

PERSPECTIVAS EN CIENCIA Y TECNOLOGIA DE LA LOGICA DIFUSA

Carlos A. González A.*

La necesidad de manejar información incierta y vaga se encuentra presente prácticamente en cualquier fenómeno, ya sea éste natural, social, económico, etc. Una de las formas de atacar este problema es mediante la utilización de lógicas no clásicas, es decir, lógicas que pueden contar con diferentes grados de verdad, como por ejemplo, la lógica difusa. En este artículo se hará una introducción general al mundo de la lógica difusa y sus repercusiones actuales en el campo de la ciencia y de la tecnología. Este trabajo sirve como introducción al resto de los artículos publicados en este mismo número. Previamente, haremos un recorrido histórico a través de los pensadores que fueron pioneros en el tratamiento del problema del manejo de la incertidumbre y la vaguedad.

EL MAESTRO

Cuentan Mcneill y Freiburger en su libro⁵ que en junio de 1964, al cancelar un amigo de Lotfi Zadeh, una invitación para cenar con él, nace la lógica difusa. En efecto, se preguntó Zadeh, qué iba a hacer y se le ocurrió retomar una serie de ideas que tenía en la cabeza. Se acostó y empezó a reflexionar sobre la complejidad de los sistemas. Posteriormente diría *"...era una idea tan ridículamente simple, sin embargo, pude ver inmediatamente su importancia..."*.

Lotfi Zadeh, nació en Bakú, Azerbaidján en 1921. Su madre era rusa y su padre iraní.

Posteriormente, y debido a los acontecimientos que se sucedieron en la URSS (la llegada de Stalin al poder, la sequía en Ucrania de 1931), deciden emigrar a Irán.

Aquí, ingresa en la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Teherán. A Zadeh le hubiese gustado seguir la carrera de Matemática, pero en este tiempo no existían muchas posibilidades de trabajo en Irán para aquellas personas que se dedicaran a la Matemática como profesión.

Durante la Segunda Guerra Mundial, al convertirse Irán en un pasaje privilegiado de los aliados para enviar ayuda militar a los soviéticos, conoce y trabaja con los estadounidenses como contratista en materiales de construcción.

En 1943, decide emigrar a los Estados Unidos. Esta época le parecía realmente excitante, pues nombres como Norbert Wiener, Claude Shannon, Warren McCulloch, empezaban a hacer historia en el área de la teoría de la información.

En 1944, ingresa al MIT (Massachusetts Institute of Technology) y en 1946 se recibe como M.Sc. en Ingeniería Eléctrica.

Posteriormente, ingresa a la Universidad de Columbia en donde realiza un Ph.D. en Ingeniería Eléctrica y en 1950, se convierte en Profesor de dicha Universidad.

En 1959, llega a la Universidad de California en Berkeley y cuatro años después, se convierte en Director del

* Catedrático, Departamento de Computación, Instituto Tecnológico de Costa Rica, email: cgonzal@lapa.cic.itcr.ac.cr.

En 1943, nombres como Norbert Wiener, Claude Shannon, Warren McCulloch, empezaban a hacer historia en el área de la teoría de la información.

Departamento de Ingeniería Eléctrica de esa misma entidad.

En la actualidad el Dr. Zadeh, brinda charlas alrededor del mundo y hoy en día es considerado un científico cuyos trabajos han provocado cambios tan fundamentales como los de E. Codd en Bases de Datos o de C. Shannon en la Teoría de la Información.

LO DIFUSO

En el sentido de la lógica clásica una proposición puede tomar solo dos valores: *falso* o *verdadero*. En este caso, no se permite deducir en forma provisional conclusiones plausibles, susceptibles de cuestionamiento posterior cuando se cuente con información adicional, ni mucho menos manipular la incertidumbre ni la vaguedad, tan común en la inmensa mayoría de los fenómenos naturales, ya sean éstos políticos, económicos, sociales o científicos.

Bastantes personas se han interesado desde hace varios años en el problema de la vaguedad e incertidumbre en la información.

Según Mcneill y Freiberger⁵, en el siglo pasado, el primer gran pensador en tratar seriamente la vaguedad fue Charles Sander, filósofo estadounidense, que también fue el primero en utilizar el concepto de lógica Booleana y aplicarlo a los circuitos eléctricos.

El consideraba que los fenómenos naturales son continuos y que no es posible representarlos con una lógica que brinde dos únicos valores.

Otro pensador que también se dedicó a este problema fue el lógico británico Bertrand Russell.

En las antiguas paradojas griegas, Russell halló contradicciones parciales. Así por ejemplo, consideremos la siguiente oración: *Un cretense sostiene que todos los cretenses mienten*. La pregunta es si el cretense miente o no. Si miente, entonces

dice la verdad y por lo tanto no miente. Si por el contrario no miente, entonces dice la verdad y por lo tanto miente.

Ambos casos nos llevan a una contradicción, puesto que la oración es falsa y verdadera a la vez. Ante estas situaciones, decía Russell que la vaguedad es claramente un asunto de *grado*.

Sin embargo, fue Jan Lukasiewicz, lógico polaco (1878-1955), inventor de la notación polaca, quien dio el primer gran paso al proponer un modelo formal de vaguedad.

Lukasiewicz desarrolló una lógica primitiva basada en tres grados de verdad: *verdadero*, *falso* y *posible*, cuyos valores se podían definir como 1,0 y 1/2.

Evidentemente, decía él, no hay razón para no introducir *n* grados de verdad.

En esta época proliferan las lógicas multivaluadas con Emil Post, Kurt Gödel, Jon von Neumann, etc.

Pero hubo que esperar hasta 1964 para que Zadeh introdujera el concepto de conjunto difuso, concepto sobre el que se basa la lógica difusa.

Así, con el advenimiento de la lógica difusa, ya era posible representar situaciones tales como:

Si salimos bien temprano, no debería existir un gran embotellamiento al entrar a San José.

O algo como:

Es posible que esta mañana la circulación sea bastante fluida hasta alrededor de las 11.

Entonces, nos vamos a interesar por eventos en donde se den situaciones tales como las siguientes:

- *conceptos de predicados difusos:* grande, frío, amable, triste;
- *hechos difusos:* La Tierra es aproximadamente redonda y ligeramente achatada hacia los polos;

Con el advenimiento de la lógica difusa ya fue posible representar situaciones tales como: Si salimos bien temprano, no debería existir un gran embotellamiento al entrar a San José.

- reglas difusas: Si se estudia se tendrá éxito; si el auto está caliente se debe revisar el radiador;
- apreciaciones de probabilidad difusa: muy posible, seguramente;
- cuantificadores difusos: alguno, la mayor parte de, generalmente;
- operadores de comparación difusos: tan...como, mucho menos...que;
- modificadores difusos: poco, muy, bastante.

TEORIA DE CONJUNTOS DIFUSOS

La lógica difusa reposa sobre el concepto de conjunto difuso, el cual se define de la siguiente forma:

Un conjunto $A = \{ (x, \mu_A(x)) / x \in X \}$ se dice un conjunto difuso sobre X , en donde $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ es la función llamada de pertenencia o de membresía, y en donde X es un conjunto en el sentido clásico.

Ejemplo [4]

En la Figura 1 se puede apreciar la diferencia que existe entre la lógica clásica y la lógica difusa para representar, por ejemplo, el concepto de temperatura de un objeto cuando este se encuentra "frío".

En el caso de la lógica clásica, un elemento puede encontrarse frío o no frío, mientras que en la lógica difusa un elemento puede encontrarse más frío que

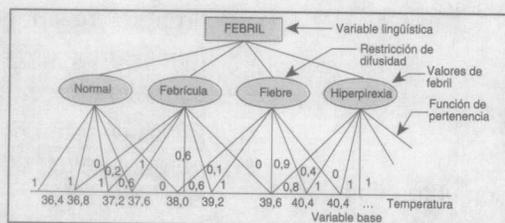


FIGURA 1 Concepto de un objeto frío según la lógica clásica y la lógica difusa.

otro si éste se encuentra más cerca del límite (en este caso 0°C).

A menudo, se menciona el hecho de que las probabilidades y la lógica difusa son conceptos de una misma teoría. Sin embargo, es importante observar que son dos conceptos muy diferentes, pues no es lo mismo afirmar que "Existe un 80% de probabilidad de que esta noche haga frío" a que: "Esta noche va a estar frío en un 80%".

A continuación, se van a introducir algunas operaciones sobre conjuntos difusos. Estas serán definidas por la función de pertenencia.

Sean $x, y \in X$, A y B dos conjuntos difusos sobre X . Entonces se define:

- la intersección: $C = A \cap B$ y $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

- la unión: $C = A \cup B$ y $\mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

- el complemento: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

- la inclusión: $A \subset B$ y si $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$

- la igualdad: $A=B$ y si $\mu_A(x) = \mu_B(x)$

- el producto cartesiano: $C = A \times B$ y $\mu_C(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$

- la cardinalidad: $|A| := \sum_{x_j \in A} \mu_A(x)$

Es importante notar que una vez definido el concepto de conjunto difuso, se puede desarrollar toda una teoría de conjuntos difusos. Así, podemos hablar de relaciones binarias difusas, grafos difusos, etc.

Por ejemplo, una relación binaria difusa se puede definir de la siguiente forma:

Sean A y B dos conjuntos difusos sobre X y Y respectivamente. Se dice que una relación

$$R = \{ (x,y;\mu_R(x,y)) / (x,y) \in X \times Y \}$$

es una *relación difusa* sobre $A \times B$, en donde $\mu_A: X \times Y \rightarrow [0,1]$ es la función de pertenencia.

En el caso en que X y Y sean conjuntos finitos, se puede usar una representación de tipo matricial.

Ejemplo

Sean $X = Y = \{Ana, Beatriz, Carlos, María\}$ y $R = "X \text{ es mucho mayor que } Y"$, se puede representar esta situación como se muestra en la Figura 2.

FIGURA 2.
Ejemplo de relación binaria difusa.

	Ana	Beatriz	Carlos	María
Ana	0,00	1,00	0,60	0,50
Beatriz	0,00	0,00	0,40	0,20
Carlos	0,00	0,00	0,00	0,10
María	0,00	0,00	0,00	0,00

A partir de esta información, podemos deducir otras. Por ejemplo, según el cuadro, María es la más joven del grupo y Ana la mayor; también, Carlos es mayor que María pero en un grado menor que el que hay entre Beatriz y María, etc.

Así, con las relaciones binarias difusas, se pueden representar otros conceptos tales como *amable, alto, bueno*, etc.

PROPOSICIONES PRECISAS O IMPRECISAS

Una *proposición difusa* es aquella de la forma

$$(x \in A),$$

en donde $x \in X$ y A es un conjunto difuso.

Ejemplo

La proposición "*Juan es de gran estatura*", se puede ver como (La estatura de Juan **es** grande)

Por otra parte, una *proposición elemental* es una proposición difusa de la forma

$$(x \leftarrow a),$$

es decir, x toma el valor a, $a \in X$.

Ejemplo

"La estatura de Juan $\leftarrow 1,82 \text{ m}$ ".

Una proposición que no es elemental se dice *imprecisa*.

El contenido de $(x \in A)$ puede representarse por medio del conjunto difuso de los valores más o menos posibles que puede tomar la variable x.

Por otra parte, para cualquier $a \in X$, la posibilidad de que y tome el valor "a" vale $\mu_A(a)$, lo que se escribe $\mu_y(a) = \mu_A(a)$ *distribución de posibilidad* ligado a y.

Las distribuciones de posibilidad pueden usarse en varios casos³:

- Representación de datos precisos o imprecisos:
 - La estatura del niño es de 1,35 m exactos.
 - Carlos mide entre 1,7 m y 1,9 m.
 - La estatura de María es aproximadamente 1,6 m.
- Para definir predicados difusos: *Joven*.
- Para definir conjuntos difusos de proporciones que puedan traducir modificadores (*no, muy*) o cuantificadores difusos (*bastante, generalmente*) lo que, por composición, permite definir conjuntos difusos como *bastante joven*.

Bastantes universidades japonesas cuentan con laboratorios de investigación dedicados al desarrollo de aplicaciones tecnológicas de la lógica difusa.

REGLAS DE INFERENCIA DIFUSA

La forma de representar una proposición difusa brinda un medio adecuado para introducir reglas difusas de inferencia⁹.

Se presentan a continuación algunas de estas reglas:

Sean X,Y dos variables y A,B,C predicados o conjuntos difusos.

Principio de deducción:

Si
(x es A) y $A \subseteq B$

entonces
(x es B)

Ejemplo

La proposición difusa: *Juan es joven* se puede traducir como Edad (Juan) pertenece a *Joven*, donde *Joven* es un conjunto difuso. Además, si *Joven* es subconjunto del complemento de *Viejo*, es posible inferir³ que *Juan no es viejo*, con $\mu_{\text{Joven}} < 1 - \mu_{\text{Viejo}}$.

Principio de deducción disposicional

Si
generalmente (x es B) y $A \subseteq B$

entonces
generalmente (x es A)

Regla de conjunción

Si
(x es A) y (x es B)

entonces
(x es (A \cap B))

Ejemplo:

Si

El clima es bien cálido y El clima es muy húmedo

entonces

El clima es bien cálido y es muy húmedo.

Regla de disyunción

Si
(x es A) o (x es B)

entonces
(x es (A \cup B))

Producto cartesiano

Si
(x es A) y (y es B)

entonces
((x,y) es (A \times B))

Modus ponens generalizado

Si
(x es A) y (x es B) entonces (y es C)

entonces
(x es (A \circ (B \oplus C)))

(En este caso \circ representa la composición y la suma difusa, es decir,
 $\mu_{A \circ (B \oplus C)}(x,y) = \max(\min(\mu_A(x), \mu_{B \oplus C}(x,y))$
 $\mu_{(B \oplus C)}(x,y) = \min(1, (1 - \mu_B(x) + \mu_C(y)))$, $x, y \in Y$.)

REPRESENTACION DE SIGNIFICADO

En su obra⁹, Zadeh nos explica cómo, por medio de la lógica difusa, se puede representar el significado de un hecho. Este proceso se basa en las llamadas *semánticas test-scores*. La idea que él propone con estas semánticas es que una proposición difusa **p** puede verse como un conjunto de *restricciones elásticas* (difusas) C_1, \dots, C_k que van a limitar los valores de las variables

Una aplicación de la lógica difusa ha sido en la evaluación de calidad de reproducciones de imágenes en color en papel: calidad del color; criterios de estética, etc.

X_1, \dots, X_n , cuyos valores se encuentran restringidos por la proposición. Así por ejemplo, *María es alta* representa una restricción elástica sobre la estatura de María.

En general⁴, las C_i y las X_j se encuentran implícitas en la proposición p .

Entonces, la representación de significado es el proceso que va a conducir el hacer explícitos estos conceptos. Este proceso va a ser posible por medio de la representación de p bajo forma canónica que se vio anteriormente, es decir $p := (\mathbf{x} \text{ es } \mathbf{A})$.

Esta representación va a requerir además, de una base de datos explicativa (BDE) y de un procedimiento de prueba que verifique y agregue los test-scores asociados con las restricciones C_1, \dots, C_k .

En forma general, el procedimiento para la representación de significado consiste de 4 etapas:

- Identificación de las variables en donde los valores son restricciones para p ,
- Identificación de las restricciones,
- Caracterización de cada restricción,
- Unión en un test-score global, de los test-scores parciales. Cada test-score representa el grado en donde cada restricción se satisface.

Ejemplo[9]

Sea la proposición $p := \text{Ana es joven y bonita}$.

La BDE estará compuesta de las siguientes relaciones:

PERSONA [Nombre; Edad; μ Bonita],
JOVEN [Edad; μ],

- μ Bonita representa el grado en que la persona es bonita.
 - μ es el grado en que Edad satisface las restricciones caracterizadas por el predicado difuso *joven*.
- *Determinar la edad de Ana:*

Edad (Ana) = τ_{Edad} **PERSONA** [Nombre = Ana]
(Seleccionar de PERSONA cuando el nombre es Ana y hacer una proyección sobre Edad).

- *Verificar la restricción elástica inducida por el predicado joven:*

$$\tau_1 = \mathbf{JOVEN} [\text{Edad} = \text{Edad (Ana)}]$$

- *Determinar el grado de belleza de Ana:*

$$\tau_2 = \mu_{\text{Bonita}} \mathbf{PERSONA} [\text{Nombre} = \text{Ana}]$$

- *Determinar el test global:*

$$\tau = \tau_1 \wedge \tau_2$$

APLICACIONES DE LA LOGICA DIFUSA

En 1974 se dio la primera gran aplicación de la lógica difusa, cuando el equipo del profesor E. H. Mandani del Queen Mary College de Londres, experimentó con éxito las ideas de Zadeh en un controlador difuso para una caldera de vapor.

Sin embargo, estos intentos, sobre todo en Europa y Estados Unidos, han sido muy aislados.

Por su parte, fueron los japoneses los que realmente tomaron la decisión de involucrarse con las aplicaciones de la lógica difusa.

La primera gran aplicación de los japoneses culminó en 1986, y fue llevada a cabo por la sociedad Hitachi. Esta consistió en la elaboración de un órgano de conducción para un sistema de transporte ferroviario del metro Nanboku de Sendai, en donde los "performances" (precisión en las paradas —inferior a 2 cm—, confort de los pasajeros, economía en el consumo de energía del orden del 10%) son mejores que los de un sistema clásico de control¹.

En algunas instituciones japonesas se desarrollan temas como sistemas de control difusos, procesamiento de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, sistemas expertos.

Asímismo, bastantes universidades japonesas cuentan con laboratorios de investigación dedicados al desarrollo de aplicaciones tecnológicas de la lógica difusa. Entre estas universidades se pueden citar las siguientes:

- En primer lugar, el *Instituto Tecnológico de Tokyo*. En este centro, el profesor Sugeno trabaja con su equipo desde hace aproximadamente 20 años. El interés de este equipo se centra en el estudio de las *medidas difusas*, que son funciones monótonas particulares para las cuales introdujo la integral de Lebesgue en el marco de los conjuntos difusos para la evaluación subjetiva. Una aplicación de esto ha sido la evaluación de calidad de reproducciones de imágenes de color en papel: calidad del color, criterios de estética, etc. Además, se interesa este grupo en la formalización y la puesta en ejecución del enfoque conjunto difuso en el control de los procesos continuos. Una aplicación se está dando para el control de estabilización en forma estacionaria de un modelo de helicóptero.
- *Las universidades de Hosei y Meiji* en Tokio en donde se desarrollan temas como sistemas de control difusos, procesamiento de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, sistemas expertos.

Es importante también mencionar que el MITI (Ministry of International Trade and Industry) del Japón está financiando, junto con 48 empresas privadas, el proyecto LIFE (Laboratory for International Research on Fuzzy Engineering). LIFE actualmente cuenta con un presupuesto de cuarenta millones de dólares y se divide en tres laboratorios: uno se dedica al *control difuso*, el segundo al *procesamiento de informaciones de origen huma-*

no y el tercero está dedicado a los *computadores difusos*.

Ya en el mercado mundial se pueden encontrar productos tecnológicos japoneses basados en la lógica difusa.

Según el MITI, en 1992, el mercado japonés de productos difusos llegó a los dos mil millones de dólares⁴.

Por ejemplo, Sanyo ha sacado la cámara de video VM-ES88P que está equipada con un sistema difuso para compensar las sombras y arreglar la velocidad del autofocus según la luz.

También, el Nissan 300 NX, tiene un control difuso que calcula el óptimo de consumo de gasolina y velocidad del auto. Mazda y Subaru están trabajando en la misma dirección.

Por su parte, en el campo médico, en el Kawasaki Medical College, un sistema de ayuda al diagnóstico médico determina si un tumor de la glándula tiroides es maligno o no.

Asímismo, la Omron y la Oki Electric, han propuesto chips y controles difusos capaces de tratar diez millones de flops tomando en cuenta 32 000 reglas⁵.

LA LOGICA DIFUSA EN COSTA RICA

Es bajo este panorama que en el seno del Programa de Maestría en Computación y del Centro de Investigaciones en Computación del Instituto Tecnológico de Costa Rica, se tomó la decisión de montar un Seminario sobre el tema de la Lógica Difusa.

Este número especial de Tecnología en Marcha está dedicado a algunos de los resultados de dicho Seminario de Investigación.

El primero de los artículos trata sobre el *modelaje de una base de datos difusa orientada a objetos y aplicada al problema de poblaciones de nemátodos en los bananales*. Fue realizado por Sergio Rodríguez y Leonardo Cordero.

En el segundo artículo, Wilber Torres e Ivonne Vásquez brindan en su trabajo una *guía general de diseño de un sistema experto para el diagnóstico médico en intoxicaciones con agroquímicos*.

El tercer trabajo, realizado por José Helo y Carlos Sell, está dedicado a la *propuesta de un esquema mixto de redes neurales y lógica difusa para el reconocimiento de dígitos, así como la evaluación de resultados*.

El cuarto artículo de Ana Rosa Ruiz, se refiere al *diseño de un modelo de toma de decisiones basado en la programación lineal de metas difusas*.

En el quinto artículo, de Walter Mora y Alcides Astorga, se *relacionan algunos conceptos de lógica difusa con el análisis cluster para obtener un algoritmo de tipo c-means, el grado de pertenencia de un dato o un subconjunto de la clasificación obtenida*.

Por su parte, Eladio Vásquez en su trabajo, propone *la implementación de un sistema de control aplicado a un biodigestor*.

Finalmente, el último artículo se refiere a *la clasificación de objetos utilizando como base, el algoritmo de clasificación jerárquica aglomerativa* y ha sido realizado por Alex Murillo F. y Guillermo Arroyo P.

2. Dubois D., Prade H., Les logiques du flou et du très possible, *La Recherche*, No. 237, Novembre 1991, pp. 1308-1315.
3. Haton J.P., *Le raisonnement en intelligence artificielle et architectures pour les systèmes à base de connaissance*, InterEditions, Paris, 1991.
4. Kosko B., Isaka S., Fuzzy Logic, *Scientific American*, July 1993, pp. 62-67.
5. McNeill D., Freiberger, *Fuzzy Logic*, Simon & Schuster, New York, 1993.
6. Seube N., Controle flou: Les dessous de l'offensive japonaise, *Science & Technologie*, No. 37, mayo-junio, 1991, pp. 70-78.
7. Zadeh L., Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 1965, pp. 338-353.
8. Zadeh L., Fuzzy Logic, *IEEE Computer*, April 1988, pp. 83-93.
9. Zadeh L., Knowledge representation in fuzzy logic, *IEEE Transactions on Knowledge and data Engineering*, V. 1, No. 1, march, 1989, pp. 89-99.
10. Zimmermann H.J., *Fuzzy set theory, and its applications*, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston, 1985.

LITERATURA CITADA

1. Bellon C., Bosc P., Prade H., Le "boum" du flou au Japon, *Génie Logiciel & Systèmes Experts*, 1990, 70-76.