Modelo de corrección de errores y pronósticos de inflación

Error Correction Model and Inflation Forecast

David Lowell Lovelady

Fecha de recepción: 19 de junio del 2015
Fecha de aprobación: 26 de setiembre del 2015

Lowell-Lovelady, D. Modelo de corrección de errores y pronósticos de inflación. *Tecnología en Marcha*. Edición especial. Matemática Aplicada, Mayo 2016. Pág 78-82.

1 Ph.D., Profesor de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Tel. (506)2550-2007, correo electrónico: david41745@gmail.com.

Palabras clave

Granger-Engle; pronóstico de inflación; regresión; corrección de errores.

Resumen

Este estudio investiga la aplicabilidad de las ideas de cointegración y corrección de errores de Granger-Engle a los pronósticos de inflación en Costa Rica. Se muestra que estas ideas, aplicadas a una regresión en movimiento contra la inflación de Estados Unidos, tuvieron éxito con la inflación de Costa Rica, incluso a través de la ruptura económica de 2008.

Keywords

Granger-Engle; inflation forecasting; regression; error correction.

Abstract

This study investigates the applicability of Granger-Engle cointegration and error correction for predicting inflation in Costa Rica. It is shown that these ideas, applied to a sliding regression against U.S. inflation, successfully forecast Costa Rica's inflation, even through the rupture of 2008.

Introducción

Se conoce (Engle & Granger, 1987) que los modelos de corrección de errores (ECM, por sus siglas en inglés) son útiles cuando se tienen datos igual e idénticamente distribuidos (i.i.d.). En el estudio, estas ideas se aplican al problema de pronosticar los precios a los consumidores de un país pequeño con respecto a los precios al consumidor en EE.UU.

El estudio demuestra que los ECM pueden proporcionar pronósticos de alta calidad para los precios al consumidor en Costa Rica después de una regresión con respecto a los precios al consumidor de Estados Unidos. Durante el período de estudio, que va de 1996 a 2011, la evidencia disponible indica que los parámetros de regresión de los precios al consumidor de Costa Rica con respecto a los precios al consumidor de Estados Unidos cambiaron alrededor de octubre de 2008. Esta nota no trata de explicar este giro aparentemente brusco, pero se demostrará que el cambio no tiene que perturbar los pronósticos.

La situación es la siguiente: Hay dos series de tiempo, datos que dependen del tiempo, x y y, y una hipótesis es que para cada t, el valor x_t llega antes del valor y_t. La hipótesis de regresión es que hay dos constantes c y β tal que la serie y_t-(c+βx_t) es estacionaria. Es más común decir que hay una serie $\{\delta_t\}$ tal que $\{\delta_t\}$ es estacionaria y

$$y_t = c + \beta x_t + \delta_t$$

Para todo t. Por supuesto, los parámetros c y β indican una relación entre x y y, y tales relaciones pueden cambiar. Un cambio brusco en c y β puede convertir un procedimiento bueno para pronosticar en uno malo. En su origen, los MCE no fueron propuestos específicamente para este problema, pero es posible utilizarlos para pronosticar con exactitud durante el tiempo que los algoritmos de estimación de parámetros se están poniendo al día con los cambios. En ese sentido, en este trabajo se utiliza la naturaleza de corta duración de los MCE para compensar la naturaleza a largo plazo de las interrupciones de regresión.

Modelos de corrección de errores

Un modelo básico para corregir errores mejora la estimación del valor y_t basado en los valores de *y* de tiempo *t-1* y antes y, por supuesto, los valores de *x* de tiempo *t* y antes. Es posible que haya lectores que no estén familiarizados con este conjunto de ideas, por lo que se hará una breve descripción.

Supongamos que hemos encontrado, por un procedimiento de mínimos cuadrados, los valores óptimos $\hat{c}$ y $\hat{\beta}$ para minimizar

$$\sum_t \left(y_t\text{-}(c+\beta x_t)\right)^2$$

Es decir, estamos estudiando una regresión de *y* contra *x*. Nuestras hipótesis dicen que

$$y_t = c + \beta x_t + \delta_t$$

con la serie $\{\delta_t\}$ estacionaria.

Ahora, tenemos

$$y_t\text{-}(y_{t\text{-}1}\text{-}y_{t\text{-}1}) = \hat{c} + \hat{\beta}x_t + \left(\left(\hat{c}+\hat{\beta}x_{t\text{-}1}\right)\text{-}\left(\hat{c}+\hat{\beta}x_{t\text{-}1}\right)\right) + \delta_t$$

y

$$y_t\text{-}y_{t\text{-}1} = \text{-}\left(y_{t\text{-}1}\text{-}\left(\hat{c}+\hat{\beta}x_{t\text{-}1}\right)\right) + \hat{\beta}(x_t\text{-}x_{t\text{-}1}) + \delta_t$$

Esta última ecuación sugiere que debemos definir nuestro MCE como la resolución de la regresión en dos variables

$$(\Delta y)_t = \alpha\xi_{t\text{-}1} + \gamma(\Delta x)_t + \delta_t,$$

Con $(\Delta y)_t = y_t\text{-}y_{t\text{-}1}$, $(\Delta x)_t = x_t\text{-}x_{t\text{-}1}$, y $\xi_s = y_s\text{-}\left(\hat{c}+\hat{\beta}x_s\right)$. Después de que se encuentran los $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ óptimos, podemos pronosticar y_t en términos den x_t, $x_{t\text{-}1}$, $y_{t\text{-}1}$, y $\xi_{t\text{-}1}$.

Un ejemplo sintético

Para ilustrar mejor este enfoque, consideramos una simple ilustración del problema y nuestros resultados (ver figura 1). Supongamos que $\{x_t\}_{t=1}^{100}$ y $\{y_t\}_{t=1}^{100}$ son dos series tal que, para cada $t \in \{1,2,3,\ldots,100\}$, $x_t = t + \delta_t$ y

$$y_t = 8x_t + \epsilon_t si 1 \le t \le 50, y_t = y_{t\text{-}50} + 5(x_t\text{-}x_{t\text{-}50}) + \epsilon_t si 51 \le t \le 100$$

Con $\{\delta_t\}$ y $\{\varepsilon_t\}$ resultados de una transformación de tipo *MA*(3) de *N* (0,1) (distribución normal, promedio0, varianza1). Por ejemplo, podemos generar 102 muestras de $\{\eta_t\}_{t=1}^{102}$ de *N* (0,1) y definir $\delta_t = (\eta_t + \eta_{t+1} + \eta_{t+2})/\sqrt{3}$. Definimos $\{\varepsilon_t\}$ en la misma manera. Notamos que las dos series son estacionarias pero NO son independientes.

El problema sencillo de pronosticación es predecir el valor y_t solamente con los valores $\{y_1, y_2, \ldots y_{t\text{-}1}\}$ y $\{x_1, x_2, \ldots x_{t\text{-}1}, x_t\}$. Si una persona considera la posibilidad de que hay una regresión quebrada, pero no sabe si es la verdad, un procedimiento razonable es hacer, para cada $t \geq 30$, una regresión de 30 datos que utilice las 30 muestras antes de t. Es decir, por ejemplo, cuando tenemos $\{x_t\}_{t=1}^{66}$ y $\{y_t\}_{t=1}^{65}$, y se quiere pronosticar y_{66}, se hace una regresión básica de $\{y_t\}_{t=1}^{65}$ con respecto a $\{x_t\}_{t=1}^{65}$, y obtenemos el intercepto $\hat{c}$ y la pendiente $\hat{\beta}$, y pronosticamos $y_{66} = \hat{c} + \hat{b}x_{66}$. Esto hicimos, y hubo errores visibles después del punto del cambio estructural (y y $\hat{y}$ en el dibujo de abajo) con cuadrático medio mínimo de 70 pronósticos de 6.24. Los dos algoritmos que se describen abajo nos dan 1.34 y 1.59.

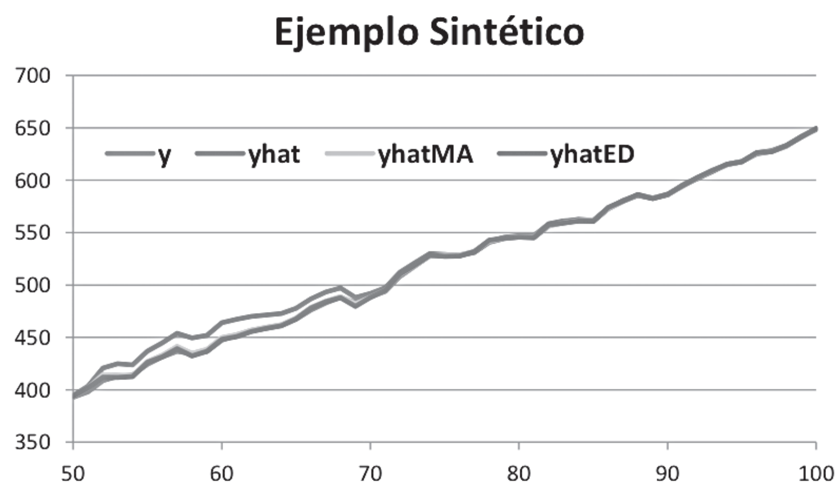

Figura 1. Ejemplo sintético del problema

Los algoritmos

Tenemos dos versiones de nuestros algoritmos; una versión con promedios móviles (MA) y otra con disminución exponencial de los pesos (ED). El procedimiento comienza con una regresión básica de y contra x, por 30 muestras. Luego se actualizan los valores $\hat{c}$ y $\hat{\beta}$ muestra por muestra para hacer el primer pronóstico. Calculamos los errores y los $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$, también muestra por muestra. Luego, mejoramos el pronóstico y hacemos el procedimiento completo para la siguiente muestra. Hay dos maneras de evitar las primeras muestras qué tienen demasiado efecto.

Se pueden calcular las sumas de la regresión con una ventana móvil o con un filtro exponencial con factor 1.

Pronósticos de inflación del país

Aplicamos nuestro procedimiento al problema de pronosticar la inflación de Costa Rica. Separamos los efectos de la inflación en dos partes, efectos exteriores y efectos interiores y modelamos los efectos exteriores de acuerdo con la inflación de Estados Unidos.

Un gráfico de una regresión básica del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de Costa Rica con respecto al pci (siglas en inglés de IPC) de Estados Unidos nos da el resultado que se muestra en la figura 2.

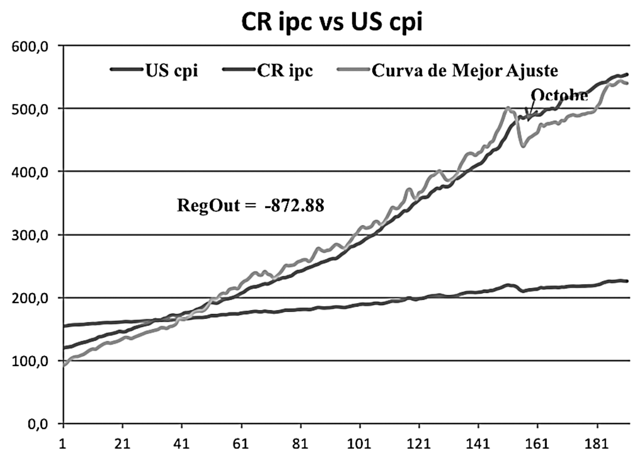

Figura 2. Gráfico de regresión básica del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de Costa Rica con respecto al pci de Estados Unidos.

Se puede notar en la figura 2 que en octubre de 2008 se registró una importante ruptura económica.

Luego, aplicamos las ideas de esta nota y se obtiene lo que se muestra en la figura 3.

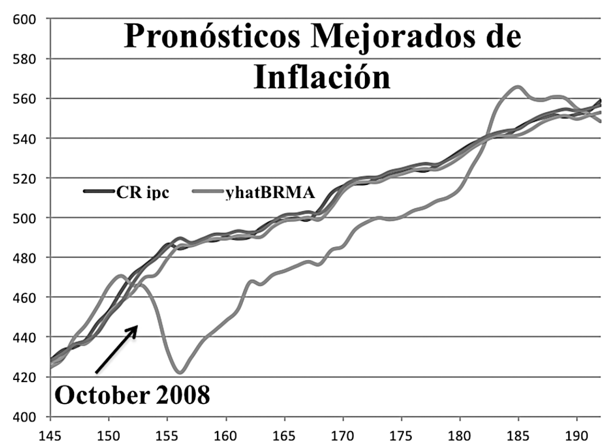

Figura 3. Pronósticos Mejorados de Inflación

En el gráfico de la figura 3, la curva azul representa el IPC de Costa Rica, la curva roja muestra el resultado de la regresión básica con respecto al pci de Estados Unidos sin corrección. Las curvas verde y marrón corresponden a los dos procedimientos: ventana móvil y filtro exponencial.

Bibliografía

Engle, R. & Granger, C. (1987). *Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing*. Obtenido de: http://www.ntuzov.com/Nik_Site/Niks_files/Research/papers/stat_arb/EG_1987.pdf