pprom (lb)		-	-	546,340	545,780	545,483	-	545,660	545,261	
PDesvEst (lb)		-	-	0,940	0,491	0,306	-	0,367	0,123	

Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.

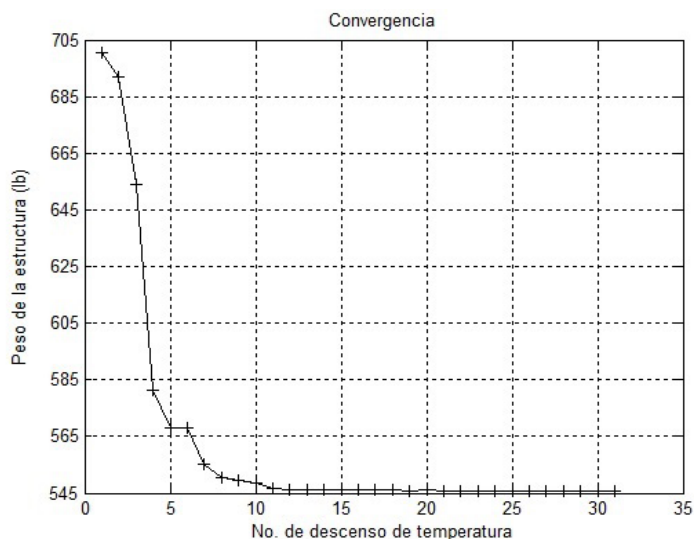


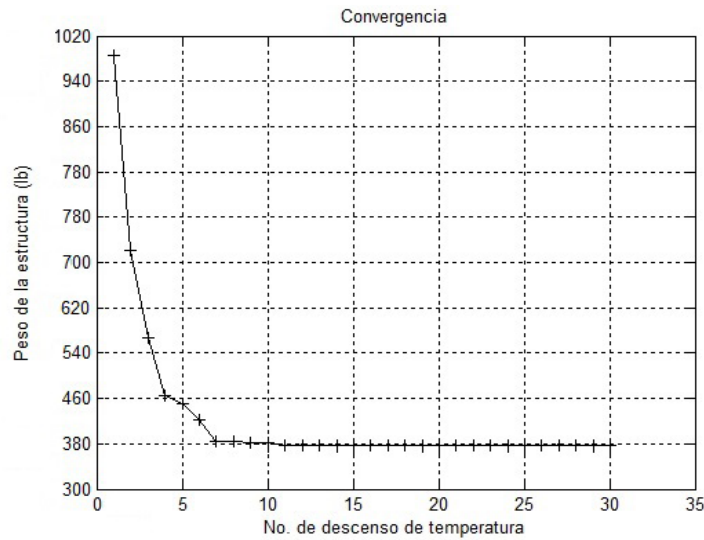
Figura 6. Convergencia ASAM armadura en el espacio de 25 barras

Cuadro 6. Comparación de diseños óptimos armadura en el espacio de 72 barras

Áreas transversales óptimas (in<sup>2</sup>)

Variables		Ebartur		Camp	Camp	Camp	Perez	Kaveh	Este estudio	
Grupo	Elementos	GA2	GA3	ACO	BB-BC	TLBO	PSO	HBB-BC	ASAM <sub>peor</sub>	ASAM <sub>mejor</sub>
1	A <sub>1</sub> - A <sub>4</sub>	0,155	0,161	1,948	1,858	1,881	1,743	1,904	1,952	1,893
2	A <sub>5</sub> - A <sub>12</sub>	0,535	0,544	0,508	0,506	0,514	0,519	0,516	0,508	0,515
3	A <sub>13</sub> - A <sub>16</sub>	0,480	0,379	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
4	A <sub>17</sub> , A <sub>18</sub>	0,520	0,521	0,102	0,100	0,100	0,100	0,100	0,102	0,100
5	A <sub>19</sub> - A <sub>22</sub>	0,460	0,535	1,303	1,248	1,271	1,308	1,258	1,305	1,262
6	A <sub>23</sub> - A <sub>30</sub>	0,530	0,535	0,511	0,527	0,515	0,519	0,504	0,511	0,508
7	A <sub>31</sub> - A <sub>34</sub>	0,120	0,103	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,101	0,100
8	A <sub>35</sub> , A <sub>36</sub>	0,165	0,111	0,100	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
9	A <sub>37</sub> - A <sub>40</sub>	1,155	1,310	0,561	0,521	0,532	0,514	0,518	0,561	0,520
10	A <sub>41</sub> - A <sub>48</sub>	0,585	0,498	0,492	0,517	0,513	0,546	0,521	0,493	0,517
11	A <sub>49</sub> - A <sub>52</sub>	0,100	0,110	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
12	A <sub>53</sub> , A <sub>54</sub>	0,100	0,103	0,107	0,101	0,100	0,110	0,101	0,107	0,101
13	A <sub>55</sub> - A <sub>58</sub>	1,755	1,910	0,156	0,157	0,157	0,162	0,157	0,158	0,157
14	A <sub>59</sub> - A <sub>66</sub>	0,505	0,525	0,550	0,551	0,543	0,509	0,542	0,551	0,542
15	A <sub>67</sub> - A <sub>70</sub>	0,105	0,122	0,390	0,392	0,408	0,497	0,413	0,390	0,441
16	A <sub>71</sub> , A <sub>72</sub>	0,155	0,103	0,592	0,592	0,573	0,562	0,576	0,592	0,567
Peso (lb)		385,760	383,120	380,240	379,850	379,632	381,910	379,660	380,245	379,646
Pprom (lb)		-	-	383,160	382,080	379,759	-	381,850	379,853	
PDesvEst (lb)		-	-	3,660	1,912	0,149	-	1,201	0,236	

Nota: 1 in<sup>2</sup> = 6.452 cm<sup>2</sup>; 1lb = 4.45N.



**Figura 7.** Convergencia ASAM armadura en el espacio de 72 barras

### Armadura en el espacio de 72 barras

La armadura de 72 barras ha sido diseñada por distintos investigadores usando una variedad de enfoques y técnicas: Erbartur [31] usando GA; Camp [7] [27] [28] por medio de ACO, BB-BC, y TLBO; Perez [12] usó PSO, y Kaveh [30] diseñó con HBB-BC. La figura 1e muestra la numeración de nodos y elementos de la armadura. Para su análisis es categorizada en 16 grupos de variables de diseño.

El material tiene un peso por unidad de volumen de 0,10 lb/in<sup>3</sup>; y módulo de elasticidad de 10000 ksi. Las limitaciones impuestas a la estructura incluyen: un desplazamiento máximo de  $\pm 0,25$  in en los nodos superiores en las direcciones x, y o z; y un esfuerzo máximo admisible de  $\pm 25$  ksi en cualquier elemento. El rango de áreas de sección transversal aceptables varía de 0,1 in<sup>2</sup> a 3,0 in<sup>2</sup>. La armadura está cargada según Camp [28].

El cuadro 6 el diseño de ASAM con otras técnicas de optimización. El mejor diseño de ASAM es 379,646 lbs el cual es más ligero que otros diseños publicados. El peso promedio alcanzado fue de 379,853 lbs con una desviación estándar de 0,236 lb. La comparación de los resultados de ASAM con los de otros métodos heurísticos muestra que ASAM proporciona una mejora en la calidad y consistencia de los diseños de armaduras. La figura 7 muestra la gráfica de convergencia de ASAM para este problema.

### Conclusiones

Se ha conseguido evaluar el desempeño del Algoritmo Simulated Annealing Modificado (ASAM) en el problema de diseño óptimo de armaduras con variables continuas. Los valores de secciones transversales de los elementos y pesos obtenidos por ASAM, fueron comparados con los resultados reportados por otros autores empleando diferente enfoques estocásticos, mostrando que son coherentes y satisfactorios (ver cuadros 1, 2, 3, 4, 5 y 6), dando así validez al trabajo aquí realizado.

En cuanto a la técnica empleada, se puede observar que ASAM tiene precisión, robustez, y versatilidad para enfrentar diversos tipos de problemas, con diferentes números de elementos



y con restricciones de esfuerzos y desplazamientos. Esto se ve reflejado en los pesos, pesos promedios, desviación estándar y áreas de los elementos conseguidos.

## Referencias

- [1] K. Sarma and H. Adeli, "Fuzzy genetic algorithm for optimization of steel structures", *J. Struct. Eng. ASCE*, vol. 126, no. 5, pp. 596-604, 2000.
- [2] A. Kaveh and V. Kalatjari, "Genetic algorithm for discrete sizing optimal design of trusses using the force method", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 55, no. 1, pp. 55-72, 2002.
- [3] A. Kaveh and V. Kalatjari, "Topology optimization of trusses using genetic algorithm, force method, and graph theory", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 58, no. 4, pp. 771-791, 2003.
- [4] A. Kaveh and H. Rahami, "Analysis, design and optimization of structures using force method and genetic algorithm", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 65, no. 10, pp. 1570-1584, 2006.
- [5] V. Togan and A. Daloglu, "Optimization of 3d trusses with adaptive approach in genetic algorithms", *Eng. Struct.*, vol. 28, no. 7, pp. 1019-1027, 2006.
- [6] T. Dede, *et al.*, "Weight minimization of trusses with genetic algorithm", *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 2565-2575, 2011.
- [7] C. Camp and B. Bichon, "Design of space trusses using ant colony optimization", *J. Struct. Eng.*, vol. 130, no. 5, pp. 741-751, 2004.
- [8] M. Serra and P. Venini, "On some applications of ant colony optimization metaheuristic to plane truss optimization", *Struct. Multidisc. Optim.*, vol. 32, no. 6, pp. 499-506, 2006.
- [9] A. Kaveh, *et al.*, "Ant colony optimization for design of space trusses", *Int. J. Space. Struct.*, vol. 23, no. 3, pp. 167-181, 2008.
- [10] A. Kaveh and S. Talatahari, "A particle swarm ant colony optimization for truss structures with discrete variable", *J. Construct. Steel. Res.*, vol. 65, no. 8, pp. 1558-1568, 2009.
- [11] G. Luh and C. Lin, "Optimal design of truss structures using ant algorithm", *Struct. Multidisc. Optim.*, vol. 36, no. 4, pp. 365-379, 2008.
- [12] R. Perez and K. Behdinan, "Particle swarm approach for structural design optimization", *Computers and Structures*, vol. 85, pp. 1579-1588, 2007.
- [13] L. Li, *et al.*, "A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures", *Computers & Structures*, vol. 85, no. 7-8, pp. 340-349, 2007.
- [14] G. Luh and C. Lin, "Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization", *Computers & Structures*, vol. 89, no. 23-24, pp. 2221 - 2232, 2011.
- [15] J. Schutte and A. Groenwold, "Sizing design of truss structures using particle swarms", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 25, pp. 261-269, 2003.
- [16] K. Lee and Z. Geem, "A new structural optimization method based on the harmony search algorithm", *Comput Struct*, vol. 82, pp. 781-798, 2004.
- [17] M. Saka, "Optimum geometry design of geodesic domes using harmony search algorithm", *Adv. Struct. Eng.*, vol. 10, no. 6, pp. 595-606, 2007.
- [18] S. O. Degertekin, "Optimum design of steel frames using harmony search algorithm", *Struct. Multidiscip Optimiz.*, vol. 36, no. 4, pp. 393-401, 2008.
- [19] S. Degertekin, "Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures", *Computers and Structures*, vol. 92-93, pp. 229-241, 2012.
- [20] C. Millan, *et al.*, "Propuesta y validación de un algoritmo Simulated annealing modificado para la solución de problemas de optimización", *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.*, vol. 30, no. 4, pp. 264-270, 2014.
- [21] S. Kirkpatrick, *et al.*, "Optimization by simulated annealing", *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671-680, 1983.
- [22] A. Sonmez, "Artificial Bee Colony algorithm for optimization of truss structures", *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 2406-2418, 2011.



- [23] S. Degertekin, and M. Hayalioglu, "Sizing truss structures using teaching-learning-based optimization", *Computers and Structures*, vol. 119, pp. 177–188, 2013.
- [24] A. Kaveh, *et al.*, "An improved magnetic charged system search for optimization of truss structures with continuous and discrete variables", *Applied Soft Computing*, vol. 28, pp. 400-410, 2015.
- [25] A. Baghlani and M. Makiabadi, "Weight Optimization of Truss Structures by a New Feasible Boundary Search Technique Hybridized with Firefly Algorithm", *KSCE Journal of Civil Engineering*, vol. 18, no. 4, pp. 1105-1118, 2014.
- [26] K. Imai and L. Schmit, "Configuration optimization of trusses", *ASCE J. Struct. Div.*, vol. 107, no. 5, pp. 745–756, 1991.
- [27] C. Camp, "Design of space trusses using big bang–big crunch optimization", *J. Struct. Eng.* vol. 133, no. 7, pp. 999–1008, 2007.
- [28] C. Camp and M. Farshchin, "Design of space trusses using modified teaching–learning based optimization", *Engineering Structures*, vol. 62-63, pp. 87-97, 2014.
- [29] L. Lamberti, "An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures", *Computers and Structures*, vol. 86, no. 19-20, pp. 1936-1953, 2008.
- [30] A. Kaveh and S. Talatahari, "Size optimization of space trusses using big bang–big crunch algorithm", *Comput. Struct.*, vol. 87, no. 17-18, pp. 1129-1140, 2009.
- [31] F. Erbatur, *et al.*, "Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms", *Comput Struct*, vol. 75, pp. 209-224, 2000.