COMO REALIZAR UNA PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE PARA LAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD GAMMA Y BETA

Marcos Moya Navarro*

RESUMEN

El siguiente artículo presenta un procedimiento para la ejecución de una prueba de hipótesis, para determinar si un conjunto de datos correspondientes a una determinada variable aleatoria X, se ajustan, en el primer caso, a una distribución de probabilidad Gamma, y en el segundo caso, a una distribución de probabilidad Beta.

INTRODUCCION

Tanto la distribución Gamma como la distribución Beta, tienen múltiples aplicaciones en el campo de la Ingeniería. Por ejemplo, la distribución Gamma es muy usada en el estudio de los procesos de fiabilidad de los sistemas electrónicos, donde la vida de los diferentes componentes del sistema se comporta según una distribución de probabilidad Gamma. También se utiliza bajo ciertas condiciones, para estudiar el comportamiento de ciertas tasas de servicio y de arribo en los sistemas de líneas de espera.

De igual forma, la distribución Beta se utiliza para determinar el tiempo esperado de duración de una actividad, cuando un proyecto está sometido a condiciones de incertidumbre. También puede utilizarse para describir procesos en donde se tiene la certeza de que las variables aleatorias estudiadas toman valores entre cero y uno. Tal es el caso cuando se estudia el contenido de ciertos componentes en un mineral, expresado este contenido en tanto por ciento.

El objetivo de este trabajo es mostrar al lector cómo puede determinarse, con un nivel de confiabilidad especificado, si puede presumirse que una variable aleatoria en estudio se comporta con distribución de probabilidad Gamma o Beta, respectivamente, según sea el caso.

La prueba de hipótesis que determina la bondad del ajuste de los datos experimentales a las distribuciones apuntadas anteriormente, se ha ejecutado a partir de una muestra de 250 valores, tomados de un proceso de fabricación de sobres de chocolate en polvo y de un proyecto de construcción de un entrepiso. En ambos casos, los datos se agrupan en una distribución de frecuencias de 10 intervalos.

CASO No. 1 DISTRIBUCION GAMMA

La distribución Gamma tiene la función densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x} \qquad \text{si} \quad \begin{array}{l} x > 0 \\ \lambda > 0 \end{array}$$

en donde r es el parámetro de achatamiento y λ es el parámetro de escala.

El valor esperado y la varianza de esta distribución están dados por:

$$E(x) = r / \lambda$$
$$V(x) = r / \lambda^2$$

* Ingeniero en Producción Industrial y Máster en Ingeniería con especialidad en Investigación de Operaciones. Profesor Asociado del Departamento de Producción Industrial del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

De hecho, cuando r = 1, la función Gamma coincide con la distribución exponencial, tal y como se muestra en el Gráfico 1, en el que se presenta la forma de la distribución para distintos valores de r.

La función acumulada de la distribución Gamma está dada por la expresión:

$$F(x) = \int_{0}^{x} \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda t)^{r-1} e^{-\lambda t} dt = 1 - \int_{x}^{\infty} \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda t)^{r-1} e^{-\lambda t} dt$$

Se usará esta relación para calcular las frecuencias esperadas, necesarias para llevar a cabo la prueba estadística de la bondad del ajuste.

Para ilustrar cómo se realiza la prueba de bondad de ajuste para esta distribución, considérese el siguiente ejemplo.

EJEMPLO: CONTROL DE PESO DE 250 SOBRES DE CHOCOLATE

En un estudio de calidad de proceso, ejecutado sobre el peso de 250 sobres de chocolate, se ha confeccionado la distribución de frecuencias que se muestra como Cuadro 1.

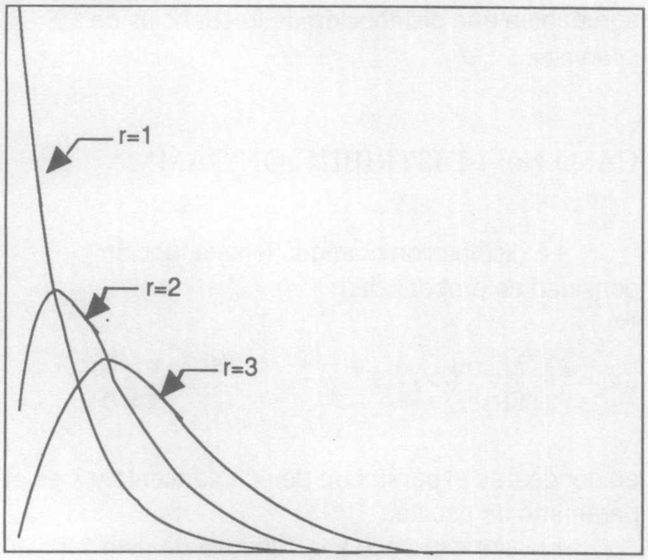


GRAFICO 1. Función Gamma con parámetro de escala λ con valor de 0,2568 y parámetro de achatamiento r con valor 1, 2 y 3 respectivamente.

CUADRO 1

l_i	l_s	X_m	n_k
Menos de cero			0
0	5	2,5	9
5	10	7,5	36
10	15	12,5	74
15	20	17,5	65
20	25	22,5	35
25	30	27,5	12
30	35	32,5	8
35	40	37,5	9
40	45	42,5	1
45	50	47,5	1
Más de 50			0

l_i y l_s: límites inferior y superior de la clase;
X_m: punto medio de cada uno de los intervalos, y;
n_k: frecuencias observadas en cada uno de esos intervalos.

Hecho el análisis de los datos, se obtiene que el valor esperado (E(x) es de 17,008, y la varianza V(x) es de 66,2254. Con esta información, se procede a estimar el valor de los parámetros r y λ, de la forma siguiente:

$E(x) = r \div \lambda \qquad 17{,}008 = r \div \lambda$
$V(x) = r \div \lambda^2 \qquad 66{,}2254 = r \div \lambda^2$

Despejando r en cada caso, e igualando las ecuaciones se obtiene:

$r = 17{,}008\ \lambda$
$r = 66{,}2254\ \lambda^2$

$17{,}008\ \lambda = 66{,}2254\ \lambda^2$
$66{,}2254\ \lambda^2 - 17{,}008\ \lambda = 0$

$\lambda\ (66{,}2254\ \lambda - 17{,}008) = 0$

$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 = 17{,}008 \div 66{,}2254$

$\lambda_2 = \lambda = 0{,}2568$

$r = 17{,}008 \times 0{,}2568$
$r = 4{,}368$

La función Gamma que teóricamente se ajusta a los datos representados en el Cuadro 1 se determina como sigue:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}$$

$$f(x) = \frac{0{,}2568}{\Gamma(4{,}368)} (0{,}2568\ x)^{(4{,}368-1)} e^{-0{,}2568\ x}$$

$$\Gamma(4{,}368) = \int_0^{\infty} e^{-t} \quad t^{(4{,}368-1)} \quad dt = 9{,}704604$$

El valor de esta integral se encontró usando la técnica de análisis numérico. Se usó el paquete MATHCAD de Adison-Wesley para encontrar el valor de $\Gamma(4{,}368)$. Si no se dispone de este *software*, al final de este artículo aparece un programa de computadora que integra numéricamente cualquier función matemática que sea integrable en un intervalo determinado, usando el método de integración de ROMBERG[2]. Si tampoco se tiene disponible una computadora para realizar estos cálculos, se puede usar la relación $\Gamma(n+1) = n \times \Gamma(n)$ y la tabla A.3 de la referencia No. 5 de la bibliografía.

La función f(x) queda determinada de la forma siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}000271727 \quad x^{3{,}368} \quad e^{-0{,}2568\ x} & \text{para } x \geq 0 \\ & \alpha \geq 0 \\ 0 & \text{otros valores de } x \end{cases}$$

Se desea probar a un nivel de confianza de 95% si el conjunto de datos del Cuadro 1 son base para inferir que el peso de la producción obtenida se distribuye mediante una distribución Gamma con parámetros $r = 4{,}368$ y $\lambda = 0{,}2568$.

La hipótesis por probar es:

Ho: $f(x) = 0{,}000271727\ x^{3{,}368}\ e^{-0{,}2568\ x}$
Ha: Los datos se ajustan a otra distribución de probabilidad

El cálculo de probabilidad se hará usando la relación:

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_0^{t} 0{,}000271727\ x^{3{,}368}\ e^{-0{,}2568\ x}\ dx$$

De la misma manera que se hizo para la función Gamma, esta integral se resolvió usando el análisis numérico.

El Cuadro 2 resume los datos necesarios para calcular el estadístico χ^2_0 experimental.

CUADRO 2

l_i	l_s	n_k	$F(l_i)$	$F(l_s)$	$P(l_i \leq X \leq l_s)$	$E(n_k)$
0	5	9	0,000000	0,025487	0,025487	6,372
5	10	36	0,025487	0,196793	0,171306	42,827
10	15	74	0,196793	0,461837	0,265044	66,261
15	20	65	0,461837	0,693462	0,231625	57,906
20	25	35	0,693462	0,844789	0,151327	37,832
25	30	12	0,844789	0,927614	0,082825	20,706
30	35	8	0,927614	0,968485	0,040871	10,218
35	40	9	0,968485	0,987076	0,018591	4,648 *
40	45	1	0,987076	0,994882	0,007806	1,952 *
45	50	1	0,994882	0,998045	0,003163	0,791 *

* Los intervalos marcados con asteriscos deben agruparse en uno solo, debido a que tienen frecuencias esperadas menores de cinco.

Con las frecuencias observadas n_k y las frecuencias esperadas $E(n_k)$, se procede a calcular el valor del estadístico Chi-Cuadrado experimental (χ^2_0).

$$\chi^2_0 = \sum_{k=1}^{10} \frac{(n_k - E(n_k))^2}{E(n_k)}$$

$$\chi^2_0 = \frac{(9 - 6{,}372)^2}{6{,}372} + \frac{(36 - 42{,}827)^2}{42{,}827} + \ldots + \frac{(11 - 7{,}391)^2}{7{,}391}$$

$$\chi^2_0 = 10{,}061$$

Observe que la distribución Gamma tiene dos parámetros r y λ, que deben tomarse en cuenta para el cálculo del número de grados de libertad que se van a usar en el Chi-Cuadrado teórico $\chi^2_{0{,}05\ k-m-1}$.

Para un 95% de confianza, y $v = 8 - 2 - 1 = 5$ grados de libertad, se obtiene un valor teórico de Chi-Cuadrado de 11,070.

Por tanto, se concluye con 95% de confianza que **no hay** suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los datos **se ajustan** a una distribución de probabilidad Gamma con parámetros $\lambda = 0,2568$ y $r = 4,368$, en virtud de que $\chi^2_0 < \chi^2_{0,05,\,5}$. En conclusión, **se acepta** que los datos se ajustan a una distribución Gamma con los parámetros antes descritos.

CASO ESPECIAL DE LA DISTRIBUCION GAMMA. DISTRIBUCION ERLANG

Supóngase que se sospecha que el peso de los sobres de chocolate se comportan según una distribución Gamma con parámetros $\lambda = 0,2568$ y $r = 4$.

Cuando el parámetro "r" toma un valor entero la distribución Gamma se convierte en una distribución de probabilidad **Erlang**, y la función F(t) se puede integrar por partes[3], obteniéndose la expresión:

$$F(t) = 1 - \sum_{k=0}^{r-1} e^{-\lambda t} \; (\lambda t)^k / k!$$

La ecuación F(t) da una aproximación de F(t) mediante el empleo de la distribución de Poisson. El hacerlo de esta manera tiene sus ventajas, por cuanto se evita la realización del procedimiento de integración de las funciones que se generan, usándose únicamente las tablas de Poisson que aparecen en cualquier libro de estadística. Se usará esta relación para calcular las frecuencias esperadas, necesarias para llevar a cabo esta prueba estadística de bondad de ajuste.

El cálculo de probabilidades se hará usando la ecuación:

$$F(t) = P\,(x \leq t) = 1 - \sum_{k=0}^{3} e^{-0,2568\,t} + (0,2568 * t)^k / k!$$

El Cuadro 3 contiene los datos suficientes para comprobar si el peso de los sobres de chocolate se ajustan o no a una distribución de probabilidad Erlang con parámetros $r = 4$ y $\lambda = 0,2568$.

CUADRO 3

l_i	l_s	n_k	$F(l_i)$	$F(l_s)$	$P(l_i \leq X \leq l_s)$	$E(n_k)$
0	5	9	0,000000	0,041515	0,041515	10,379
5	10	36	0,041515	0,257054	0,215539	53,885
10	15	74	0,257054	0,537095	0,280041	70,010
15	20	65	0,537095	0,753548	0,216453	54,113
20	25	35	0,753548	0,882525	0,128977	32,244
25	30	12	0,882525	0,948319	0,065794	16,449
30	35	8	0,988319	0,978593	0,030274	7,569
35	40	9	0,978593	0,991537	0,012944	3,236 *
40	45	1	0,991537	0,996777	0,005240	1,310 *
45	50	1	0,996777	0,998809	0,002032	0,508 *

* Estos intervalos deben agruparse en uno solo, debido a que tienen frecuencias esperadas menores que cinco.

De la misma forma que se hizo anteriormente, se procederá a calcular el valor del estadístico Chi-Cuadrado experimental (χ^2_0).

$$\chi^2_0 = \frac{(9 - 10,379)^2}{10,379} + \frac{(36 - 53,885)^2}{53,885} + \ldots + \frac{(11 - 5,054)^2}{5,054}$$

$$\chi^2_0 = 16,996$$

Para un 95% de confianza, y $v = 8 - 2 - 1 = 5$ grados de libertad, se obtiene un valor teórico de Chi-Cuadrado de 11,070.

Se concluye con 95% de confianza que hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los datos **se ajustan** a una distribución de probabilidad Erlang con parámetro $\lambda = 0,2568$ y $r = 4$, en virtud de que $\chi^2_0 > \chi^2_{0,05,\,5}$.

Como opción posible, quedaría probar si los datos se ajustan a otra distribución Erlang con parámetro $r = 5$.

CASO No. 2 DISTRIBUCION BETA

La distribución Beta tiene la función densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} X^{\alpha-1} \; (1 - X)^{\beta-1} \qquad \begin{array}{r} \text{para } 0 < X < 1 \\ \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{array}$$

en donde α y β son los parámetros de la distribución, y $\Gamma(x)$ es la función Gamma.

La media y la varianza de esta distribución están dadas por las ecuaciones:

$$E(x) = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \qquad V(x) = \frac{\alpha\ \beta}{(\alpha + \beta)^2\ (\alpha + \beta + 1)}$$

De la misma manera que se hizo para la distribución Gamma, se tomó una muestra de 250 valores correspondientes a los porcentajes de completación de un conjunto de actividades que se llevan a cabo en la construcción de un entrepiso. Como Cuadro 4 se muestra la distribución de frecuencias obtenida después de agrupar los 250 datos en 10 intervalos de clase:

CUADRO 4

l_i	l_s	X_m	n_k
Menos de cero			0
0,0	0,1	0,05	1
0,1	0,2	0,15	11
0,2	0,3	0.25	33
0,3	0,4	0,35	34
0,4	0,5	0,45	41
0,5	0,6	0,55	42
0,6	0,7	0,65	38
0,7	0,8	0,75	35
0,8	0,9	0,85	11
0,9	1,0	0,95	4
Mas de uno			0

El promedio de los 250 datos es de $E(x) = 0{,}50847$, con una varianza $V(x) = 0{,}0373610241$. Con estos datos se procede a calcular los parámetros α y β , de la manera siguiente:

$$0,50847 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \qquad 0{,}0373610241 = \frac{\alpha\,\beta}{(\alpha + \beta\,)^2\ (\alpha + \beta\ + 1)}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene que $\alpha = 2{,}8932$ y $\beta = 2{,}7967$.

Se va a probar la hipótesis de que los datos se ajustan a una distribución Beta con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 3$.

La función densidad de probabilidad de la distribución Beta, que se obtiene con estos parámetros de α y β es:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(3+3)}{\Gamma(3)\ \Gamma(3)}\ x^{3-1} \quad (1 - X)^{3-1} & ;\ 0 \le X \le 1 \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0 \\ 0 & ;\ \text{otros valores de } X \end{cases}$$

Si $\Gamma(n) = (n - 1)!$ ó $\Gamma(n + 1) = n!$, ésto implica que $\Gamma(6) = 5! = 120$ y $\Gamma(3) = 2! = 2$. Entonces la función densidad de probabilidad obtenida es:

$$f(x) = \begin{cases} 30\ X^2\ (1 - x)^2 & \text{si } 0 \le X \le 1 \\ 0 & \text{Otros valores de } X \end{cases}$$

Esta función matemática tiene la forma presentada en el Gráfico 2.

Debe probarse que efectivamente la función $f(x)$ con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 3$ es una densidad de probabilidad. Para ello se mostrará que $F(0) = 0$ y $F(1) = 1$.

Sea :

$$F(x) = P\ (X \le x)$$

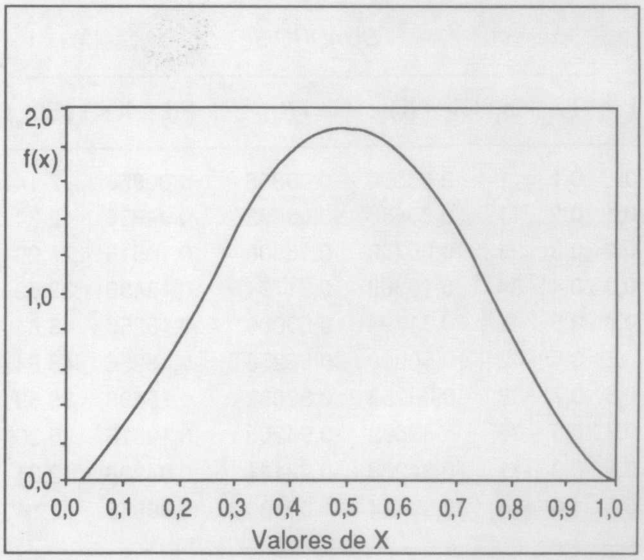


GRAFICO 2. Distribución Beta con parámetros alfa igual a 3 y beta igual a 3.

$$F(x) = \int_o^x 30\,t^2 (1 - t)^2\,dt = \int_o^x 30\,t^2 (1 - 2t + t^2)\,dt$$

$$F(x) = \frac{30\,t^3}{3}\Bigg|_o^X - \frac{60t^4}{4}\Bigg|_o^X + \frac{30\,t^5}{5}\Bigg|_o^X$$

$$F(x) = 10\,X^3 - 15\,X^4 + 6\,X^5$$

Como ya se conoce la función F(x), se procederá en seguida a probar que $f(x) = 30\,x^2\,(1 - x)^2$ es una función densidad de probabilidad. Veamos:

$$F(0) = 10\,(0)^3 - 15\,(0)^4 + 6\,(0)^5 = 0$$
$$F(1) = 10\,(1)^3 - 15\,(1)^4 + 6\,(1)^5 = 1$$

En virtud de que F (0) = 0 y F (1) = 1, se concluye que la f(x) estudiada es una función densidad de probabilidad.

Para realizar la correspondiente prueba de hipótesis de la bondad del ajuste de la distribución de frecuencias con una distribución Beta, se utilizará la función F(x) obtenida para el cálculo de las probabilidades.

El Cuadro 5 presenta el cálculo de las frecuencias esperadas para cada uno de los 10 intervalos de frecuencia obtenidos a partir de la muestra de 250 datos.

CUADRO 5

I_i	I_s	n_k	$F(I_i)$	$F(I_s)$	$P(I_i \leq X \leq I_s)$	$E(n_k)$
0	0,1	1	0,00000	0,00856	0,00856	2,14
0,1	0,2	11	0,00856	0,05792	0,04936	12,34
0,2	0,3	33	0,05792	0,16308	0,10516	26,29
0,3	0,4	34	0,16308	0,31794	0,15436	38,59
0,4	0,5	41	0,31794	0,50000	0,18256	45,64
0,5	0,6	42	0,50000	0,68256	0,18256	45,64
0,6	0,7	38	0,68256	0,82692	0,15436	38,59
0,7	0,8	35	083692	0,94208	0,10516	26,29
0,8	0,9	11	0,94208	0,99144	0,04936	12,34
0,9	1,0	4	0,99144	1,00000	0,00856	2,14*

* Este intervalo debe agruparse con el intervalo anterior, debido a que tiene una frecuencia esperada menor que cinco.

Con estos datos se procede a calcular el estadístico χ^2_0 experimental. Veamos:

$$\chi^2_0 = \frac{(1 - 2{,}14)^2}{2{,}14} + \frac{(11 - 12{,}34)^2}{12{,}34} + \ldots + \frac{(15 - 14{,}48)^2}{14{,}48}$$

$$\chi^2_0 = 6{,}68$$

Con $v = 9 - 2 - 1 = 6$ grados de libertad, se obtiene que $\chi^2_{0,05,6}$ es igual a 12,592.

Por lo tanto, se concluye que:

No hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los datos se ajustan a una distribución beta de parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 3$ y en consecuencia, se acepta que los datos se distribuyen con comportamiento probabilístico beta, con los parámetros ya indicados.

De esta manera, y con estos dos ejemplos, se completan las pruebas correspondientes a estas dos distribuciones de probabilidad, que son de gran aplicación en el campo de la Ingeniería.

LITERATURA CITADA

1. Bowker, A; Lieberman, G. **Estadística para ingenieros.** México: Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, 1984.

2. Chapra, S; Canale, R. **Métodos numéricos para ingenieros**. México: Editorial McGraw-Hill, 1987.

3. Hines, W; Montgomery, D. **Probability and statistics in engineering and management science**. New York: John Wiley.

4. Irwin, M; Freund, J. **Probabilidad y estadística para ingenieros.** México: Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, 1987.

5. Kreyszig, E. **Introducción a la estadística matemática.** México: Editorial Limusa, 1974.

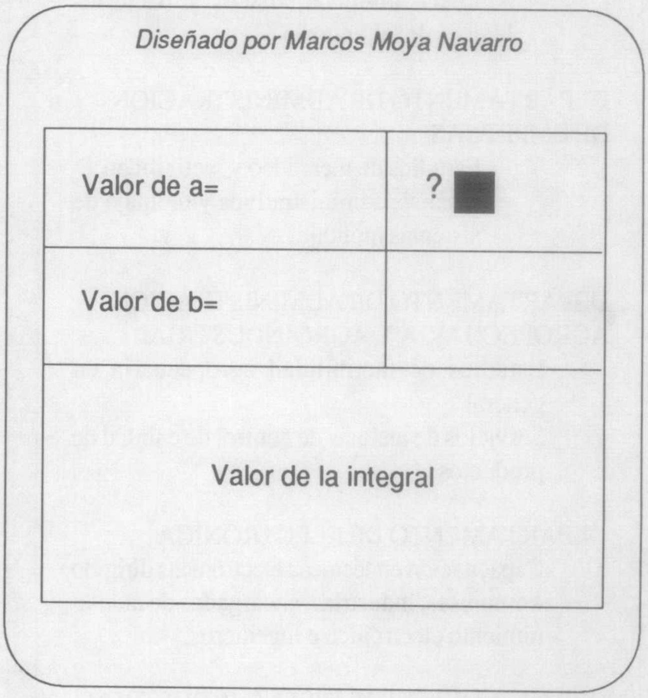
APENDICE
PROGRAMA PARA INTEGRACION NUMERICAMENTE BASADO EN EL METODO DE INTEGRACION DE ROMBERG

```
def fnfx(t) = exp(-t) * t^3.368

gosub romberg
end

romberg:

cls: screen 1
epsi=0.000001
line (50,60)-(255,180),2,b
preset (175,60): line -(175,120): preset (50,90): line
-(255,90): preset (50,120): line -(255,120)
locate 2,14: print "Diseñado Por: ":locate 3, 11: print
"Marcos Moya Navarro":
locate 10,8: print "Valor de a="
 locate 14,8: print "Valor de b=": locate 18,10: print "Valor
de la Integral": locate 10,24: input a
locate 14,24: input b

numinterv = 1000000
integ= (b-a) * (fnfx(a)+fnfx(b))/2
for n = 2 to numinterv
        gosub trapecio
        integral = (4^(N-1) * area-integ)/4^(N-1)-1)
        IF abs(integral-integ) < epsi then locate 22,11: print
        integral: preset (175,60): line -(175,120): goto final
        integ=integral
next n
stop

trapecio:
area=0
h=(b-a)/n
for i=1 to (n-1)
        if i mod 2 = 0 then locate 6,15: print "CALCULANDO"
        else locate 6,10: print "                    "
        Y=a + i  h
        area = area + fnfx(y)
next i
        area = (area + fnfx(a)/2 + fnfx(b)/2* H
return

final:
line (50,60) - (255,120), 2,b
row::pausa$=inkeys$:if pausa$=" " then row
screen 2: screen 0
return
```

El procedimiento para ejecutar este programa es el siguiente:

1. Cargue el compilador de turbobasic.
2. Edite el programa ROMBERG
3. Alimente la función que desea integrar en la primera línea del programa correspondiente a def fnfx (t), donde t es la variable correspondiente.
4. Ejecute el programa ROMBERG.

La pantalla que se presenta al ejecutar este programa se muestra a continuación: "a" y "b" corresponden a los valores extremos del intervalo de integración.



INSTITUTO TECNOLOGICO DE COSTA RICA

ofrece a la empresa privada y estatal los siguientes servicios

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA EN CONSTRUCCION

Asesoría técnica, ensayos de caracterización, control de calidad en mécanica de suelos, asfaltos, cementantes hidráulicos, concretos, aglomerados sintéticos, productos de construcción de terminación media, paneles y elementos constructivos, ensamblaje de unidades habitacionales.

DEPARTAMENTO DE QUIMICA

- Asesoría de análisis químicos
- Evaluación y diseño de plantas de tratamiento de aguas
- Análisis químicos, físicos y bacteriológicos de laboratorio

DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACION DE EMPRESAS

- Estudios de mercadeo y factibilidad
- Análisis administrativos y montaje de sistemas montajes

DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACION AGROPECUARIA Y AGROINDUSTRIAL

Estudios de factibilidad agropecuaria en general.
Servicios de análisis de control de calidad de productos.

DEPARTAMENTO DE ELECTRONICA

Capacitación en técnicas electrónicas dirigido a empresas, industrias, encargados de mantenimiento electrónico e ingenieros.

DEPARTAMENTO DE DISEÑO INDUSTRIAL

Diseño Industrial en diferentes campos con la más avanzada tecnología.

DEPARTAMENTO DE PRODUCCION INDUSTRIAL

- Capacitación y asistencia técnica
- Asesorías en normas y reglamentos de seguridad e higiene ocupacional y en equipo de protección personal.

DEPARTAMENTO DE METALURGIA

Asistencia y asesoría técnica en diseño de hornos e instalaciones mecánicas.
Servicios repetitivos como: control de calidad de soldadura, ensayos mecánicos, análisis de metales por emisión, control de arenas para moldeo, ensayos no destructivos, estudios metalográficos y tratamientos térmicos.

DEPARTAMENTO DE MANTENIMIENTO INDUSTRIAL

Diseños, estudios de fabricación y consultas técnicas en: metalmecánica, control automático, transferencia de calor, administración del mantenimiento, energía no convencional, instalaciones eléctricas, refrigeración y aire acondicionado.

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA FORESTAL

Diagnóstico de plagas y enfermedades forestales, programas semilleros, medición y análisis de parcelas permanentes en bosque natural, corte de árboles individuales en bosques y venta de madera, carbón, leña y arbolitos de navidad y para plantaciones.

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA EN AGRONOMIA (SEDE REGIONAL, SAN CARLOS)

Diagnóstico de enfermedades de plantas, asistencia técnica en cultivos perennes, sanidad animal, inseminación artificial, cultivo de hortalizas, cultivo de plantas medicinales y alimentación animal.