

Einstein, De Broglie, Schrodonger (1923-1925) La dualidad onda-partícula y el nacimiento de la mecánica ondulatoria

Alejandro Mayorga

Introducción

En un artículo anterior (Mayorga, 1995) se señaló como hacia 1904 **Albert Einstein** (1879-1955) comenzó a socavar los cimientos de la física clásica y a desarrollar un estilo peculiar de resolver problemas en física teórica. Sin embargo, la comunidad científica No se percató de inmediato de la naturaleza transformadora de sus primeros artículos: sus ideas acerca de la física cuántica publicadas a partir de 1905 fueron en general negadas o desestimadas por años (Holton, 1995).

Einstein fue el primero en tomar en serio las implicaciones físicas del trabajo realizado por **Max Planck** (1858-1947) en 1900 sobre la radiación del cuerpo negro y en considerarlas como algo más que las consecuencias de un truco matemático. Es en este sentido que se puede afirmar que EINSTEIN fue el iniciador de la teoría cuántica (Darrigol, 1990).

Producto de esa labor, en marzo de 1905 postuló que “la radiación monocromática de muy baja densidad... se comporta termodinámicamente como si consistiera de un número de cuantos independientes de energía con magnitud $\frac{R\beta\nu}{N}$ ”, por lo que sugería investigar “si las leyes de la emisión y de la transformación de la luz eran también de una naturaleza tal que puedan interpretarse o explicarse al considerar que la luz consiste de tales cuantos de energía” (Einstein, 1905); extendiendo así la cuantización no solo a la interacción materia-energía –sugerida en el trabajo de Planck– sino a la radiación electromagnética libre, la cual se consideraba una entidad continua descrita adecuadamente por las ecuaciones de **James Clerck Maxwell** (1831-1879) para el campo.

Einstein utilizó esta hipótesis en busca de explicaciones para el efecto fotoeléctrico (1905) y para el calor específico de los sólidos (1907). En 1910 **Hermann**

Nernst (1864-1961) sometió a control experimental la fórmula propuesta por Einstein para los calores específicos de los sólidos, hallando un acuerdo cualitativo entre los datos experimentales y la fórmula, por lo que sugirió a la comunidad científica tomar más seriamente la teoría cuántica. Sin embargo, su interés por las ideas cuánticas era meramente pragmático: las consideraba como reglas computacionales, con propiedades curiosas y, aun, grotescas. En 1916 **Robert Millikan** (1868-1935), después de someter a test experimental la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico, concluyó que pese a sus propias expectativas, esta parecía predecir exactamente en todos los casos los resultados observados, pero que la hipótesis del cuanto de luz era “completamente insostenible” (Holton, 1995; Navarro, 1990; País, 1983). El mismo Planck asumió inicialmente una posición vacilante frente al *quantum* einsteiniano. Esto pone de manifiesto el gran esfuerzo intelectual requerido por aquella época para entrar de lleno en el significado de la nueva física. Solo después de que el trabajo de **Arthur Compton** (1892-1962), entre 1922 y 1925, puso fuera de duda razonable el cuanto de luz, al *demonstrar* experimentalmente que los rayos X satisfacían las leyes conservativas (momentum-energía) propias de toda partícula, de carácter cuántico de la radiación se incorporó al *corpus* de la física del siglo XX.

Pero si la idea de suponer la cuantización de la radiación electromagnética libre fue considerada inicialmente por los teóricos de la época, antes del experimento Compton, como “errónea” o “insostenible”, más descabellada pudo aparecer ante sus ojos la idea visionaria de la *dualidad onda-partícula* para la radiación electromagnética, propuesta por Einstein en 1909. En 1925 Einstein llegó hasta el borde mismo del dominio de lo posible al que le conducía su lógi-

ca inexorable al extender esa dualidad a la materia.

La desconfianza que los físicos sentían respecto de estas ideas se basaba en que habían sido deducidas a partir de consideraciones mecánico-estadísticas relacionadas con las fluctuaciones energéticas, un tema que se consideraba secundario y de poca importancia asociado con la descripción estadística, pero que condujo a inviables resultados en manos de Einstein.

En 1923-1924 y mediante un camino distinto al seguido por Einstein, **Louis De Broglie** (1892-1987) había extendido la hipótesis del cuanto de luz a todas las partículas materiales, y en especial al electrón.

En 1925-1926 **Erwin Schrodinger** (1887-1961) basado en las ideas de Einstein y De Broglie, creó un preciso y coherente formalismo matemático que aplicó a los electrones y a otras partículas en cualquier clase de átomo o molécula, el cual es denominado *mecánica ondulatoria* y cuyo éxito fue apreciado casi de inmediato.

El 3 de marzo de 1927 **Clinton Davisson** (1881-1958) y **Lester Germer** (1896-1971) detectaban por vez primera la difracción del electrón por un cristal: el carácter ondulatorio de la materia adquiriría carta de ciudadanía en la física.

El presente artículo se propone exponer la influencia de los trabajos de Einstein y De Broglie sobre el trabajo de Schrodinger que condujo directamente a la mecánica ondulatoria. Para esto delinearemos la ruta que condujo a Einstein desde el estudio de las fluctuaciones energéticas (1904) hasta la postulación de la dualidad onda-partícula para la radiación (1909) y su posterior extensión a la materia (1925); se expondrá luego el camino que condujo a De Broglie a la dualidad onda-partícula para el electrón

(1922-1923), para finalizar con el papel que estos dos autores desempeñaron en la postulación de la mecánica ondulatoria por Schrödinger en 1925-1926 y su aceptación inicial por parte de la comunidad científica.

Einstein

Desde las fluctuaciones energéticas a la dualidad onda-partícula

La peculiar concepción que Einstein desarrolló de la mecánica estadística en el período 1902-1904 suministró una poderosa estrategia para la solución de problemas y el descubrimiento en física teórica (Navarro, 1990; País, 1983). En particular, el estudio de las fluctuaciones energéticas, que le había conducido en 1904 al problema del cuerpo negro, suministró la clave para la postulación. En 1909, de la hipótesis de la dualidad onda-partícula para la radiación y, más tarde, en 1925, para la materia. Además, Einstein las utilizó como un medio para comprobar la coherencia de los resultados alcanzados mediante el uso de la mecánica estadística.

En 1904, Einstein derivó la expresión para la fluctuación energética de un sistema, con energía variable E , que podía intercambiar energía con un recipiente muy grande y a temperatura T en equilibrio térmico con este:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = kT^2 \frac{d\langle E \rangle}{dT}$$

donde:

- $\langle \varepsilon^2 \rangle$ = fluctuación cuadrática media de la energía
- T = temperatura absoluta
- k = constante de Boltzmann
- $\langle E \rangle$ = energía promedio

Por estos años, Einstein pensaba que la radiación era la única entidad física que

podía exhibir fluctuaciones de energía (País, 1983).

En enero de 1909, Einstein supuso un sistema integrado por un espejo suspendido en una cavidad llena con radiación térmica y con un gas ideal monoatómico, el cual se encontraba en equilibrio. El espejo se consideraba perfectamente reflectante por ambas caras para el intervalo de frecuencias (ν , $\nu+d\nu$) y totalmente transparente fuera de ese rango, por lo que podía moverse solo en la dirección perpendicular a su plano. Producto de la irregularidad de los choques con las moléculas de gas, el espejo estaba sometido a un movimiento browniano. Para que no se rompiera el equilibrio, Einstein supuso que debía existir otro proceso que compensara la tendencia del espejo a detenerse como consecuencia de la fricción ocasionada por la presión de radiación, el cual debía tener origen en las fluctuaciones de la radiación. Para la condición de equilibrio, Einstein halló:

$$\frac{\Delta^2}{\tau} = \frac{1}{c} \left[h\nu p + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \rho^2 \right] d\nu \cdot S$$

donde:

- $\langle \Delta^2 \rangle$ = media cuadrática del momentum impartido al espejo por las fluctuaciones de la radiación
- τ = intervalo temporal durante el cual el espejo adquiere el momento Δ
- c = velocidad de la luz
- h = constante de Planck
- ρ = densidad de radiación
- S = superficie del espejo

Al aplicar la fórmula para las fluctuaciones energéticas a un subvolumen (ν) de una cavidad llena solo con radiación electromagnética, encerrada entre paredes que solo permiten el paso de la energía con frecuencias en el intervalo ($\nu, \nu+d\nu$), Einstein reescribió

$$\varepsilon = \varepsilon(\nu, T) \text{ y } E = \rho \nu d\nu$$

y obtuvo:

$$\langle \varepsilon^2(v, T) \rangle = kT^2 \nu dv \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$$

La cual expresa las fluctuaciones energéticas en una manera independiente de la expresión del ρ (la cual es una función de la frecuencia y de la temperatura). Al aplicar esta última fórmula a la ley para la radiación del cuerpo negro propuesta por Planck en 1900, Einstein dedujo una expresión para las fluctuaciones de energía:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \left[h\nu\rho + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \rho^2 \right] \nu dv$$

Al comparar este resultado con el derivado anteriormente a partir del experimento

del espejo, Einstein concluyó que para el caso de la ley de Planck, las fluctuaciones eran la suma de dos términos: uno que estaría presente solo si la radiación fuera un fenómeno electromagnético puro, y otro término que estaría presente solo si la radiación consistiera de cuantos semejantes a corpúsculos en movimiento. Estos términos pueden también derivarse al aplicar la fórmula a las leyes propuestas por **Wilhelm Wien** (1864-1928) por un lado, y por **Lord Rayleigh** (1842-1919) y **James Jeans** (1877-1946) (Cuadro I).

Un rasgo sobresaliente de esta investigación es que por vez primera Einstein se refirió a los cuantos de luz desde el punto de vista de la "teoría newtoniana de la emisión"; es decir, como *partículas* (que, según lo sugiere la analogía, se

Cuadro 1

Fluctuaciones energéticas para la radiación del cuerpo negro

Expresiones para la densidad

i) Ley de Wien (1896)

$$\rho = \alpha \nu^3 e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$$

Donde (Planck, 1900): $\alpha = 8\pi h c^{-3}$, $\beta = h k^{-1}$ la constante de Planck, la velocidad de la luz y k la constante de Boltzmann.

ii) Ley de Rayleigh-Jeans (1900)

$$\rho = c_1 \nu^2 T$$

Donde (Einstein, 1905) $c_1 = 8\pi c^{-3} R N^{-1}$, R la constante de los gases y N el número de Avogadro. Apartir de 1900 Einstein comenzó a utilizar k en de $R N^{-1}$.

(iii) Ley de Planck (diciembre 1900)

$$\rho = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1}$$

Al aplicar la fórmula para fórmula

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = h\nu\rho \nu dv$$

Este término corresponde al régimen de WIEN (radiación de baja densidad) y representa según la hipótesis de 1905, el término corpuscular de la fluctuación en la ley Planck.

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \rho^2 \nu dv$$

Este término corresponde al régimen de Rayleigh-Jeans y representaría el término ondulatorio de la fluctuación en la ley de Planck.

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \left[h\nu\rho + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \rho^2 \right] \nu dv$$

mueven a la velocidad de la luz y con energía $h\nu$).

La confianza que Einstein depositaba en las conclusiones obtenidas a partir de la aplicación de las fluctuaciones energéticas a la radiación del cuerpo negro era de tal magnitud que en enero de 1909, en Salzburgo, durante la *Reunión Anual de Científicos Alemanes*, no vaciló en afirmar que "... la próxima fase en el desarrollo de la física teórica nos brindará una teoría de la luz que pueda interpretarse como una clase de fusión entre la teoría ondulatoria y la teoría de emisión [corpúscular]... y más tarde, en octubre de ese mismo año, que ..." la estructura ondulatoria y la estructura cuántica ..." no deben considerarse como mutuamente incompatibles..." (Navarro, 1990; País, 1983). Así, hacia 1909 Einstein estaba preparado para una teoría de la radiación que fusionara los aspectos ondulatorio y corpúscular, los cuales consideraba que no eran mutuamente incompatibles, admitiendo la posible reconciliación de estos aspectos dentro de una misma teoría.

Hacia 1910 solo **Paul Ehrenfest** (1880-1933), **Johannes Stark** (1874-1957), **Joseph Larmor** (1857-1942), **J. J. Thomson** (1856-1940) y Nernst, aparte de Einstein y de Planck, parecían conferir alguna seriedad a la hipótesis cuántica (Navarro, 1990). La realización del *Primer Congreso Solvay* en 1911 (29 oct.-3 nov.) permitió vencer parcialmente la resistencia que la comunidad científica oponía a las ideas cuánticas. Muchos científicos se interesaron por el problema de los cuantos, entre ellos **Niels Bohr** (1885-1962) y **De Broglie**, quienes más tarde harían importantes contribuciones.

En 1913 Bohr incorporó la hipótesis cuántica a la explicación de las líneas espectrales características del átomo de hidrógeno y propuso que tanto los átomos como las moléculas podían existir solo en ciertos estados estables

de energía definida. Esos estados eran discretos, sus energías solo podían cambiar por cantidades fijas. El éxito de la teoría de Bohr en la explicación de los espectros atómicos pareció conferir un impulso adicional a la hipótesis cuántica.

Hacia 1916 la estructura cuántica de la radiación se imponía como una hipótesis avalada por el éxito parcial de la fórmula de Einstein para los calores específicos de los sólidos (1907), la cual había sido contrastada en 1910 por Nernst, y sobre todo por el de la teoría de Bohr. Pero, desde el punto de vista de Einstein, aunque en 1905 se habían propuesto los constituyentes elementales de la radiación (los *quanta*), faltaba determinar los procesos elementales a los que estaban sometidos: el mecanismo regulador de la interacción materia-energía. Estos fueron la en 1956, cuando Einstein derivó las leyes que gobernaban la emisión y la absorción de la radiación utilizando la teoría de Bohr (descartando, por consiguiente, el uso clásico de espejos, osciladores y resonadores en el estudio de la radiación y sustituyéndolos por moléculas materiales que podían experimentar transiciones bohrianas), y demostró que eran procesos direccionales e independientes y que en todo intercambio elemental de energía entre la radiación y la materia el impulso $\frac{h\nu}{c}$ era transferido a la molécula. Los constituyentes elementales de la radiación estaban ahora dotados de energía ($E=h\nu$) y de *momentum* lineal ($p = \frac{h\nu}{c}$) como las partículas materiales.

En la derivación de los procesos elementales, Einstein utilizó un argumento híbrido basado en premisas corpúsculares y premisas ondulatorias. Esta combinación fue un tema esencial en sus trabajos sobre teoría cuántica desde 1909: la dicotomía entre el punto de vista corpúscular (Newton) y el de un campo

continuo (Maxwell) fue para él “*el gui-sante debajo de todos los colchones de la física*” (Friedberg, 1994), la cual debía ser reconciliada en una futura teoría (Navarro, 1990), pues ambos enfoques son antitéticos, no poseen conexión lógica entre sí (Holton, 1973). Hasta el final de sus días, consideró que esa dualidad no podía ser un aspecto básico de la realidad misma.

Una vez más, Einstein recurrió a las fluctuaciones energéticas tanto para derivar como para validar resultados. Sin embargo, su uso estaba sancionado por la corriente general de la época, para la cual constituía un problema académico de escasa relevancia. Esto tenía como consecuencia inmediata que se tuviera por inadmisibles una revisión completa de la teoría electromagnética, tal como la teoría einsteiniana demandaba, y que se recomendara mantener a toda costa la concepción maxwelliana para la radiación electromagnética libre de investigar el mecanismo de la interacción radiación-materia con la esperanza de eliminar cualquier residuo cuántico. A pesar de que el experimento Compton (1922) demostró que el cuanto einsteiniano satisfacía las leyes conservativas, hacia 1924 aún Bohr, **Hendrik Kramers** (1894-1952) y **John Slater** (1900-1976) mostraban una radical oposición hacia el concepto de cuanto considerado como partícula.

En 1924, **Satyendra Nath Bose** (1894-1974) propuso una derivación de la ley de Planck exenta de cualquier referencia a la electrodinámica clásica. Esta derivación proponía implícitamente un innovador método de conteo para un gas de *quanta*, el cual poseía varias características sobresalientes: consideraba los cuantos partículas relativísticas *no masivas, indistinguibles* y cuyo número no se conservaba en los procesos en que participaban. El método propuesto por Bose se centraba sobre el conteo del

número de celdas en el espacio fase ocupadas por $n = 0, 1, 2, \dots, n$ cuantos, más que sobre el conteo clásico (Planck y otros) de los cuantos en una celda dada.

A Einstein no se le escapó la trascendencia del trabajo de Bose y procedió inmediatamente después de su lectura a generalizar el método a los gases ideales materiales y llevarlo hasta sus últimas consecuencias, dedicándose a la tarea de construir una *teoría cuántica del gas ideal monoatómico* en la que se conservara el número de moléculas. Einstein calculó, para un intervalo de energía dado, el número de maneras posibles de dividir las celdas del espacio fase en grupos que poseyeran $0, 1, 2, \dots, n$ (número total) partículas de un gas material, y obtuvo un número promedio de partículas por celda (ocupación) diferente del que se obtenía al aplicar los métodos estadísticos clásicos.

En julio de 1924 y en enero de 1925, Einstein intentó deducir las consecuencias de la analogía entre la radiación, entendida como un gas de *quanta*, y un gas ideal material monoatómico. En el curso de esta investigación, en el artículo sobre el gas degenerado de febrero de 1925, volvió a aplicar las fluctuaciones energéticas dentro del marco de un nuevo experimento mental: en la sección 8 Einstein consideró un gas con volumen *Letra* el cual se comunicaba con otro gas de la misma naturaleza, pero con volumen infinito, separados por una pared que solo permitía el paso de las moléculas con energías comprendidas en el rango $(E, E+\Delta E)$, reflejando todas las demás. De acuerdo con su argumentación, si estaba justificado concebir la radiación como un gas de *quanta*, la analogía entre este gas y un gas de moléculas debía ser completa: la pared debería ser transparente para todas las frecuencias comprendidas en el intervalo $(\nu, \nu + d\nu)$ y opaca para el resto. Para el equilibrio Einstein dedujo la ecuación:

$$\left\langle \left(\frac{\Delta_v}{n_v} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{n_v} + \frac{1}{Z_v}$$

donde:

$\langle \Delta_v^2 \rangle$ = fluctuación cuadrática media de n_v

n_v = valor medio del número de moléculas con energía dentro del rango (E, E+ΔE), con ΔE << E.

Z_v = número de celdas correspondiente al rango de energía considerado.

A partir de esta expresión, Einstein hizo una consideración cuya trascendencia fue detectada casi inmediatamente por Schrödinger: la fluctuación cuadrática media de n_v estaba compuesta de dos términos aditivos, el primero $[(n_v)^{-1}]$ sería el único que estaría presente si las moléculas fueran independientes entre sí; al segundo término Einstein le asoció un campo escalar de ondas siendo $(Z_v)^{-1}$ valor de la fluctuación cuadrática media de ese campo.

Como se verá en el siguiente apartado, estas consideraciones se basaron en parte en las ideas que De Broglie había desarrollado hacia el año 1923, relacionadas con la posibilidad de asociar un campo escalar de ondas a una partícula material o a un sistema de partículas materiales. La analogía apuntaba hacia un reemplazo por una nueva concepción basada en la dualidad "partículas materiales"- "campos escalares de ondas" que adjudicaba movimientos ondulatorios a las partículas materiales: "... con cada movimiento hay un campo ondulatorio asociado, de la misma forma que el campo ondulatorio óptico se asocia al movimiento de los *quanta* de luz... Así, un haz de moléculas de gas que atraviesa una rejilla deberá sufrir una refracción, análoga a la que

experimenta un rayo luminoso" (Hanle, 1979; Navarro, 1990; País, 1983).

Einstein prestó mucha atención a la idea de que la radiación (gas de *quanta*) y el gas de partículas materiales se comportaran en una forma análoga, cada uno con características de onda y de partícula en sus fluctuaciones (Hanle, 1979): ahora se podía asociar un campo escalar de ondas con una partícula material o con un sistema de partículas materiales. Con la postulación de esta dualidad para la materia concluye el periodo de mayor Creatividad en la vida de Einstein, el cual abarca desde 1900 hasta 1925.

Esta teoría cuántica de la materia tuvo un escaso eco inicial debido al carácter misterioso de los movimientos ondulatorios asociados con las partículas materiales y a las limitaciones para su contrastación experimental, pues, como Einstein reconoció, las longitudes de onda asociadas con moléculas en movimiento a temperaturas ordinarias eran tan pequeñas (del mismo orden de magnitud de las dimensiones moleculares) que las difracciones mediante rejillas resultaban imposibles de detectar. A mediados de 1925, **Walter Elsasser** (1904) consideró algunas implicaciones experimentales posibles de esta teoría y sugirió los electrones lentos como posibles candidatos para la detección del efecto propuesto, aunque fue el trabajo de Schrödinger el que le confirió un verdadero impulso.

De Broglie

Relatividad especial y ondas de materia

La dualidad onda-partícula para la radiación propuesta por Einstein en 1909, junto con su descubrimiento (1905) de que la energía era igual a la masa por el cuadrado de la velocidad de la luz

($E=mc^2$), que establecía un tipo de unificación entre partículas (masa) y ondas (energía), constituyeron el punto de partida del trabajo de De Broglie, quien, en una serie de artículos a partir de 1922, presentó su idea de asociar la propagación de una onda con el movimiento de partículas de materia (Mozt & Weaver, 1991; Hanle, 1979).

Según MacKinnon (1976) la dualidad onda-partícula para la radiación electromagnética libre fue un ardiente tema de debate entre los físicos que estudiaban los rayos X en una vía independiente de la hipótesis cuántica. Whitaker (1996) señala que desde el momento del descubrimiento de los rayos X en 1895 se dio una vigorosa controversia sobre su naturaleza. Su descubridor **W. C. Röntgen** (1845-1923) inicialmente sospechó que debían ser ondas electromagnéticas longitudinales (aunque la teoría de Maxwell solo predecía ondas transversales). Los físicos de la época barajaron otras opciones: un punto de vista suponía que eran ondas similares a las de la luz, pero con una frecuencia mucho mayor, mientras que otro los consideraba pulsos electromagnéticos. Este último enfoque fue ampliamente desarrollado y **CH. Barkla** (1887-1944) fue su principal defensor. Desde 1904, **W. H. Bragg** (1862-1942) había iniciado una serie de experimentos que sugerían que los rayos X debían poseer una naturaleza corpuscular. La mayoría de los argumentos esgrimidos por Barkla y Bragg tenían que ver con aspectos teóricos y experimentales, siendo el eje de discusión la naturaleza de la desviación (*scattering*) de los rayos X. El argumento central de Bragg se basaba sobre la interacción de los rayos con un gas material: en las investigaciones se había hallado que un rayo X ionizaba justo un átomo particular: más aún, el electrón producido en la ionización tenía aproximadamente la energía del rayo X. La explicación de estas observaciones parecían imposibles

si se aludía a la noción de onda, pero se hacía fácilmente comprensible si se admitía que los rayos X eran partículas. En 1912, al referirse a la naturaleza de estos rayos, Bragg afirmó que el problema no residía en decidir entre las dos teorías, sino en encontrar una teoría que poseyera la capacidad de ambas (Gribbin, 1986). Este pareció ser un tema ampliamente discutido por Louis y su hermano **Maurice De Broglie** (1875-1960), un físico experimental especializado en rayos X, aún antes del experimento Compton.

Los trabajos acerca del *scattering* de los rayos X llevados a cabo en 1922 y reportados a la *American Physical Society* en abril de 1923 condujeron a Compton a la conclusión de que “cuando un cuanto de rayos X es desviado, este transfiere toda su energía y *momentum* sobre algún electrón particular. Este electrón a su vez desvía el rayo en alguna dirección definida. El cambio en *momentum* del cuanto de rayos X debido al cambio en su dirección de propagación tiene por resultado un retroceso del electrón impactado. La energía en el cuanto desviado es así menor que la energía del cuanto original por una cantidad equivalente a la energía cinética de retroceso del electrón impactado” (Barlett, 1964). Sin embargo, poco después llegó a ser evidente que “... aunque los rayos X se movían y se comportaban como partículas, estos también poseían las cualidades ópticas características que las identificaban como ondas” (Compton, 1961).

Otros dos factores impulsaron el trabajo de De Broglie: *la concepción electromagnética de la materia*, la cual se encontraba en un rápido y fructífero desarrollo debido al impulso conferido por la teoría del electrón propuesta por Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928), y que había popularizado la idea de que las propiedades mecánicas básicas de las partículas (tales como masa y energía) podían interpretarse como manifestaciones de campos

electromagnéticos más básicos; y, quizás el más importante, la *hipótesis del cuanto de luz* propuesta por Einstein en 1905. Antes del descubrimiento del efecto Compton, pocos físicos aceptaban la hipótesis del cuanto einsteiniano de luz. (Únicamente la ley para el efecto fotoeléctrico era la que se aceptaba. Stark representaba el único adherente, aparte de Einstein, del cuanto de luz. De Broglie representó otra excepción.

En 1922 De Broglie intentó resolver el problema establecido por Einstein en 1909: la hipótesis del cuanto de luz lograba fijar la ley de Wien (en el régimen de Wien la radiación se comportaba como si estuviera compuesta solo de cuantos de energía), pero conducía a inconsistencias cuando se utilizaba para interpretar la ley de Planck (si se aceptaba su validez general, la radiación debía interpretarse como poseyendo propiedades de onda y de partícula). En su ataque del problema De Broglie sugirió que la Ley de Planck podía interpretarse como una colección de Leyes de Wien aplicadas a átomos monoatómicos de luz, moléculas diatómicas de luz, y así sucesivamente hasta moléculas n-atómicas de luz, no teniendo este número un límite superior. Así para De Broglie “desde el punto de vista de los cuantos de luz el fenómeno de interferencia podría ser visto como ligado a la existencia de conglomerados de átomos de Luz cuyos movimientos no son independientes sino coherentes” (MacKinnon, 1976).

En 1923 De Broglie concibió la idea de aplicar la dualidad onda-partícula al electrón: “después de una larga reflexión en soledad y meditación, de súbito tuve la idea ... de que el descubrimiento realizado por Einstein en 1905 debía ser generalizado para extenderlo a todas las partículas materiales y en manera notable a los electrones” (País, 1988). En un artículo con fecha 10 de setiembre de es-

te año propuso que la ecuación Formula era válida no solo para los cuantos de luz, sino también para una “*onda ficticia asociada*” asignada a los electrones. En el artículo del 24 de setiembre afirmaba que se podían anticipar fenómenos de difracción para los electrones. El 25 de noviembre defendió su tesis doctoral, *Recherches sur la theorie des Quanta*, una versión ampliada de estos dos artículos, en la cual desarrollaba la idea de las ondas de materia y suministraba uno de los puntos de partida para el desarrollo de la mecánica ondulatoria (Hanle, 1979). El rasgo más paradójico de la tesis de De Broglie tiene que ver con el hecho de que su argumento principal es básicamente relativístico, pues parte de las implicaciones de la dilatación del tiempo en las transformaciones de Lorentz, pero la única aplicación exitosa de las ideas contenidas en este es no relativística.

Describamos en forma breve la línea de razonamiento seguida por De Broglie en este año de 1923. La dualidad onda-partícula para la radiación sugería, primero, que todo conglomerado de luz estaba caracterizado por una frecuencia distintiva (ν) y, luego, la necesidad de un tratamiento relativístico, ya que los cuantos de luz debían viajar a la velocidad de la luz (c) o a una velocidad muy cercana a esta. Si los cuantos poseían una masa en reposo (m_0), como suponía De Broglie, entonces debían viajar a una velocidad v menor que la de la luz. Ahora, si se podía extender estas ideas a las partículas materiales, entonces estas debían poseer frecuencias características y ser tratadas relativísticamente. Partiendo de La ecuación relativística $E = m_0 c^2$, La cuál establecía un puente entre la energía (E) y La materia (m_0), y de La ecuación $E = h\nu$, De Broglie propuso que la materia debía poseer una frecuencia asociada y, por consiguiente. propiedades ondulatorias. Esto implicaba que una partícula estaba acompañada por una onda y poseía una Longitud de onda $\left(\lambda = \frac{c}{\nu}\right)$.

Para hallar la longitud de onda de una partícula, partió de la afirmación einsteiniana de que un cuanto de luz poseía un *momentum* (p) y razonó que la misma fórmula que relacionaba la longitud de onda de un cuanto luminoso y su *momentum* ($p = \frac{hv}{c}$) debía relacionar el *momentum* de una partícula y su longitud de onda:

$$p = m_0c = \frac{hv_0}{c} = \frac{h}{\lambda_0}$$

así mientras más rápido se moviera una partícula (es decir, mientras mayor fuera su *momentum*) su longitud de onda tendría que ser menor. La ecuación de De Broglie sugería que las ondas de materia correspondientes al más pequeño de los objetos observables era tan increíblemente pequeña en comparación con sus dimensiones que sus efectos eran despreciables; sin embargo, cuando se consideraban partículas subatómicas (como un electrón), sus dimensiones eran mucho menores que la longitud de su onda asociada (Zukav, 1986).

La médula de la propuesta de De Broglie consistió en su reconocimiento de que si se aceptaba solo la teoría cuántica de la radiación entonces no se podían explicar los fenómenos de interferencia y de difracción (esencialmente ondulatorios) y que si, por otro lado, se aceptaba solamente como válida la teoría electromagnética, entonces no había explicación posible para la radiación del cuerpo negro: ambas teorías de la radiación debían aceptarse como correctas. La luz debía consistir de ondas y de partículas ya que se hacía necesario la introducción simultánea de ambos conceptos y porque la existencia de corpúsculos acompañados por ondas debía suponerse en todos los casos.

De Broglie creía que había desarrollado una teoría cuántica completamente relativística, pero solo las aproximaciones no relativísticas de esta teoría podían aplicar-

se a problemas atómicos. Su interés se centró no tanto en el significado físico de los principios utilizados, sino en sus formulaciones relativísticas. Si bien las propiedades de invariancia relativística condujeron a De Broglie a postular la existencia de ondas asociadas con el movimiento de cualquier partícula (Dirac 1958), La transformación relativística de la ecuación anterior parecía conducir a conclusiones contradictorias, por lo que De Broglie se vio obligado a asignar tres frecuencias diferentes a una misma partícula: la frecuencia interna en el sistema en reposo, la frecuencia interna medida por un observador externo, quien ve el sistema moviéndose con una velocidad v y, por último, la frecuencia que este observador asocia con la energía total de la partícula.

La asignación de una frecuencia interna a toda partícula parecía suministrar una base para explicar uno de los postulados fundamentales de la teoría de Bohr (que los electrones giran alrededor del núcleo solo en órbitas estacionarias). Se sugería que las órbitas de Bohr eran aquellas órbitas fijadas por las longitudes de onda de De Broglie: cuando la longitud orbital calzaba exactamente con un número entero de longitudes de onda se tenía una órbita estable. Sin embargo, este resultado era esencialmente no relativístico (Mackinnon, 1976), mientras que el trasfondo del argumento dado por De Broglie era relativístico.

Si resultaba desconcertante pensar en la posibilidad de admitir que la luz (un fenómeno electromagnético) se comportaba como si consistiera de partículas (Einstein), más desconcertante podía resultar para la comunidad científica de la época el aceptar que los electrones (partículas) se comportaban como ondas (De Broglie). De Broglie había conectado los dos fenómenos más revolucionarios de la física de comienzos de siglo, la naturaleza cuántica de la radiación electromagnética

y la dualidad onda-partícula, pero no tenía idea del significado físico de sus ondas de materia (Weinberg, 1993). El razonamiento de De Broglie no parecía tener ningún sentido físico, razón por la cual la tesis doctoral despertó dudas entre los miembros del jurado examinador. **Paul Langevin** (1872-1946) consultó a Einstein acerca de si las ideas desarrolladas por De Broglie poseían algún valor. La respuesta de Einstein fue definitiva: las ondas de materia eran algo más que una simple analogía (Hanle, 1979; Navarro, 1990; Gribbin, 1995). Esto despertó el interés de otros científicos por las ideas de De Broglie, y en una manera especial el de Schrodinger, quien en 1925 se encontraba trabajando en el problema de la *cuantización* de un gas constituido por un gran número de partículas, problema que podía ser explicado apelando a las ondas de materia.

El capítulo 7 de su tesis, *Mecánica estadística y quanta*, resulta significativo pues permite establecer el puente con los trabajos de Einstein y de Schrödinger. En la segunda sección De Broglie asoció ondas de fase con los átomos del gas: "Nosotros somos conducidos naturalmente a considerar... las ondas fase que forman sistemas estacionarios (es decir, resonantes en las dimensiones del recipiente) como siendo las únicas estables... Esto es algo similar a lo que encontramos en el átomo de Bohr; ahí también solo las trayectorias estables se definen por una condición de resonancia y las demás deben considerarse como normalmente irrealizables en el átomo" (Hanue, 1979). Así, un gas de átomos se corresponde con una colección de ondas en un estado estable tal como un electrón es estable en el átomo. En la sección tercera, De Broglie desarrolló la idea de que la radiación del cuerpo negro debía ser considerada como un gas de *quanta* (un tema hartamente estudiado por Einstein) en equilibrio con la materia y fue capaz de derivar la ley de radiación de Wien al

considerar que las partículas eran independientes. Luego notó que al considerar la radiación como distribuida continuamente en el espacio se obtenía la ley de Raleigh-jeans (Mayorga, 1995). Con el fin de obtener la ley de Planck mediante el método de contar *quanta* de luz, introdujo lo que denominó una "nueva hipótesis": "Si dos o más átomos poseen ondas fase que se superponen exactamente, razón por la cual uno puede decir que son transportadas por la misma onda, sus movimientos podrían no ser tratados más como enteramente independientes y estos átomos podrían no ser tratados más como entidades distintas en el cálculo de la probabilidad" (Hanle, 1976). Esta era la clase de interferencia a que Einstein se referiría para las partículas materiales, poco después de la lectura de la tesis de De Broglie, en 1925. Mediante esta hipótesis, De Broglie concluyó que no se podía tomar cada átomo como un objeto en la teoría; ahora las ondas de fase estacionarias elementales cumplían esa función. Una onda de fase podía acarrear 0, 1, 2, ... , p, hasta un número infinito de átomos de luz de energía $h\nu$. Al calcular la función de distribución de este sistema de ondas de fase asociadas con *quanta*, De Broglie tuvo éxito en rederivar la ley de Planck. Pero, además, sugirió un método para tratar un gas de átomos interferentes (no independientes) que Schrodinger utilizó en noviembre de 1925 para recuperar la teoría einsteiniana de los gases materiales bajo el enfoque ondulatorio. De acuerdo con De Broglie, "uno podía igualmente evaluar en una manera correcta las fluctuaciones de la radiación del cuerpo negro sin apelar a la teoría de interferencias, sino introduciendo la coherencia de los átomos conectados a una y la misma onda fase" (Hanle, 1979), idea que había sugerido en 1922. Esta *hipótesis de la coherencia* suponía que la radiación podía considerarse como consistiendo de grupos o conglomerados de átomos con energías $h\nu$, $2h\nu$,... $ph\nu$, etc.,

cada uno de los cuales se comportaba como si fueran entidades independientes (Mackinnon, 1976; Hanle, 1979). Al considerar el gas como compuesto de ondas y utilizar la hipótesis de coherencia, De Broglie pudo recuperar mediante el método de conteo de Planck (Mayorga, 1995) las fluctuaciones que Einstein había obtenido en 1909. Esto significó el punto culminante de su tesis.

Schrödinger

La ruta hacia, la mecánica ondulatoria

El verdadero impulso en la dirección trazada por Einstein y De Broglie fue proporcionado por el trabajo de Schrödinger, quien entre 1925 y 1926 publicó alrededor de una decena de trabajos en los dos campos quizás más adecuados para apreciar los aportes de los dos autores anteriormente considerados: mecánica estadística y teoría cuántica (Navarro, 1990). La ecuación de onda para el átomo de hidrógeno surgió de sus trabajos en mecánica estadística y en teoría de la relatividad, como de sus intentos de construir un modelo del átomo (Hanle, 1979). Schrödinger se refirió en una manera reiterada a la influencia ejercida por el trabajo de estos autores sobre la línea de pensamiento que le condujo en 1926 a la postulación de la mecánica ondulatoria (País, 1983).

Durante el periodo 1911-1914, Schrödinger se hallaba trabajando sobre las propiedades dieléctricas de la materia, la electricidad atmosférica y los patrones de interferencia producidos por los rayos X. Sus publicaciones reflejan una profunda influencia de **Ludwig Boltzmann** (1844-1906). Para Schrödinger, el principal problema de su momento consistía en establecer fuera de toda duda la estructura atómica de la materia y era su convicción que “los únicos éxitos

en esta dirección recaían en el campo de la teoría cinética de los gases” (Mehra, 1987. I). Entre 1914-1919 se dedica a investigar la recién propuesta teoría general de la relatividad y la teoría de los calores específicos, principalmente el problema de las fluctuaciones. Hacia 1919 estaba completamente embarcado en el estudio sistemático de la teoría cuántica y a partir de 1920 en el estudio de las modificaciones a la teoría cinética requeridas por la teoría cuántica. Según Mehra (1987. I), en el periodo 1922-1925 Schrödinger desarrolló un programa sistemático de investigación sobre mecánica estadística cuántica, investigando problemas sobre estadística molecular clásica, degeneración de gases y estadística cuántica.

Hacia 1921 Schrödinger comienza a investigar los problemas relacionados con la estructura atómica, un rasgo completamente novedoso en su trabajo científico, y propone una solución para la interpretación de los espectros atómicos que ayudaba a remover una dificultad de la teoría Bohr-Sommerfeld. En octubre de 1922, Schrödinger envía al *Zeitschrift für Physik* un artículo que merece atención especial. En este artículo, titulado ***Sobre una notable propiedad de las órbitas cuánticas de un electrón simple***, encontramos las ideas esenciales que tres años más tarde conducirían a la postulación de la mecánica ondulatoria. La intuición que constituye el eje de este artículo se encuentra en una carta a **Wolfgang Pauli** (1900-1958) escrita en noviembre de 1921 en la que Schrödinger se plantea la pregunta de si las órbitas de los electrones son o no geodésicas. La respuesta de Schrödinger es negativa “... debido a que si dentro del campo de un núcleo masivo y cargado pusiera un electrón y un punto másico neutral en el mismo lugar, en la misma dirección y con la misma velocidad, entonces estos exhibirían movimientos totalmente diferentes” (Mehra, 1987. I): la ley para una línea geodésica no juega en realidad

ningún rol fundamental, pues no existen en la naturaleza pequeñas partículas sin carga. El artículo de octubre de 1922 tenía como propósito hallar la ley que rige los movimientos internos de los electrones en el átomo.

En 1918 **Hermann Weyl** (1885-1955) había intentado derivar, a partir de su teoría unificada para la gravitación y el electromagnetismo, soluciones particulares que describieran un electrón esférico y su movimiento. Al considerar la teoría de Bohr para el átomo de hidrógeno (1913) (según la cual los electrones que giran en estados estacionarios individuales no deben emitir radiación), Weyl concluyó que sus ecuaciones de campo solo hacían afirmaciones sobre el condicionamiento de los estados del campo debidos a la materia. Esto significaba una seria deficiencia. En octubre de 1922, Schrödinger afirma que él posee la clave para superar esa dificultad: "si el electrón en su órbita arrastra consigo una "distancia", la cual se transfiere inalterada durante el movimiento, entonces la medida de esta distancia —si uno comienza desde un punto arbitrario de la órbita— estaría siempre multiplicada por un múltiplo entero de $\exp\{h/\gamma\}$, siempre que el electrón regrese aproximadamente a su posición inicial y simultáneamente a su estado inicial de movimiento" (Mehra, 1987. I); así, las "verdaderas" condiciones cuánticas; es decir, aquellas que son suficientes para fijar la energía y por tanto también el espectro del átomo, son también suficientes para hacer que el exponente del *factor de distancia* sea un múltiplo entero de $\gamma^{-1}h$ para todos los periodos orbitales aproximados de los sistemas [h es la constante de Planck y γ una constante universal por determinar]. Schrödinger concluyó que era muy difícil creer que ese resultado no poseyera un profundo sentido físico.

Hacia esta misma época, Schrödinger comienza a sospechar que la solución a

las contradicciones de la teoría cuántica debía buscarse en la naturaleza estadística esencial de las leyes físicas. Esto explica su interés por el problema de la degeneración de un gas. En 1911 Nerst había sugerido la necesidad de extender la *cuantización* no solo a las vibraciones, sino también a las rotaciones, de los gases diatómicos y poliatómicos y concluyó que las desviaciones de las leyes de la mecánica clásica para el caso del movimiento traslacional de un gas molecular podían describirse mediante la aplicación de la hipótesis cuántica. Esta sugerencia de Nerst estimuló no solo el desarrollo de una teoría cuántica de las rotaciones sino también el intento de cuantizar el movimiento traslacional de los átomos, las moléculas y los electrones. Hacia 1919 se habían propuesto varias teorías de los gases ideales a bajas temperaturas las cuales constituían desviaciones de la fórmula clásica. La conclusión alcanzada era que los intentos de aplicar la teoría cuántica a la energía traslacional de los gases reposaba sobre una base insegura y que este paso era necesario para remover la posición privilegiada ocupada por los gases monoatómicos, cuyas moléculas contenían solo energía traslacional, pues estos también debían sucumbir a la ley cuántica. Producto de sus investigaciones acerca de este problema, Schrödinger envió en diciembre de 1923 un artículo al *Physikalische Zeitschrift* sobre la degeneración de un gas que se publicó el 15 de enero de 1924 y en el cual invirtió muchos esfuerzos en discutir la fórmula para la entropía.

Alrededor de 1924 la reputación científica de Schrödinger había crecido lentamente, pero de manera continua, siendo invitado a diferentes congresos. Uno de estos fue el octogésimo octavo *Naturforscherversammlung*, que tuvo lugar en setiembre de 1924 y en el que entró en contacto con Planck y Einstein.

El 5 de febrero de 1925, Schrödinger envió una nota a Einstein en la cual le

informaba de que acababa de leer su artículo sobre el gas degenerado y que tenía serias reservas al respecto. Se refería a la primera parte del artículo *Teoría cuántica del gas ideal monoatómico* (comunicado a la *Prussische Akademie der Wissenschaften* el 10 de julio de 1924) en la que Einstein había calculado la entropía de un gas mediante el procedimiento de conteo de Bose (Hanle 1979) y en la que mostraba que un gas ideal monoatómico exhibía, a muy bajas temperaturas, desviaciones (o degeneración) de la ley ideal clásica para los gases y que la entropía del gas estaba descrita esencialmente por el método de Planck (cuya definición de 1916 para la entropía de un gas ideal monoatómico difería de la dada por Schrödinger en 1923 por el factor $[N!]^{-1}$). Este artículo de Einstein resolvía algunos de los problemas principales de las propuestas anteriores. En su nota Schrödinger informó a Einstein de que este último había cometido un error al realizar los cálculos, pues los resultados entraban en contradicción con los obtenidos al utilizar el método de conteo de Boltzmann, el cual suponía la independencia de las moléculas, y que Schrödinger consideraba válido en la teoría cuántica. Es patente que Schrödinger no se percató de que Einstein había hecho un conteo de estados en una manera completamente nueva (no sería sino hasta nueve meses después que llega a darse cuenta de su error). El 28 de febrero Einstein contestó que no existía ningún error de cálculo, sino que el método utilizado era radicalmente distinto del utilizado por Boltzmann, y que suponía por el contrario que las moléculas no eran independientes. Schrödinger no replicó.

Hacia el mes de julio de 1925, Schrödinger ya era un nuevo adherente del nuevo procedimiento de conteo. El 3 de noviembre de 1925, Schrödinger le comentaba a Einstein que "solo a través de su

carta la unicidad y la originalidad de su método estadístico de cálculo vinieron a mi ... aunque el trabajo de Bose había aparecido con anterioridad ..." y pedía disculpas por no haber contestado antes su carta del 28 de febrero (1-Ianle, 1979).

La segunda parte del trabajo de Einstein sobre el gas ideal monoatómico había sido presentada a la *Prussische Akademie der Wissenschaften* el 9 de febrero de 1925 y en este se demostraba la falta de independencia de las moléculas de gas en el procedimiento de conteo Bose-Einstein. Uno de los aspectos más sobresalientes en lo que nos concierne es que Einstein llama la atención del lector en la sección 8 de este trabajo sobre la tesis de Broglie. En una carta fechada 23 de abril de 1926, Schrödinger refirió a Einstein que este trabajo lo había hecho percatarse de la importancia de la tesis de De Broglie. En la carta del 3 de noviembre de 1925, a la que se ha hecho referencia, Schrödinger por vez primera hace una valoración del papel que jugó la tesis de De Broglie para comprender el trabajo de Einstein: "Hace unos pocos días he leído con gran interés la ingeniosa tesis de Louis de Broglie, la cual he podido finalmente conseguir; con esta el ¶8 de su segundo trabajo sobre degeneración ha llegado a estar claro para mí por vez primera." (Hanle, 1979). Unas dos semanas después, el 16 de noviembre de 1925, De Broglie comunica a Alfred Lande (1888-1975) que estimulado por la tesis de Schrödinger, se había embarcado en el intento de construir un modelo del átomo de hidrógeno, cambiando la dirección de su investigación anterior: "durante los últimos días he estado profundamente involucrado con la ingeniosa tesis de Louis de Broglie. Esta es extraordinariamente estimulante; sin embargo, ciertos puntos son todavía difíciles de entender. He intentado en vano visualizar la onda fase de un electrón sobre una órbita kepleriana. Ciertamente, los rayos corresponden a elipses

keplerianas vecinas que poseen la misma energía. Esto, empero, conduce a horribles [consecuencias] para el frente de ondas." (Mehra, 1987. II). Así, Schrödinger intentó establecer una imagen geométrica de las ondas de De Broglie en el caso más, complicado del átomo de hidrógeno bajo la acción de un campo estático eléctrico o magnético —las mismas situaciones que había considerado en su artículo de octubre de 1922— y relacionó la interpretación de las reglas cuánticas realizadas por De Broglie con el trabajo anterior llevado a cabo por él desde finales de 1921, en el cual intentaba ligar la *cuantización* de la órbita de un electrón simple con la periodicidad del así denominado "*factor de tracción*" (una magnitud relativística). Ese trabajo de octubre de 1922 representa uno de los tres artículos que publicara antes de 1926 sobre modelos teóricos cuánticos del átomo. Su interés en la teoría de la relatividad y en la teoría cuántica determinó que él fuera uno de los pocos que pudieran apreciar las ideas de De Broglie (Hanle, 1979).

A finales de 1925, en su primer manuscrito no publicado sobre mecánica ondulatoria, Schrödinger derivó una ecuación de onda relativística para el átomo de hidrógeno a partir de las ideas de De Broglie. Schrödinger se percató de que el límite no relativístico de la ecuación concordaba con los resultados obtenidos por Bohr en 1913 y, por consiguiente, con la información espectroscópica, mientras que la ecuación relativística entraba en contradicción con los datos experimentales disponibles sobre la estructura fina del helio ionizado y del litio doblemente ionizado. Esto planteaba una seria dificultad, pues si existía algo de verdadero en las ondas de materia de De Broglie se debía establecer mediante un cálculo relativístico. Cualquier fracaso en esa dirección ensombrecía la posibilidad de la aplicación del enfoque ondulatorio a la solución del problema

cuántico. Ante la carencia de pistas, Schrödinger, abandona temporalmente su investigación sobre el átomo de hidrógeno hacia mediados de diciembre de 1925.

Como se ha dicho, Schrödinger estaba muy impresionado con el alcance de la tesis de De Broglie en la dirección de comprender la sección 8 del trabajo de Einstein sobre el gas degenerado, titulada "*Propiedades de fluctuación del gas ideal*", en la que Einstein mostraba que la fluctuación en la densidad del gas contenía dos términos que se correspondían con las fluctuaciones en la radiación del cuerpo negro, estableciendo por consiguiente una analogía entre un gas de radiación y un gas de partículas materiales. En esta sección, Einstein mostró luego como De Broglie había hecho lo mismo para una partícula que no se hallaba en una órbita cerrada y había concluido que la velocidad de grupo de la onda fase correspondía a la velocidad de una partícula, y la energía relativística de esa partícula era igual a la energía cuantizada ($h\nu$) de la onda asociada.

Uno de los primeros trabajos en los que se hace patente el enlace de las ideas de Einstein y De Broglie con la ruta que condujo a Schrödinger hacia la mecánica ondulatoria es *Sobre la teoría einsteiniana de los gases*, el cual fue recibido el 15 de diciembre de 1925 en la revista *Physikalische Zeitschrift* apareció publicado en el número de marzo de 1926, precediendo tan solo por unas semanas a la publicación de su famosa trilogía fundacional. Según Mehra (1987. II), las investigaciones sobre la teoría de los gases y sobre la ecuación relativística para el átomo de hidrógeno fueron comenzadas hacia mediados de noviembre de 1925 cuando Schrödinger intentó por vez primera extender las ideas de De Broglie sobre ondas fase a situaciones atómicas más complejas. Esto parece establecer el periodo crucial durante el cual Schrödinger elaboró la ecuación

no relativística para el átomo de hidrógeno en unas seis semanas.

En el primer apartado de ese seminal trabajo sobre la teoría del gas, Schrödinger refiere que “el punto esencial de la nueva teoría del gas elaborada recientemente por Einstein, consiste en que hay que aplicar una estadística completamente nueva al movimiento de las moléculas de gas, la llamada estadística de Bose. No cabría considerar a esta nueva estadística como algo primario, que no exigiera otra explicación. Además, parece que en ella se oculta la hipótesis de cierta dependencia o interacción entre las moléculas del gas, que resulta difícil de analizar en esta forma” (Navarro, 1990). La teoría del *gas einsteiniano* (es decir, la teoría del gas ideal monoatómico que Einstein propusiera en 1925) había sido obtenida al aplicar a las moléculas del gas la estadística que aplicada a los “cuantos de luz” conduce a la ley de Planck para la radiación del cuerpo negro (la estadística de Bose-Einstein). Sin embargo, Schrödinger se percató de que existía otra ruta para llegar a la ley de Planck: aplicando la estadística “*natural*” a los “*resonadores del éter*”; es decir, a los grados de libertad de la radiación. Esa estadística “*natural*” era la que había utilizado **Peter Debye** (1884-1966) en 1910 para derivar la Ley de Planck (País, 1983). Desde esta perspectiva, los “átomos de luz” (los *quanta*) podían considerarse como los niveles de energía de esos resonadores. Restaba construir el modelo análogo al de la radiación en una cavidad para el gas einsteiniano (que no se correspondía con la representación de los *quanta*). Esto implicó tomar en serio las ondas de materia que De Broglie y Einstein habían postulado para partículas en movimiento.

Esa sugerencia de Schrödinger estaba llena de promesas: como la ley de radiación de Planck podía deducirse mediante dos métodos distintos, se podía pensar

en disolver el camino que conducía a la necesidad de la estadística Bose-Einstein para el gas material. Schrödinger sugirió no seguir la descripción usual (según la cual cada molécula podía tener energías dentro de una distribución $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_3$ existiendo cualquier número de moléculas en cada estado energético) y consideró los diferentes modos de vibración asociados con un gas, donde cada modo se puede entender como el grado de libertad asociado al movimiento de un oscilador armónico unidimensional (que solo puede oscilar en una dirección). Esto podía ser resuelto apelando a la mecánica estadística clásica. Restaba determinar del espectro de energías. Aquí fue donde el trabajo de Schrödinger se conectó con el de Einstein y De Broglie, al calcular los niveles de energía de las moléculas mediante la idea de De Broglie, según la cual una molécula de masa en reposo m_0 y moviéndose con una velocidad v podía entenderse como la cresta de un sistema de ondas con frecuencia

$$v = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

y velocidad de fase

$$u = \frac{c^2}{v}$$

El espectro de energías buscado no era sino el espectro de frecuencias que se obtiene mediante la *cuantización* del sistema de ondas estacionarias. A partir de este espectro, Schrödinger procedió a calcular las distribuciones de estados, valores medios y fluctuaciones, obteniendo los mismos resultados que Einstein había obtenido mediante el método de Bose y estudió la posibilidad de representar moléculas o *quanta* mediante interferencias de ondas planas y sugiriendo la posible utilización de paquetes de ondas (localizados en el espacio-tiempo) como señales

que representarían a su vez el aspecto corpuscular de la teoría de De Broglie (Navarro, 1990). Bastaba resolver solo algunas dificultades.

Después de completar el artículo sobre la teoría einsteiniana para el gas monoatómico, Schrödinger retomó la investigación sobre la estructura atómica. Esta vez con una nueva estrategia: partir de una ecuación para la frecuencia de onda de fase de De Broglie para un electrón, con velocidad v , bajo la influencia de un campo eléctrico de un núcleo de hidrógeno y derivar la expresión no relativística para el *momentum* del electrón. El primer artículo de su trilogía funcional, ***La cuantización como un problema de valores propios***, recibido el 27 de enero y publicado en marzo de 1926 en los *Annalen der Physik*, contiene su primera ecuación no relativística para el átomo de hidrógeno. El contenido principal de este artículo se restringió a un único problema: el problema del hidrógeno no relativístico, o el problema kepleriano de un electrón en el campo de Coulomb de un núcleo atómico. Schrödinger tenía la esperanza de remover la arbitrariedad de las condiciones cuánticas sobre la estructura atómica en la vieja teoría cuántica y derivarlas a partir de un principio fundamental: considerarlas como el producto de los aspectos ondulatorios de los sistemas mecánicos. El reemplazo de las órbitas electrónicas por ondas estacionarias de materia requería solo una función del espacio ψ , (la amplitud de onda independiente del tiempo). Schrödinger propuso la ecuación:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{K^2}(E - V)\psi = 0$$

(Donde m es la masa, K tiene las dimensiones de una ecuación, E es la energía total, V la energía potencial y

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial^2x} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2z}$$

Esta ecuación para la función de onda (ψ) era la misma ecuación que Schrödinger había considerado en diciembre de 1925 como candidata para la descripción del átomo de hidrógeno no relativístico. Schrödinger descubrió que esta poseía una notable propiedad: sus soluciones aceptables parecían existir únicamente para ciertos valores discretos de la energía (E). Esta propiedad, desde el punto de vista de la interpretación física de la ecuación, se representaba como deseable: describía el espectro discreto correspondiente a las energías de las órbitas hiperbólicas. Schrödinger concluyó que los niveles de energías de Bohr, que corresponden a los términos de Balmer, se obtenían si a la constante K se le asignaba un valor

$$K = \frac{h}{2\pi}$$

Schrödinger intentó, aunque en una manera incompleta, arrojar luz sobre el significado físico del proceso ondulatorio en el átomo (el cual está conectado con la función de onda ψ)

Cuatro semanas más tarde Schrödinger estuvo listo para presentar públicamente una formulación más intuitiva. El segundo artículo de la trilogía fue recibido en los *Annalen der Physik* el 23 de febrero de 1926 y apareció publicado el 6 de abril de ese año. En este descarta el presupuesto del valor general de la derivación de la ecuación de onda realizada en el primer artículo y se inclina definitivamente hacia la aceptación de un proceso ondulatorio en el átomo. Es en esta publicación que se establecen los fundamentos definitivos de lo que más tarde se denominaría *mecánica ondulatoria*. El rasgo más sobresaliente de este artículo es el papel decisivo que juega la analogía

mecánico-óptica: de acuerdo con Schrödinger, esta analogía debía suponerse entre la mecánica y la óptica física u ondulatoria y no entre la mecánica y la óptica geométrica, como era costumbre. Einstein había puesto sobre el tapete la cuestión de desarrollar una genuina óptica ondulatoria, Schrödinger se sintió llamado para llevar a cabo esa difícil tarea a partir de su convicción de que “.. [en la naturaleza] el verdadero proceso mecánico se representa en una forma adecuada mediante procesos ondulatorios en el [espacio] y no mediante el movimiento de puntos imagen en ese espacio ...” (Mehra, 1987).

II). Desde esta perspectiva, las ecuaciones clásicas de la mecánica son inútiles para dilucidar la microestructura de los procesos mecánicos como la óptica geométrica lo es para la explicación de los fenómenos de difracción: si se adjudica un significado real al movimiento ondulatorio y se considera K como una constante de la naturaleza, entonces para el caso de órbitas pequeñas extremadamente curvadas, la mecánica cesa de ser válida y nos vemos obligados a trabajar dentro del enfoque ondulatorio. Este era el caso, según Schrödinger, para los movimientos de los electrones en el átomo. Pero, además, esto significaba extender el concepto de onda fase propuesto por De Broglie en el sentido de que para movimientos periódicos muy rápidos debían coexistir todas las fases del movimiento: Schrödinger estaba convencido de que sus ecuaciones describían las cosas reales e imaginó los electrones como esparcidos en la forma de nubes tenues: así, los electrones no eran objetos sólidos y esféricos (partículas), sino patrones de ondas estacionarias (permanentes) (Zukav, 1986), ondas reales que estaban esparcidas a través del espacio en diferentes concentraciones (Motz & Weaver, 1991).

Schrödinger derivó la ecuación:

$$\nabla^2\psi + \frac{8\pi^2}{h^2}(E - V)\psi = 0$$

la cual suministraba directamente, y sin suposiciones adicionales, las frecuencias de los niveles de energía requeridos para los procesos estacionarios del átomo. simplificando la solución de los problemas sobre la dinámica atómica.

De acuerdo con la nueva teoría, “las ingeniosas, pero algo artificiales suposiciones del modelo atómico de Bohr ... son reemplazadas por una suposición mucho más natural ... El fenómeno ondulatorio constituye el “cuerpo” real del átomo. Este reemplaza los electrones puntiformes que en el modelo de Bohr giran alrededor del núcleo” (Zukav 1986).

En abril de 1926, Schrödinger le escribe a Einstein que todo el desarrollo de su teoría “no habría comenzado aún, o en cualquier otro tiempo ... de no haber sido porque su segundo trabajo sobre el gas degenerado dirigió mi atención hacia la importancia de las ideas de De Broglie” (Navarro, 1990; Whitaker, 1996).

Epílogo

Una parte no despreciable de la literatura dirigida al gran público suele conferir a Bohr una influencia desmedida en los orígenes de la mecánica cuántica. Sin embargo, aunque la teoría de Bohr-Sommerfeld para el átomo tuvo éxito en explicar la estructura fina del helio *ionizado* y los espectros de rayos X, las ideas de Bohr sobre la estructura atómica no solo no asistieron en la creación de la mecánica ondulatoria, sino que se opusieron a esta. Bohr había rechazando el concepto del cuanto de luz y despreciado el apoyo experimental a su favor, la

invención en 1925 de la otra formulación de la mecánica cuántica, la mecánica matricial por **Max Born** (1882-1970), **Werner Heisenberg** (1901-1976) y **Pascual Jordan** (1902-1980), no provino directamente de Bohr (Heilbron, 1981).

En 1926, al aplicar la *mecánica matricial* a los campos eléctrico y magnético, Born, Heisenberg y Jordan fueron capaces de deducir que la energía y el *momentum* de estos campos en un rayo de luz venían en paquetes que se comportaban como partículas, justificando la introducción por parte de Einstein de los cuantos de luz. Por otro lado, en enero de ese mismo año, **Wolfgang Pauli** (1900-1958) utilizó la recién formulada *mecánica matricial* para resolver el problema paradigmático de la física atómica: el cálculo de las energías de los estados cuánticos del átomo de hidrógeno; justificaba así la introducción de las hipótesis *ad hoc* introducidas por Bohr en 1913 (Weinberg, 1992).

El éxito de la teoría propuesta por Schrödinger fue reconocido de inmediato. Wien, Sommerfeld, Planck, Einstein, Lorentz, así como otros científicos de primera línea, la acogieron con gran entusiasmo. El 18 de marzo de 1926, Schrödinger envió a los *Annalen der Physik* la última parte de su trilogía en la cual demostraba la equivalencia entre la *mecánica matricial* y la *mecánica ondulatoria*. Después de esta publicación sobrevino una gran cantidad de publicaciones en las que se aplicaba la teoría a nuevos problemas o en las que se pretendía extender su alcance. Entre muchos otros, **Paul Dirac** (1902-1984), Born, Heisenberg, **Julius R. Oppenheimer** (1904-1967) hicieron importantes contribuciones. En una nota escrita en junio de 1926, Born se refería a la nueva mecánica ondulatoria como "... la más profunda formulación de las leyes cuánticas" (Mehra, 1988).

Como parte de una serie de experimentos sobre el comportamiento de los electrones cuando chocan contra los metales, iniciada con una publicación en la revista *Science* en noviembre de 1921 en colaboración con Kijnzmann y continuada en noviembre de 1926 con la ayuda de Germer, en marzo de 1927 Davisson envió un artículo a la revista *Nature*, bajo el título *La desviación de electrones por un cristal simple de níquel*, el cual concluía en una manera conservadora que los resultados de los experimentos "... parecían surgir notablemente.... las ideas subyacentes en los teorías de la mecánica ondulatoria" (Gehrenbeck, 1978). Esta actitud conservadora fue abandonada pocas semanas después, cuando estudiaron más detalladamente los resultados. En junio de 1927 sir **George P. Thomas** (1892-1975) comunicaba en *Nature* resultados similares a partir de una línea de investigación diferente (Thomas, 1961). Con el fin de obtener datos aún más concluyentes, Davisson y Germer iniciaron otra serie de experimentos entre el 6 de abril y 4 de agosto de 1927, cuyos resultados fueron enviados al *Physical Review* en agosto y publicados en diciembre. Los resultados parecían concluyentes: ¡los electrones libres se comportaban como ondas!

Schrödinger creía que la solución de su ecuación de onda expresaba la distribución en el átomo de las ondas de materia del electrón. Con esta interpretación la transición de los electrones desde un nivel energético hasta otro podía ser explicada como el cambio de una forma de vibración a otra, un proceso que podía ocurrir en una manera continua en el espacio y el tiempo. (Kevles, 1995). Pero no transcurrió mucho tiempo para que se demostrara que esa interpretación era inconsistente con las implicaciones de su propia matemática. En el Quinto Congreso Solvay, celebrando en Bruselas en

octubre de 1927, la *mecánica ondulatoria* fue dada a conocer, y tanto Bohr, como De Broglie, Born y Heisenberg (entre otros) consideraron los resultados obtenidos por Davisson-Germer y por Thomson como "una confirmación de los supuestos y aún las fórmulas de la mecánica ondulatoria" (Gehrenbeck, 1978). Paradójicamente, aquí surgieron los primeros debates entre Bohr y Einstein en torno a los conceptos de causalidad, determinismo y probabilidad implicados por la denominada *Interpretación de Copenhague* de la mecánica ondulatoria que posteriormente se convirtió en la versión oficial.

Bibliografía

- Bartlett, A. 1964. *Compton Effect: Historical Background* Am J Phys. 32(2):120-127.
- Compton, A. H. 1961. *The Scattering of X Rays as Particles*. Am. J Phys. 29:817-820.
- Condon, A. H. 1962. *60 Years of Quantum Physics*. Physics Today. 15(10):37-49.
- Darrigol, O. 1990. *Einstein et La discontinuité quantique*. La Recherché. 21(220) Avril: 446-452.
- De Broglie, L. 1939. *Materia v Luz*. Espasa-Calpe. Buenos Aires.
- De Broglie, L. 1964. *The Current Interpretation of Quantum Mechanics*. Elsevier Pub. Co. New York.
- Dirac, P.A.M. 1958. *The Principles of Quantum Mechanics*. 4th. edition. Oxford Science Pub. New York.
- Dirac, P.A.M. 1963. *The Evolution of the Physicist's Picture of Nature*. Scientific American. 208(5):45-53.
- Einstein, A. 1905. *Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light*. En Arons & Peppard. 1965. Am J Phys 33(5):367-74.
- Friedberg, R. 1994. *Einstein and stimulated emission*. Am. J. Phys. 62(1): 26-32.
- Gehrenbeck, R. 1978. *Electron diffraction: fifty years ago*. Physics Today. 31(1): 34-41.
- Gribbin, J. 1986. *En busca del gato de Schrödinger*. Salvat Editores. Barcelona.
- Gribbin, J 1995. *Schrödinger Kittenri and the Search for Reality*. Little, Brown & Co. New York.
- Hanle, P. A. 1979. *The Schrödinger-Einstein correspondence and the sources of wave mechanics*. Am. J. Phys. 47(7): 644-648.
- Heilbron, J. L. 1981. *Rutherford-Bohr atom*. Am. J. Phys. 49(3):223-230.
- Holton, C. 1995. *Einstein, History and other Passions*. American Institute of Physics. New York.
- Kevles, D. J. 1995. *The Physicists*. Harvard Univ. Press. Cambridge.
- Mackinnon, E. 1976. *De Broglie's thesis: A critical retrospective*. Am. J. Phys. 44(11): 1047-1055.
- Margaritondo, G. 1988. *100 Years of Photoemission*. Physics Today. 41(4):66-72.
- Mayorga, A. 1995. *Albert Einstein: El valor heurístico de la mecánica estadística en el descubrimiento científico. El caso de los cuantos de luz*. Repertorio Científico 3(1):8-18. UNED.
- Mehra, J. 1987. *Erwin Schrödinger and the Rise of Wave Mechanics I: Schrödinger's Scientific Work before the Creation of Wave Mechanics*. Foundations of Physics. 17(11): 1051-1112.
- Mehra, J. 1987. *Erwin Schrödinger and the Rise of Wave Mechanics II: The Creation of Wave Mechanics* Foundations of Physics. 17(12):1141-1188.
- Mehra, J. 1988. *Erwin Schrödinger and the Rise of Wave Mechanics III: Early Response and Applications*. Foundations of Physics. 18(2):107-184.
- Motz, L. & Weaver, J. H. 1989 *The Story of Physics*. Plenum Press. 3rd. Printing. New York.

- Navarro, L. 1990. *Einstein, profeta y hereje*. Tusquets Editores. Barcelona.
- País, A. 1983. *Subtled is the Lord. The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford University Press. New York.
- País, A. 1988. *Inward Bound. Of matter and forces in the physical world*. Oxford University Press. New York.
- Planck, M 1960. *A Survey of Physical Theory*. Dover. New York.
- Rohrlich, F. 1987. *Schrödinsier and the Interpretation of Quantum Mechanics*. Foundations of Physics 17(12):1205-1220.
- Schiff, L. 1. 1968. *Quantum Mechanics*. McGraw-Hill Book Co. 3rd. edition. Tokyo.
- Thomson, sir G. 1961. *Early Work in Electron Diffraction*. Am. J. Phys. 29:821-25.
- Weinberg, S. 1992. *Dreams of a Final Theory. The Search for the Fundamental Laws of Nature*. Pantheon Books. New York.
- Whitaker, A. 1996. *Einstein, Bohr, and the Quantum Dilemma*. Cambridge University Press. New York
- Zukav, G. 1986. *The Dancing Wu Li Masters*. Bantam Books. New York.