

CONTROL ADAPTIVO DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA

Ronald Azofeifa *
Takayuki Suzuki *
Takuya Kamano *
Hironobu Harada*

*E*n el presente artículo se propone un control de velocidad adaptivo hacia adelante para servo motores de corriente directa en el dominio del tiempo discreto. El objetivo es controlar la velocidad de un servo motor de corriente directa expuesto a variaciones de inercia, torque y fricción, tanto viscosa como de Coulomb. Se presenta el análisis de estabilidad del sistema utilizando la teoría de hiperestabilidad de Popov. La condición limitadora para garantizar la operación del sistema en la región estable, se analiza en términos de la ganancia de adaptación para un vector de entrada dado. Se muestran resultados experimentales y simulados empleando ondas periódicas como señales de salida deseadas para confirmar la validez y efectividad del esquema propuesto. Con base en estos resultados, se demuestra la eficiencia del sistema adaptivo comparado con el clásico sistema de control retroalimentado. Finalmente se aplica al sistema, en estado estable, una entrada de perturbación en el eje del motor para mostrar que los parámetros del controlador adaptivo reconvergen modificados por el algoritmo de adaptación.

I. INTRODUCCION

La teoría de control convencional trata predominantemente con sistemas lineales

que poseen parámetros constantes, cuyo funcionamiento es aceptable cuando el sistema está bajo condiciones fijas de operación. Sin embargo, la aproximación lineal no será siempre satisfactoria cuando estas condiciones de operación cambien.

El clásico controlador proporcional ha sido ampliamente utilizado en muchas aplicaciones industriales como controlador de velocidad en motores de corriente directa (CD). No obstante, los motores son expuestos frecuentemente a variaciones dinámicas del ambiente, como lo es la fricción de Coulomb u otras perturbaciones externas. A consecuencia de estas variaciones, el modelo del motor diseñado posee parámetros dependientes del tiempo y el funcionamiento del sistema es deficiente si se utiliza solamente el controlador proporcional retroalimentado.

La teoría de control adaptivo se introdujo para resolver el problema de plantas con parámetros desconocidos o variantes en el tiempo¹⁻⁴. En este artículo, se considera un sistema adaptivo de control de velocidad para un servo motor de corriente directa en el dominio del tiempo discreto.

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica. Facultad de Ingeniería. Universidad de Tokushima, Tokushima, Japón.

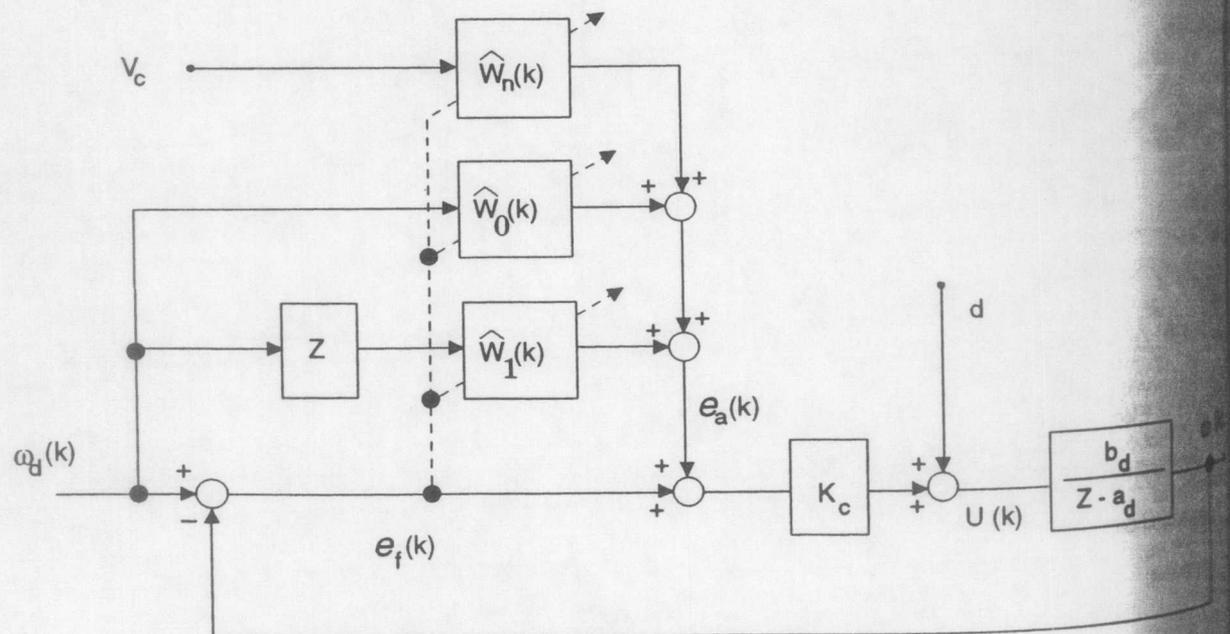
El sistema propuesto consiste, como se puede apreciar en el diagrama de la Figura 1, de un controlador proporcional retroalimentado, formado por el controlador y la planta; un compensador adaptivo para perturbaciones $\hat{W}_n(k)$, y un controlador adaptivo hacia adelante constituido por los parámetros $\hat{W}_0(k)$, $\hat{W}_1(k)$ y las señales del vector de entrada.

En el mismo diagrama, $\omega_d(k)$ es la referencia de entrada, $\omega(k)$ es la señal de salida, $e_f(k)$ es la señal de error, $e_a(k)$ es el voltaje de salida del controlador adaptivo, $u(k)$ es el voltaje de entrada del motor y 'd' representa una entrada de perturbación al sistema. Varios métodos adaptivos para controlar la velocidad o la posición de motores de corriente directa han sido considerados anteriormente⁵⁻⁸. En este esquema propuesto los parámetros del controlador adaptivo en la trayectoria hacia adelante, son ajustados por medio de un algoritmo de adaptación que se basa en la señal de error $e_f(k)$. Durante el proceso de adaptación, los parámetros adaptivos convergen en valores constantes, la señal de error tiende a cero asintóticamente y el

controlador adaptivo hacia adelante se convierte en el inverso dinámico de la función de transferencia del motor, de manera que la relación salida-entrada del sistema sea la unidad. Además, el compensador adaptivo de perturbaciones elimina el efecto adverso de la fricción de Coulomb u otras variaciones dinámicas.

El artículo está organizado como sigue: en la sección II se presenta el modelo del motor de CD en el dominio de tiempo continuo y en el dominio del tiempo discreto. El análisis de estabilidad del sistema propuesto, basado en la teoría de hiperestabilidad de Popov⁹, se presenta en la sección III. Este análisis se restringe al caso del tiempo discreto pues el interés principal es implementar el sistema con un controlador digital. Los resultados experimentales y simulados del sistema adaptivo, fueron llevados a cabo utilizando funciones periódicas como señales deseadas de salida. El esquema propuesto también es sometido a una entrada de perturbación, bajo condiciones estables, para mostrar que los parámetros convergen nuevamente. Los resultados

FIGURA 1.
Diagrama de bloques del control de velocidad adaptivo para un servo motor de corriente directa.



experimentales y simulados para un servo motor de CD son mostrados y discutidos en la sección IV. Finalmente, las conclusiones son presentadas en la sección V.

II. MODELO DEL MOTOR DE CD

La descripción clásica de un servo motor de CD controlado en la armadura (en el dominio del tiempo continuo), está dada por el siguiente conjunto de ecuaciones¹⁰:

$$\begin{aligned} J \ddot{\theta}(t) + f \dot{\theta}(t) &= K_i I(t) \\ L_a \dot{I}(t) + R_a I(t) + e(t) &= V(t) \\ K_b \dot{\theta}(t) &= e(t) \end{aligned}$$

donde

$v(t)$ es la señal de control aplicada a las terminales del inducido o armadura,

$I(t)$ es la corriente del devanado del inducido,

$e(t)$ es la tensión inducida o fuerza contraelectromotriz,

J es el momento de inercia total referido al eje del motor, y

f es el coeficiente de fricción viscosa.

Las constantes K_i , K_b , R_a y L_a son características eléctricas del motor. La inductancia L_a en el circuito de armadura generalmente es pequeña y sus efectos se pueden despreciar. Si consideramos $L_a = 0$

la función de transferencia entre la velocidad del motor y el voltaje de control del inducido se reduce a¹¹:

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s \tau + 1}$$

Ecuación 1

donde

$K_m = K / [R_a f + K K_b]$ = constante de ganancia del motor

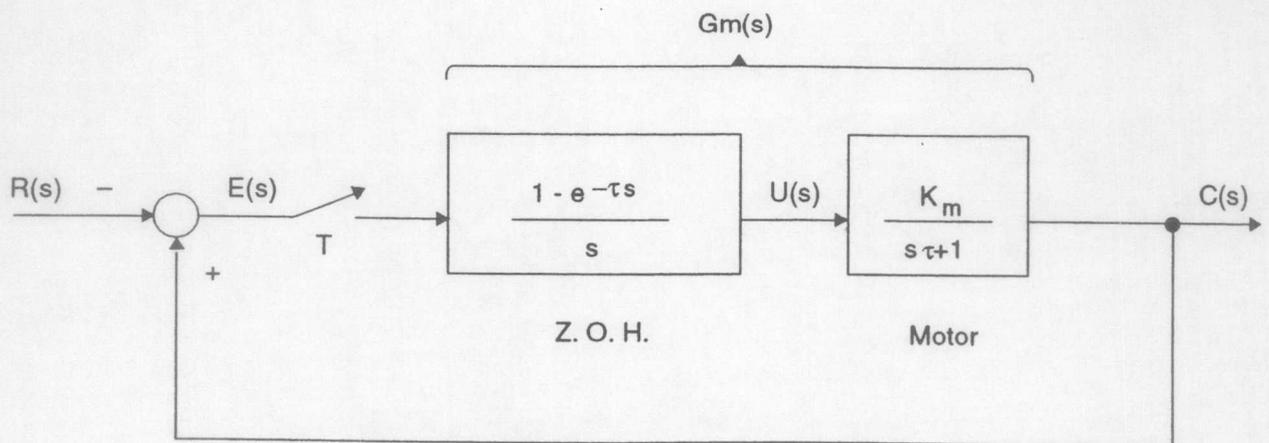
$\tau = R_a J / [R_a f + K K_b]$ = constante de tiempo del motor

Anteriormente se mencionó que el interés principal es implementar el sistema adaptivo con un controlador digital. Con este fin se debe obtener la expresión para el modelo del motor en el dominio del tiempo discreto. Cuando el modelo de primer orden de la ecuación 1 es precedido por un retenedor de orden cero (*Zero-Order-Hold*), como se muestra en el diagrama de bloques de la Figura 2, la función de transferencia de lazo cerrado en el dominio del tiempo discreto¹² está dada por:

$$G_m(z) = \frac{b_d}{z - a_d}$$

Ecuación 2

FIGURA 2. Sistema discreto de lazo cerrado para obtener la función de transferencia de un servo motor de CD.



En la ecuación 2, los parámetros discretos a_d y b_d están relacionados con los parámetros del modelo en el tiempo continuo como sigue:

$$a_d = e^{-T/\tau} \quad \text{y} \quad b_d = K_m (1 - e^{-T/\tau})$$

donde T es el período de muestreo (*sampling period*). Nótese que los parámetros τ y K_m son variantes en el tiempo porque dependen de los valores de la inercia J y de la fricción viscosa f . Obsérvese también que los parámetros discretos de la planta satisfacen la siguiente relación $0 < a_d < 1$ y $b_d > 0$.

III. ANALISIS DE ESTABILIDAD

La estabilidad es un requerimiento básico de cualquier sistema de control. Se han realizado muchos esfuerzos en torno al análisis de estabilidad de los sistemas de control adaptivos, pero no ha resultado fácil pues éstos son inherentemente no lineales y mucho más complejos en su estructura que los sistemas lineales convencionales. Analizar la estabilidad absoluta del sistema de lazo cerrado y la convergencia asintótica de los parámetros del regulador, son los dos pasos más importantes cuando se analiza un sistema adaptivo.

A partir del diagrama de bloques de la Figura 1, se obtiene la siguiente expresión para la señal de control de salida del regulador adaptivo,

$$e_a(k) = \hat{W}_0(k) \omega_d(k) + \hat{W}_1(k) \omega_d(k+1) + \hat{W}_n(k) V_c$$

Ecuación 3

La ecuación 3 puede representarse en variables de estado de la siguiente manera:

$$e_a(k) = \hat{\theta}(k)^T \vartheta(k)$$

Ecuación 4

donde

$$\hat{\theta}(k)^T = [\hat{W}_0(k), \hat{W}_1(k), \hat{W}_n(k)]$$

Ecuación 5

$$\vartheta(k)^T = [\omega_d(k), \omega_d(k+1), V_c]$$

Ecuación 6

Aquí $\hat{\theta}(k)$ es el vector de parámetros estimado y $\vartheta(k)^T$ es el vector de entrada cuyos componentes son la señal de compensación para perturbaciones, la señal de referencia y sus posibles derivadas. Del mismo modo se pueden obtener de la Figura 1 las siguientes ecuaciones para encontrar una expresión que relacione todas las componentes del sistema:

$$U(k) = K_c [e_f(k) + e_a(k)] + d$$

Ecuación 7

$$\omega(k) = U(k) \frac{b_d}{z - a_d}$$

Ecuación 8

$$e_f(k) = \omega_d(k) - \omega(k)$$

Ecuación 9

De las ecuaciones 7, 8 y 9 se obtiene la expresión para la señal de error $e_f(k)$ como sigue:

$$e_f(k) = \frac{K_c b_d z}{z - (a_d - K_c b_d)} [-\hat{\theta}(k-1)^T \vartheta(k-1)]$$

Ecuación 10

donde $\tilde{\theta}(k) = \hat{\theta}(k) - \theta$, y el vector θ es dado por:

$$\theta^T = \left[\frac{a_d}{K_c b_d}, \frac{1}{K_c b_d}, \frac{-d}{K_c V_c} \right]$$

Ecuación 11

Nótese que la ecuación 10 relaciona las componentes del sistema retroalimentado así como las del sistema adaptivo hacia adelante. La ley general del control lineal¹, que combina ambos sistemas no es realizable si los parámetros de la planta son desconocidos o variables en el tiempo. Sin embargo, los componentes del vector de parámetros $\theta(k)$ pueden ser estimados con base en la siguiente ley de adaptación:

$$\tilde{\theta}(k) = \tilde{\theta}(k-1) + \gamma \phi(k-1) e_f(k)$$

Ecuación 12

Este mecanismo de ajuste es una variación de la regla conocida como *MIT rule*¹³, y es comúnmente usada en muchos sistemas adaptivos para actualizar el vector de parámetros. En la ecuación 12, $e_f(k)$ es la señal de error dada por $e_f(k) = \omega_d(k) - \omega(k)$, y γ es una constante positiva conocida como **ganancia de adaptación** que regula la razón o proporción de adaptación. Aunque se recomiendan valores muy pequeños de γ para asegurar los límites de estabilidad, posteriormente se determinará una fórmula para calcular teóricamente el valor límite de la misma.

Como se indicó en Tomizuka *et al*¹⁴ y en Azofeifa *et al*¹⁵, se da inicio al análisis

de estabilidad representando la ecuación 10 por medio del diagrama de bloques que se muestra en la Figura 3. El sistema puede considerarse entonces como la composición de un bloque lineal y un bloque no lineal retroalimentado.

Con el propósito de aplicar la teoría de hiperestabilidad, se reestructura el diagrama de la Figura 3 en un sistema equivalente que se muestra en la Figura 4, donde K representa un parámetro temporal para obtener las condiciones de estabilidad del sistema propuesto.

El primer paso del análisis es obtener la función de transferencia del bloque lineal de la Figura 4 como sigue:

$$G_L(z) = \frac{K_c b_d}{(1 - K K_c b_d) - (a_d - K_c b_d) z^{-1}}$$

Ecuación 13

Nótese que para $K > 0$ esta función de transferencia para la trayectoria lineal es S.P.R. (del inglés *Strictly Positive Real*) si y solo si:

$$K < \frac{1}{K_c b_d} [1 - (a_d - K_c b_d)]$$

Ecuación 14

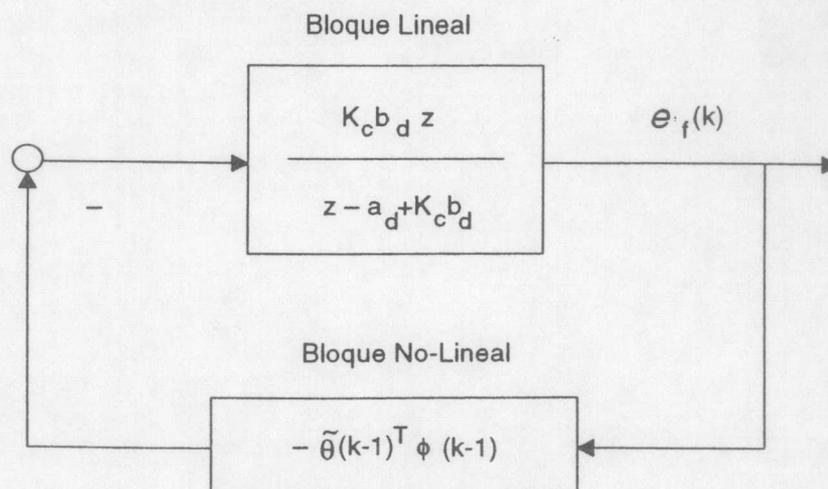
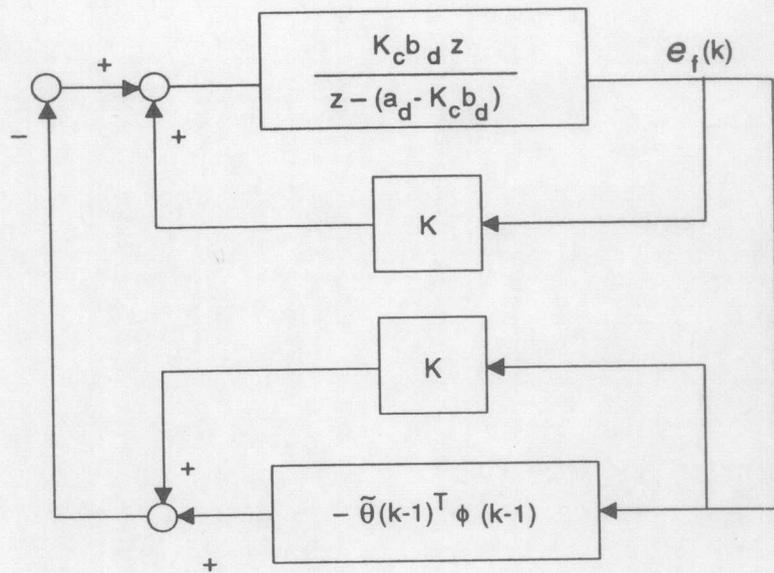


FIGURA 3. Representación esquemática de la ecuación 10.

FIGURA 4.
Diagrama de bloques equivalente de la Figura 3 con el fin de aplicar la teoría de hiperestabilidad.



Por lo tanto, si el bloque lineal de la Figura 4 es S.P.R. la señal de error $e_f(k)$ va a tender a cero de acuerdo con el teorema de la pasividad (*passivity theorem*)¹⁶. El segundo paso del análisis es mostrar que el bloque no lineal de la Figura 4 es asintóticamente hiperestable. De acuerdo con la desigualdad de Popov⁹ se puede presentar la sumatoria del producto de entrada-salida del bloque no lineal de la Figura 4 como sigue:

$$\begin{aligned} \eta(k_1) = & \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T(k_1) \tilde{\theta}(k_1) \\ & + \sum_{k-\phi}^{K_1} \left[K - \frac{\gamma}{2} \phi^T(k-1)\phi(k-1) \right] e_f^2(k) \\ & - \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 15}$$

Claramente se deduce que la expresión para $\eta(k_1)$ es limitada en la parte inferior (*lower bounded*) por $[-1/(2\gamma)]\tilde{\theta}^T(0)\tilde{\theta}(0)$ si:

$$K - \frac{\gamma}{2} \phi^T(k-1)\phi(k-1) \geq 0$$

Ecuación

Por lo tanto, si el bloque no lineal de la Figura 4 satisface la relación de la ecuación anterior, el sistema satisface la relación de la desigualdad de Popov y se asegura la estabilidad del sistema de lazo cerrado que se obtiene del control adaptivo descrito.

Asociando las ecuaciones 14 y 15 se puede eliminar el parámetro temporal K de manera que la expresión para la condición de estabilidad se establece en términos de la siguiente relación:

$$\frac{\gamma}{2} \phi^T(k-1)\phi(k-1) < \frac{1}{K_c b_d} [1 - (a_d - K_c b_d)] \quad \text{Ecuación}$$

Generalmente se considera que γ es un parámetro de diseño y se recomienda utilizar valores de ganancia muy pequeños para garantizar los márgenes de estabilidad. Sin embargo, se puede encontrar una expresión matemática que permita calcular teóricamente el valor límite de γ para el cual el sistema adap-

de lazo cerrado se mantiene en una región estable. Para este fin rearrreglamos la ecuación anterior como se muestra a continuación:

$$\gamma < \frac{2 [1 - (a_d - K_c b_d)]}{K_c b_d [\phi(k-1)]^2}$$

Ecuación 18

El valor del parámetro b_d es siempre considerablemente mayor que el valor del parámetro a_d por lo que se puede despreciar a_d en la ecuación 18 y cancelar el término $K_c b_d$. Partiendo de estas consideraciones válidas la ecuación 18 se puede escribir en forma simplificada como sigue:

$$\gamma < \frac{2}{[\phi(k-1)]^2}$$

Ecuación 19

Nótese que el valor límite máximo de γ para asegurar la condición de estabilidad depende práctica y exclusivamente de la magnitud del vector de entrada $\phi(k-1)$.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULADOS

En esta sección se presentan los resultados experimentales y simulados obtenidos utilizando el control de velocidad adaptivo para un servo motor de CD. El objetivo principal del experimento es mostrar la estabilidad y la efectividad del esquema propuesto bajo condiciones estables. Además la respuesta simulada del sistema para una entrada de perturbación es presentada y discutida.

Un servo motor de CD con imán permanente fue utilizado en el experimento con las especificaciones y parámetros que se muestran en el Cuadro 1. En las sesiones experimentales, se utilizó como referencia de entrada una onda periódica

sinusoidal con una frecuencia de 0,33 Hz y luego una onda periódica trapezoidal con una frecuencia de 0,125 Hz. La ganancia del controlador proporcional K_c y el período de muestreo T fueron ajustados a 4 unidades y 10 ms respectivamente para ambos tipos de funciones.

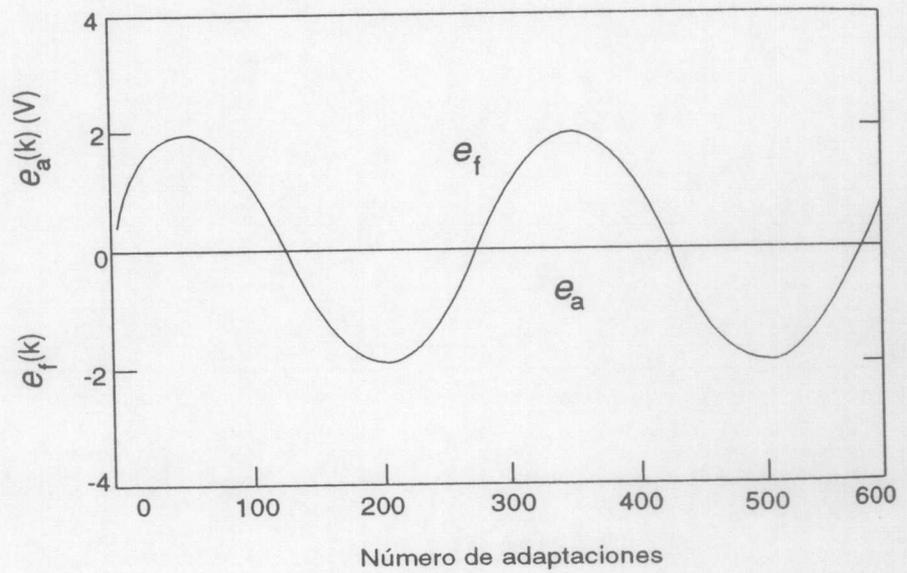
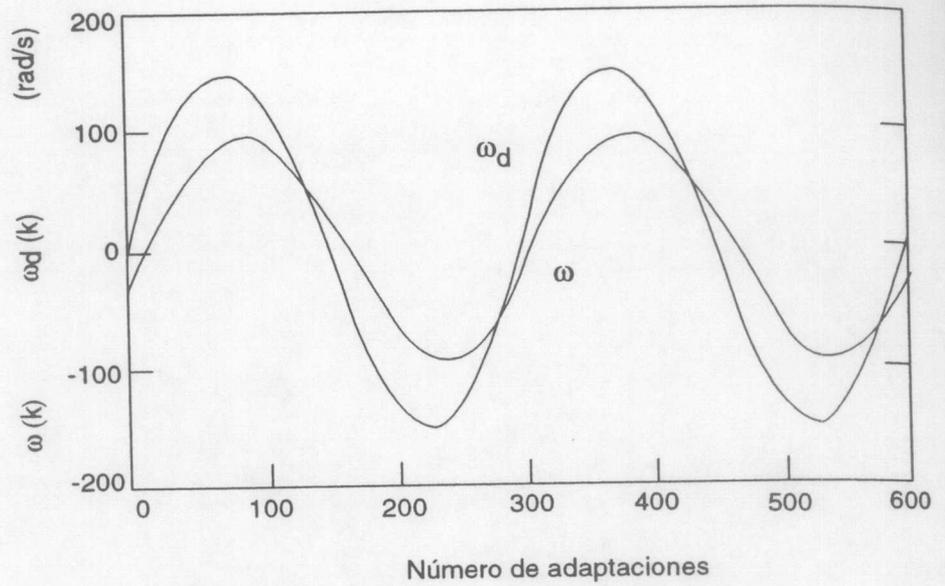
CUADRO 1. Especificaciones del servo motor de CD utilizado en las pruebas experimentales.

Capacidad nominal	35,0	W
Voltaje de armadura	24,0	V
Corriente de armadura	2,5	A
Torque nominal	1,0	kgcm
Velocidad nominal	3500	rpm
Resistencia de armadura	2,26	ohms
Momento de inercia	33,0 x 10	kgm
Coeficiente de fricción		
viscosa	2,20 x 10	Nm/rad/s
Fricción de Coulomb	0,029	Nm
Fuerza contra-electromotriz	0,051	V/rad/s
Constante de torque	0,051	Nm/A

La Figura 5 muestra las respuestas del sistema para una referencia sinusoidal cuando se utiliza únicamente el clásico control proporcional retroalimentado. Nótese que la señal de salida $\omega(k)$ atrasa a la señal de referencia $\omega_d(k)$ y que existe entre ambas, una diferencia considerable en amplitud. La señal de error $e_f(k)$ no converge a cero y se mantiene periódicamente constante. El voltaje de salida del controlador adaptivo $e_a(k)$ es cero debido a que para esta prueba los parámetros adaptivos \hat{W}_n , \hat{W}_ϕ y \hat{W}_1 fueron ajustados a cero.

La Figura 6 muestra las respuestas del sistema para el control proporcional más el control adaptivo hacia adelante. Obsérvese ahora cómo la señal de salida sigue fielmente la señal de referencia de

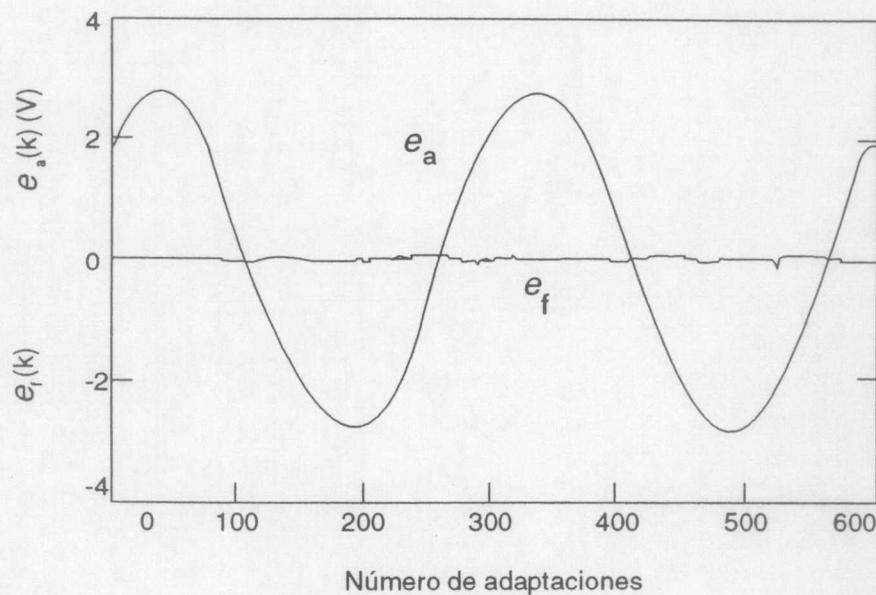
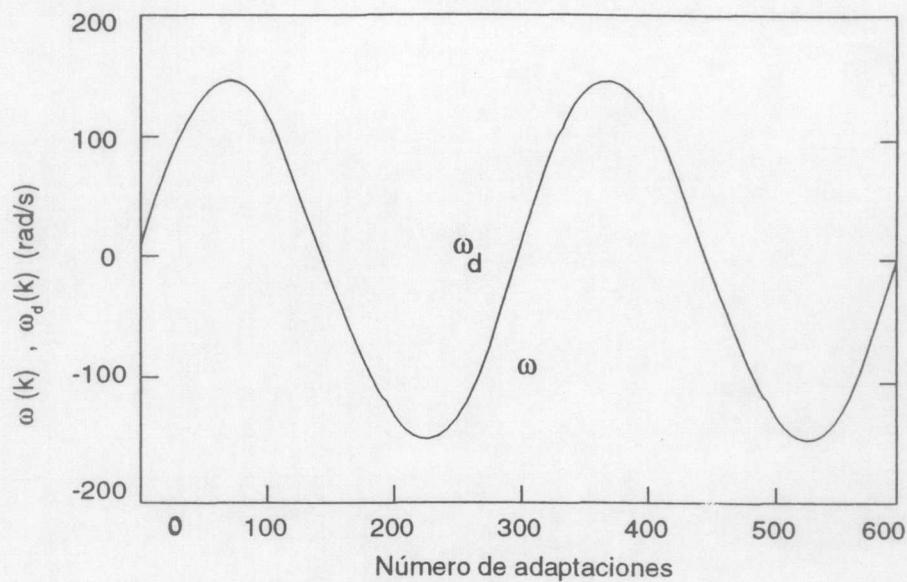
FIGURA 5.
 Respuestas del sistema para una referencia sinusoidal utilizando solamente el controlador proporcional.



entrada. Para esta prueba los parámetros adaptivos son ajustados por medio del algoritmo computacional y por lo tanto se genera un voltaje de salida desde el controlador adaptivo. Al mismo tiempo la señal de error converge en un valor cercano a cero. Con estos resultados se confirma la efectividad del esquema propuesto comparado con el clásico control proporcional.

En los siguientes experimentos se utiliza una onda periódica trapezoidal, la cual posee mayor cantidad de frecuencias que la señal sinusoidal y por lo tanto es más representativa para las pruebas. Las Figuras 7 y 8 muestran las respuestas medidas del sistema en las etapas iniciales de adaptación. Los resultados son presentados para $\gamma = 0,05$ y $\gamma = 0,03$ respectivamente.

FIGURA 6. Respuestas del sistema para una referencia sinusoidal utilizando el controlador proporcional más el control adaptivo hacia adelante.

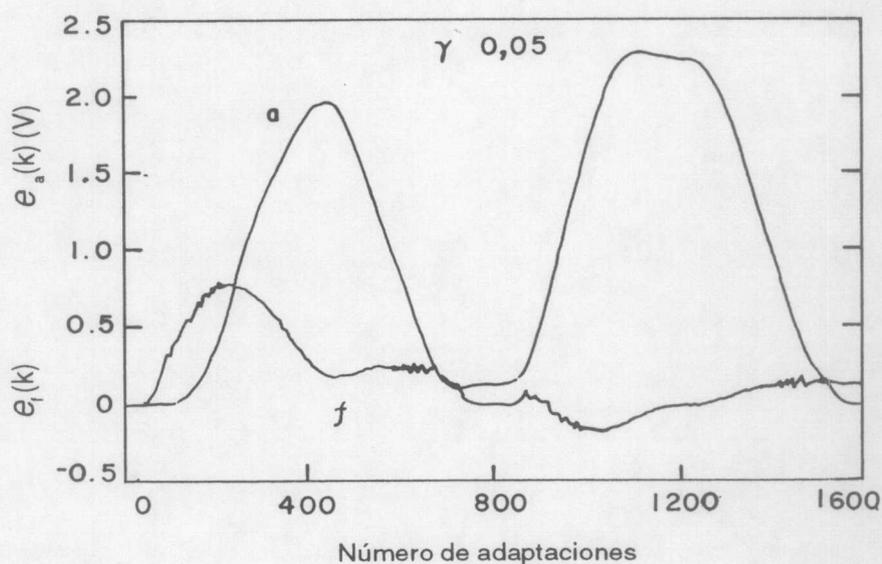
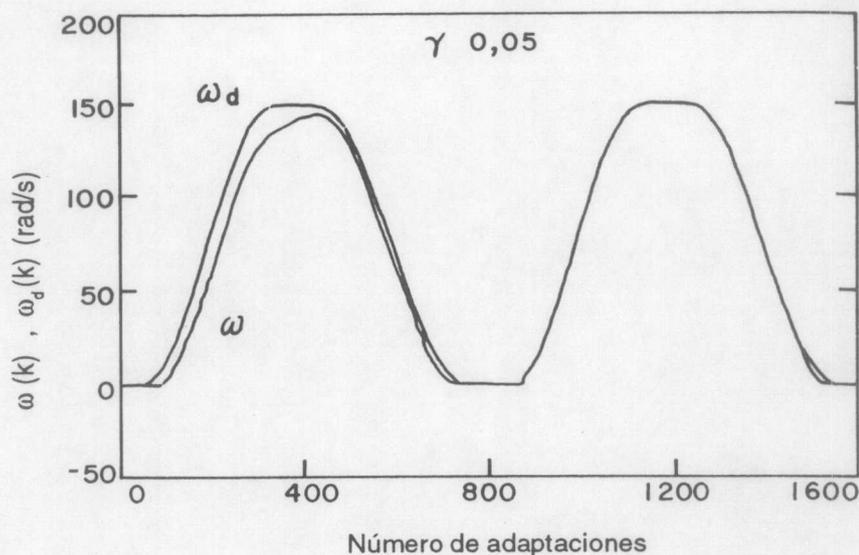


Nótese de nuevo que la señal de salida $\omega(k)$ sigue satisfactoriamente la referencia de entrada $\omega_d(k)$; la señal de error $e_f(k)$ gradualmente decrece y la señal de salida del controlador adaptivo $e_a(k)$ aumenta, mientras el proceso de adaptación progresa.

La evolución de los parámetros adaptivos del controlador hacia adelante y del compensador de perturbaciones para $\gamma = 0,05$ y $\gamma = 0,83$ son mostrados en la

Figura 9. Obsérvese que estos parámetros convergen en un valor uniforme a pesar de que, para cada uno de los experimentos, se utilizó un valor diferente de γ . Sin embargo, los parámetros para $\gamma = 0,83$ convergen más rápidamente que para $\gamma = 0,05$. Una vez que los parámetros convergen en valores constantes, el controlador hacia adelante se convierte en el inverso dinámico de la planta y el compensador adaptivo de

FIGURA 7.
 Respuestas del sistema adaptivo para una referencia trapezoidal en las etapas iniciales de adaptación ($\gamma = 0,05$).



perturbaciones elimina el efecto adverso de la fricción de Coulomb u otras perturbaciones.

El error medio cuadrático $\epsilon(k)$ sobre un período de la señal de salida deseada se muestra en la Figura 10 y está dado por:

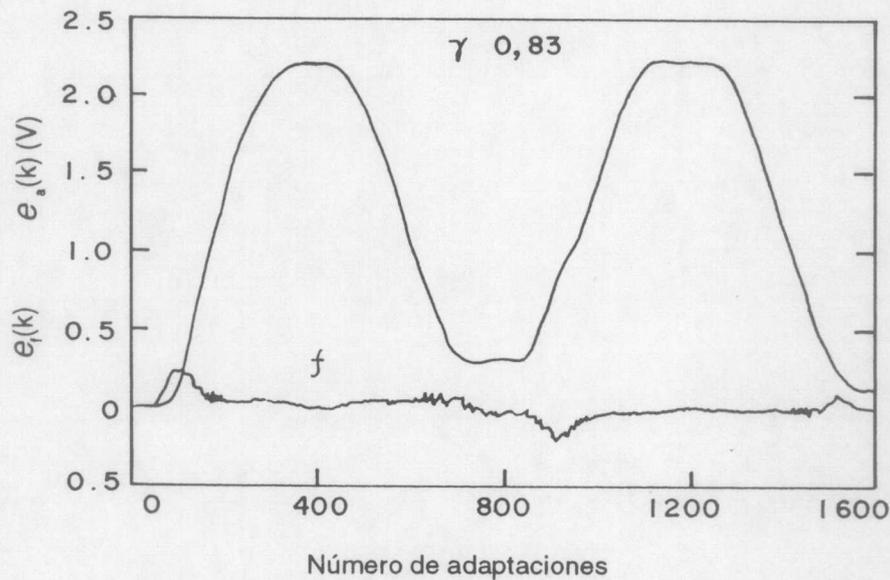
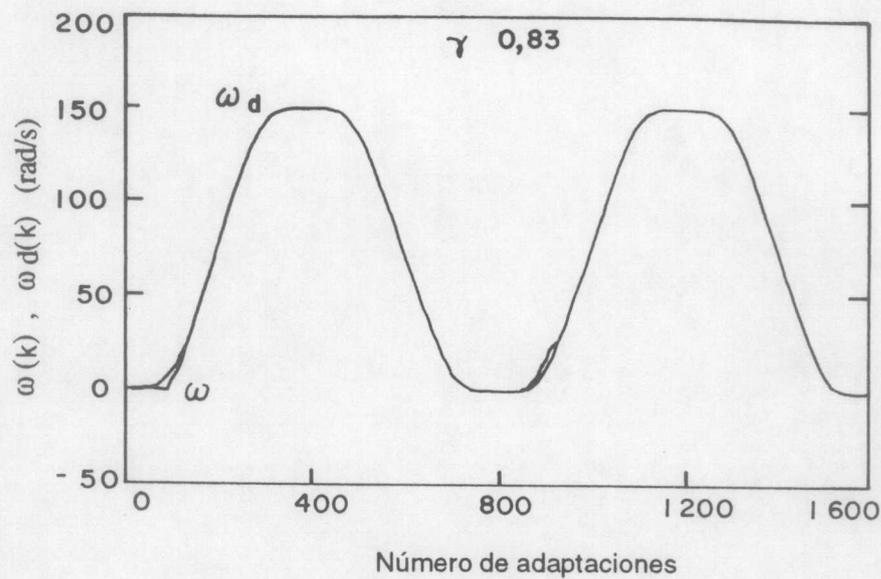
$$\epsilon(k) = \frac{1}{T_r} [\{ \omega_d(kT_r + nT) - \omega(kT_r + nT) \} T]^2$$

Ecuación 20

donde T_r es el período de la señal de referencia y nT corresponde al inicio del n -ésimo período. Obsérvese de nuevo que para $\gamma = 0,83$ el error se reduce más rápidamente que con $\gamma = 0,05$. Sin embargo en ambos casos la reducción es considerable utilizando el esquema adaptivo.

La Figura 11 muestra las respuestas simuladas del control adaptivo de velocidad cuando se aplica súbitamente

FIGURA 8.
 Respuestas del
 sistema adaptivo
 para una
 referencia
 trapezoidal en las
 etapas iniciales
 de adaptación
 ($\gamma = 0,83$).



una entrada de perturbación directamente al eje del motor. La señal de salida deseada $\omega(k)$, que se encuentra en estado estable, temporalmente se ve afectada por una depresión debido a la perturbación, pero rápidamente retorna a su valor deseado debido a que los parámetros del controlador son modificados en el acto por el algoritmo de adaptación. Después del período de transición, los parámetros reconvergen en nuevos valores. Esto comprueba la utilidad del esquema

adaptivo cuando perturbaciones externas son aplicadas a la planta.

V. CONCLUSIONES

Un sistema adaptivo hacia adelante para el control de velocidad de un servo motor de corriente directa en el caso del tiempo discreto fue descrito. El esquema propuesto es útil cuando los parámetros del modelo del motor son variantes en el

FIGURA 9.
Evolución de los
parámetros del
controlador
durante el
proceso de
adaptación para
diferentes
valores de γ .

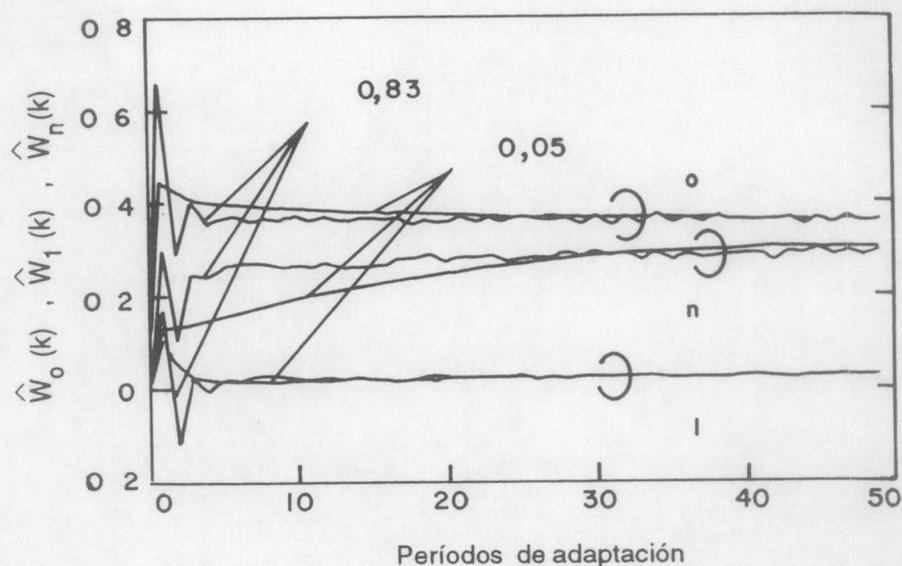
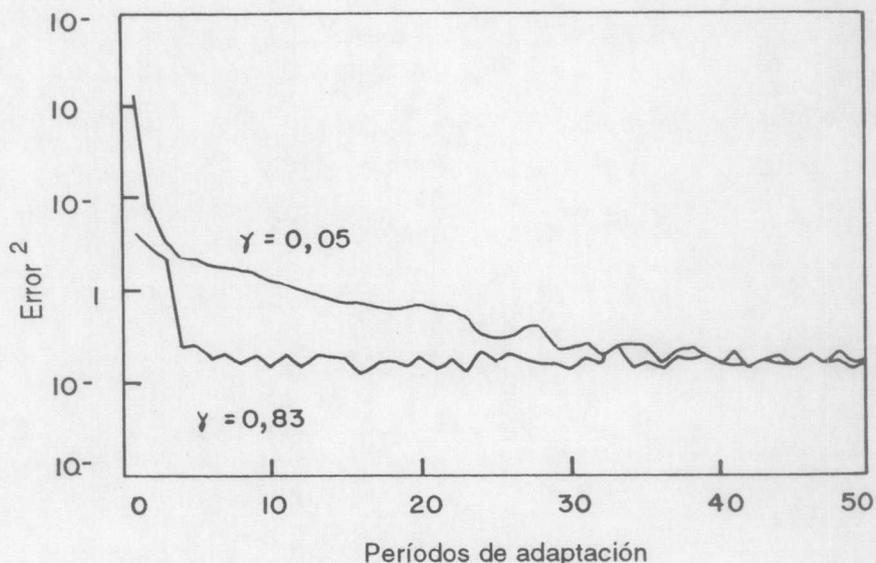


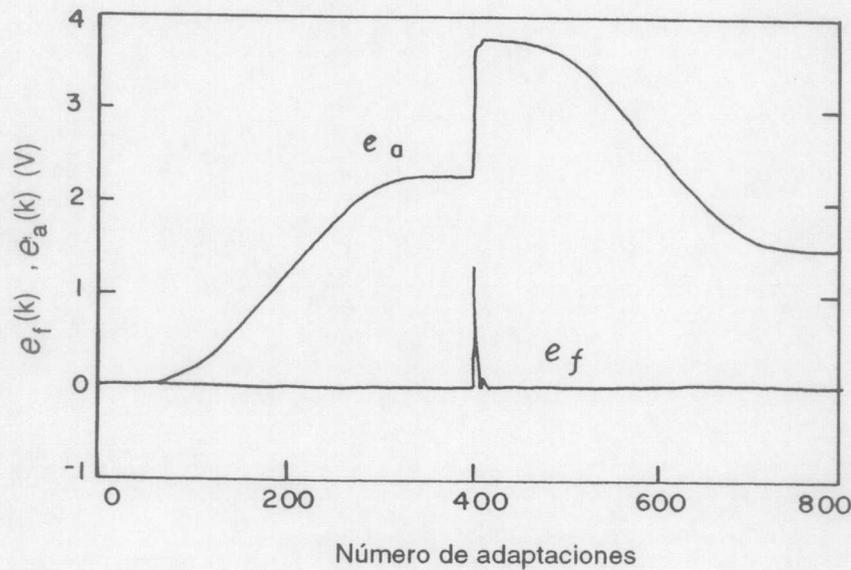
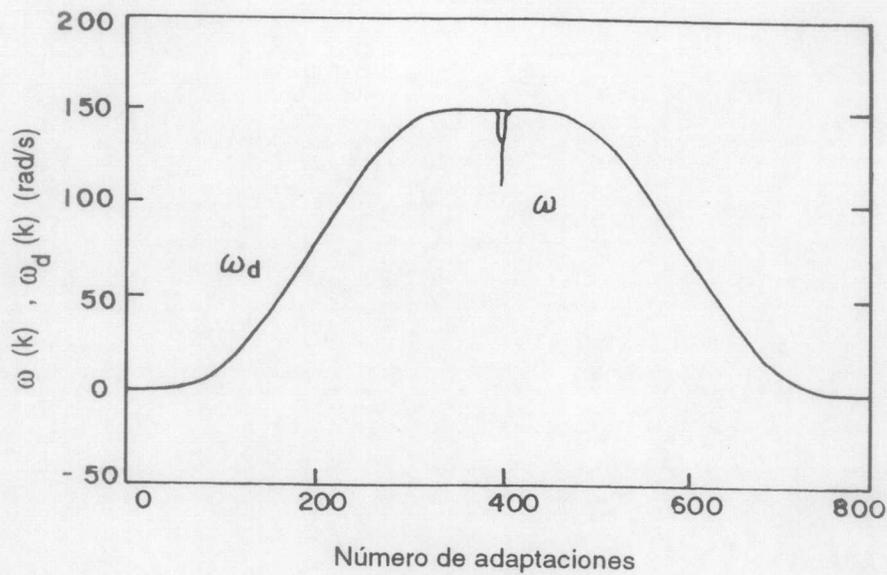
FIGURA 10.
Error medio
cuadrático para
diferentes
valores de γ .



tiempo debido a cambios dinámicos en el ambiente, como son la inercia y la fricción. El análisis de estabilidad fue presentado con base en la teoría de hiperestabilidad de Popov. Esta técnica requiere reformar la estructura del sistema adaptivo en dos bloques: uno lineal y el otro no lineal. Si ambos bloques cumplen con las condiciones que se determinan en la teoría de Popov, se asegura la estabilidad del

sistema adaptivo propuesto. La condición limitadora de estabilidad hiperestable se analiza en términos de la ganancia de adaptación para un vector de entrada dado. Los resultados experimentales y simulados, utilizando funciones periódicas como señales de control deseadas, confirman la estabilidad y la efectividad del esquema adaptivo propuesto.

FIGURA 11.
Respuestas simuladas del sistema adaptivo cuando se aplica una entrada de perturbación al eje del motor.



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1- Astrom, K.J. *Theory and Applications of Adaptive Control/A Survey*, **Automatica**, Vol. 19, no. 5, p. 471-486 (1983).
- 2- Astrom, K.J., U. Borisson, L. Ljugn and B. Wittenmark. *Theory and Applications of Self-tuning Regulators*, **Automatica**, Vol. 13, p. 457-476 (1977).
- 3- Landau, I.D. *A Survey of Model Reference Adaptive Techniques - Theory and Applications*, **Automatica**, Vol. 10, p. 353-379 (1974).
- 4- Narendra, K.S. and L.S. Valavani. *Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control*, **Automatica**, Vol. 15, p. 653-664 (1979).
- 5- Kelly, R. *A Linear State Feedback plus Adaptive Feedforward Control for DC Servomotors*, **IEEE Trans**, Vol. 1E-34, No. 2, p. 153-157 (1987).
- 6- Landau, I.D. *Model Reference Adaptive Control Systems for DC and AC Drives*, **IEEE Industry General Applications Group Annu. Meeting**, Detroit, MI (1969).

- 7- Walrath, C.D. *Adaptive Bearing Friction Compensation Based on Recent Knowledge of Dynamic Friction*, **Automatica**, Vol. 20, no. 6. p. 717-727 (1984).
- 8.- Canudas, C., K.J. Astrom and K. Braun. *Adaptive Friction Compensation in DC Motor Drives*, **IEEE Robotics Automation Conf.** San Francisco, CA (1986).
- 9.- Anderson, Brian D.O. *A simplified Viewpoint of Hyperstability*, **IEEE Trans. on Aut. Control**, Vol AC-13, No. 3, p. 292-294 (1968).
- 10- Kuo, B.C. **Automatic Control Systems**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1982).
- 11- Ogata, K. **Ingeniería de Control Moderna**, Prentice-Hall Hispanoamericana, México (1988).
- 12- Ogata, K. **Discrete-Time Control Systems**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1987).
- 13- Astrom, K.J., B. Wittenmark. **Adaptive Control**. Addison Wesley Publishing Company (1989).
- 14- Tomizuka, M., J.S. Hu, T.C. Chiu and T. Kamano. *Synchronization of Two Motor Control Axes Under Adaptive Feedforward Control*, **Proceeding of 1990 ASME Winter Meeting**.
- 15- Azofeifa, R., T. Suzuki, T. Kamano and H. Harada. *Stability Proof of a Discrete Time Adaptive Feedforward Control.*, **Proceeding of 1990 IEEE Shikoku Fall Meeting**.
- 16- Desoer, C.A. and M. Vidyasagar. **Feedback Systems Input/Output Properties**, Academic Press, New York (1975).



revista COMUNICACION

◆ Revista del Instituto Tecnológico de Costa Rica, publicada por el departamento de Comunicación

◆ Su objetivo es proporcionar al estudiante un lugar para divulgar conocimientos en los campos de las Humanidades y las Ciencias Sociales.

Departamento de Comunicación
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Tel. 51-5333
Ext. 2259
Fax: 51-5348

Apdo. 159-7050
Cartago, Costa Rica