

Diseño óptimo de un sistema de distribución de agua (SDA) aplicando el algoritmo Simulated Annealing (SA)

Optimum design of a water distribution system (WDS) by applying the Simulated Annealing (SA) Algorithm

Maikel Méndez-Morales¹

*Fecha de recepción: 4 de diciembre del 2013
Fecha de aprobación: 23 de febrero del 2014*

Méndez-Morales, M. Diseño óptimo de un sistema de distribución de agua (SDA) aplicando el algoritmo Simulated Annealing (SA). *Tecnología en Marcha*. Vol. 27, N° 3, Julio-Setiembre 2014. Pág 22-31.

¹ Profesor Investigador, Centro de Investigaciones en Vivienda y Construcción (CIVCO). Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo electrónico: mamendez@itcr.ac.cr. Apdo. 159-7050. Teléfono: (506)2550-2425. Fax: (506)2551-6663.

Palabras clave

EPANET; Optimización; sistema de distribución de agua; WaterNetGen.

Resumen

En este artículo se presenta la aplicación del algoritmo Simulated Annealing (SA) en el diseño óptimo de un sistema de distribución de agua (SDA). El SA es un algoritmo metaheurístico de búsqueda, basado en una analogía entre el proceso de recocido en metales (proceso controlado de enfriamiento de un cuerpo) y la solución de problemas de optimización combinatorios. El algoritmo SA, junto con diversos modelos matemáticos, ha sido utilizado exitosamente en el óptimo diseño de SDA. Como caso de estudio se utilizó el SDA a escala real de la comunidad de Marsella, en San Carlos, Costa Rica. El algoritmo SA fue implementado mediante el conocido modelo EPANET, a través de la extensión WaterNetGen. Se compararon tres diferentes variaciones automatizadas del algoritmo SA con el diseño manual del SDA Marsella llevado a cabo a prueba y error, utilizando únicamente costos unitarios de tuberías. Los resultados muestran que los tres esquemas automatizados del SA arrojaron costos unitarios por debajo del 0.49 como fracción, respecto al costo original del esquema de diseño ejecutado a prueba y error. Esto demuestra que el algoritmo SA es capaz de optimizar problemas combinatorios ligados al diseño de mínimo costo de los sistemas de distribución de agua a escala real.

Key words

EPANET; Simulated Annealing; Optimization; water distribution system; WaterNetGen.

Abstract

In this paper, an application of the Simulated Annealing (SA) algorithm for the optimum design of a water distribution system (WDS) is presented. The SA is a metaheuristic search algorithm, based on the analogy between the physical process of annealing in metals (controlled cooling of a heated mass) and the resolution of combinatorial optimisation problems. The SA algorithm, along with mathematical models, has successfully been used in the optimum design of WDS. The real-scale Marsella WDS, a rural community located in San Carlos, Costa Rica was selected as case study. The SA algorithm was implemented in the well-known open-source model EPANET through the WaterNetGen extension. Three different automated variations of the SA algorithm were compared against the man-made trial-and-error design of the Marsella WDS using pipe diameters unitary costs only. Results show that all three automated SA approaches return unitary costs under 0.49 the original cost of the trial-and-error approach as fraction. This proves that the SA algorithm is able to handle the combinatorial optimization problem of the least cost design of water distribution systems at real-scale.

Introducción

Un sistema de distribución de agua (SDA), que está integrado por un conjunto de tuberías, reservorios y controles hidráulicos, forma parte vital de la infraestructura pública de la mayoría de los centros de población. Un SDA está diseñado para satisfacer la demanda de agua potable de la población de forma permanente, al mismo tiempo que respeta condiciones de operación previamente definidas (Walski et al., 2001). Para alcanzar la operación satisfactoria de un SDA es necesario dimensionar adecuadamente los componentes de la red. En consecuencia, la

selección de diámetros apropiados en las tuberías de distribución, principalmente en labores de diseño o rehabilitación, constituye un elemento importante en la estructura de costos de capital y operativos. Sin embargo, la óptima selección de diámetros de tuberías de un SDA es un problema complejo de carácter combinatorio, cuya solución es indirecta e indeterminada. Dicha solución debe considerar simultáneamente leyes de continuidad y conservación de la energía, además de restricciones físicas y operativas de los elementos que integran la red (Tospornsampan, Kita, Ishii y Kitamura, 2007).

Al igual que en otras áreas de la ingeniería, la óptima selección de diámetros en las tuberías puede modelarse como un problema de minimización o maximización basado en una función de costo sobre un conjunto de variables discretas. En este mismo sentido, la modelación numérica de SDA ha sido ampliamente utilizada en una amplia variedad de propósitos, incluyendo diseño, dimensionamiento, administración, planeación y operación (Méndez, Araya y Sánchez, 2013; Koppel y Vassiljev, 2009). Existen en la literatura ejemplos claros de metodologías automáticas de dimensionamiento óptimo de tuberías, entre las que destaca el método de programación de gradiente lineal (LPG, por sus siglas en inglés: *Linear Programming Gradient*) (Kessler y Shamir, 1989; Alperovits y Shamir, 1997). No obstante, en las últimas décadas las técnicas metaheurísticas, también referidas como técnicas de optimización estocástica, han mostrado un gran potencial como herramientas de solución en diversos campos de aplicación, dada su eficiencia en cuanto a tiempos de solución, flexibilidad, calidad de respuesta y capacidad de lidiar con problemas altamente combinatorios (Mora, 2012). Entre estas técnicas destacan los algoritmos *Genetic Algorithms* (GA) y *Simulated Annealing* (SA), que han sido ampliamente utilizadas en la optimización de SDA (Savic, Kapelan y Jonkergouw, 2009; Cunha y Sousa, 1999).

Este trabajo resume la aplicación del algoritmo SA en el diseño óptimo del sistema de distribución de agua de la comunidad de Marsella, en San Carlos, Costa Rica. En la metodología propuesta, se compara el costo unitario mínimo de tuberías obtenido mediante un esquema de diseño manual contra tres esquemas automáticos de dimensionamiento, todos ellos variaciones del algoritmo SA. Para ello se utilizaron modelos computacionales de dominio público.

Metodología

Descripción del sistema

Como parte de un proceso de optimización del SDA de la comunidad de Marsella, en La Venecia de San Carlos, llevado a cabo en 2008, se identificaron tal cantidad de deficiencias que, por encargo del Instituto Costarricense de Electricidad (ICE), se decidió hacer llevar a cabo un rediseño total del sistema (Méndez y Calderón, 2008). Ello implicó

la caracterización, dimensionamiento y simulación numérica del sistema en flujo permanente, junto con la construcción de un modelo esquelizado creado a partir del modelo EPANET (Rossman, 2000). El modelo propuesto (figura 1) se construyó de forma manual a prueba y error respetando las normas vigentes del Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados (AyA) (AyA, 2007).

Dada la topografía tan irregular del terreno (figura 1), se crearon en total 11 zonas de presión a partir de la utilización de válvulas reductoras de presión (PRV) y la combinación de dos depósitos de almacenamiento. Las zonas de presión se establecieron con rangos de presión hidrostática de entre 10 m y 60 m. En total, el modelo de EPANET acumuló 365 nudos, dos depósitos, 22 válvulas de control y 359 tramos de tubería en PVC-SDR26.

El algoritmo *Simulated Annealing* (SA)

El algoritmo SA se basa en una analogía con el proceso termodinámico de cristalización física de los átomos en metales durante el proceso gradual y controlado de enfriamiento. Este proceso se conoce comúnmente como recocido. Durante el recocido, los átomos migran naturalmente a configuraciones que minimizan el gasto energético del sistema, aun cuando en el transcurso de ello se atraviese por configuraciones de alto perfil energético. Para conseguir que la estructura molecular del metal tenga las propiedades deseadas de resistencia o flexibilidad, es necesario controlar la velocidad del proceso de enfriamiento. Si se ejecuta adecuadamente, el estado final del metal es un estado de mínima energía.

Observaciones experimentales de este comportamiento dieron paso al planteamiento del algoritmo Metropolis-Hastings (Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller y Teller, 1958), que es un método probabilístico-heurístico que simula adecuadamente el proceso físico del recocido en metales o cerámicas.

A principios de la década de 1980, Kirkpatrick (Kirkpatrick, Gellat y Vecchi, 1983) se fundamentó en el algoritmo de Metropolis-Hastings para resolver el clásico problema del Vendedor Ambulante (PVA), completamente desligado del proceso de recocido de metales. El PVA es un problema de optimización de múltiples variables combinatorias muy conocido en el campo de la investigación de operaciones. En el PVA, el vendedor trata de visitar n ciudades en

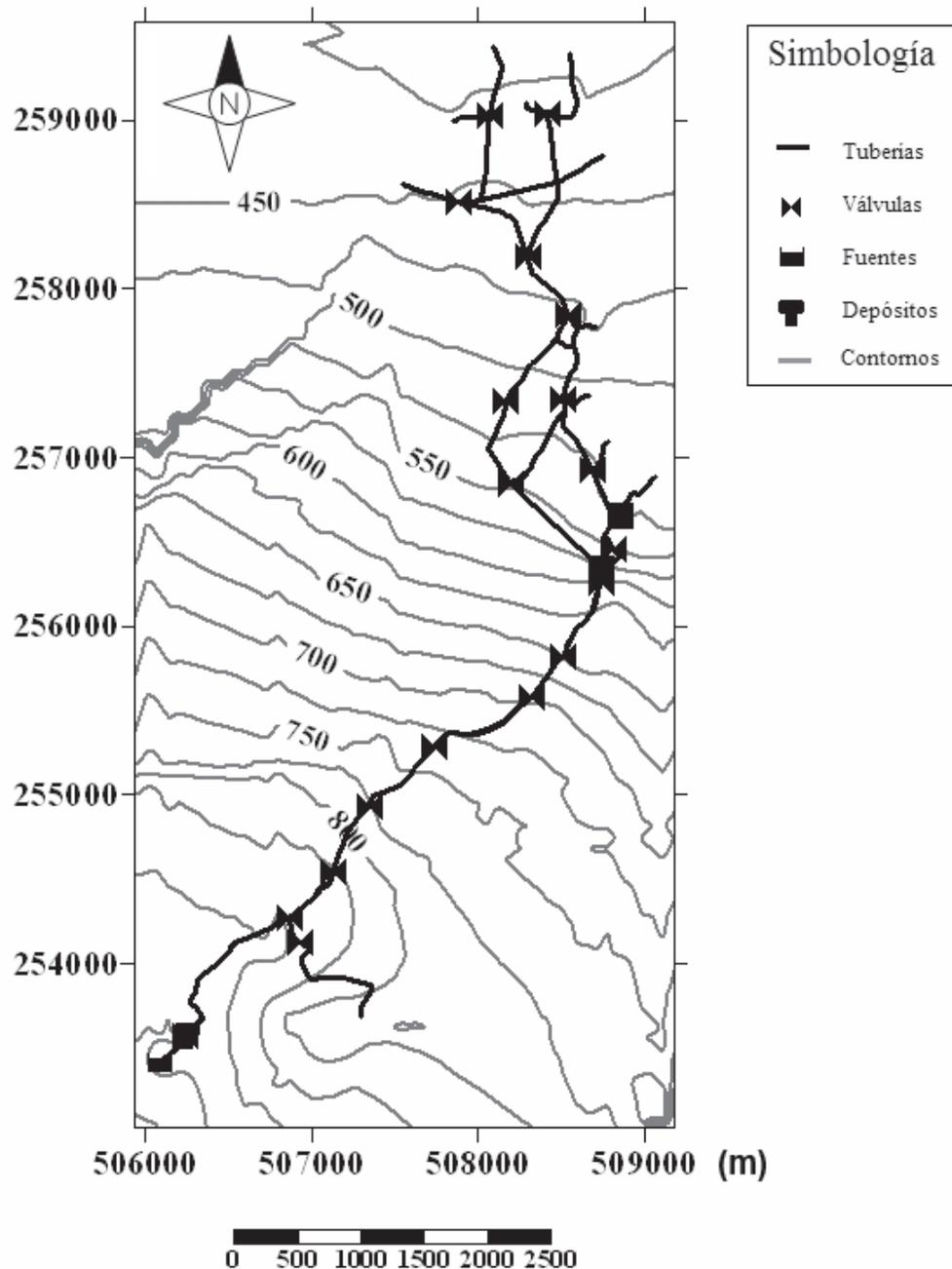


Figura 1. Configuración del sistema de distribución de agua de la comunidad de Marsella.

un recorrido determinado. El problema radica en encontrar la secuencia de visitas que minimice la suma de las distancias entre las ciudades, optimizando así su recorrido en el menor tiempo posible. Dado el alto consumo de recursos computacionales necesarios para resolver este clásico problema, Kirkpatrick desarrolló el algoritmo *Simulated*

Annealing, que es un proceso de optimización exploratorio a nivel local que utiliza el método de Hill-Climbing (Martins y Tsuzuki, 2008). Lo anterior quiere decir que el algoritmo SA evita caer en mínimos locales de la función objetivo, al permitir la exploración del espacio paramétrico en todas las direcciones, aun cuando esto signifique incrementar temporalmente el costo de la función objetivo.

De forma secuencial, el algoritmo SA aplica modificaciones aleatorias en la evaluación puntual de la función objetivo mediante la modificación controlada de parámetros. Si la modificación paramétrica desemboca en un menor costo de la función objetivo, entonces esta se conserva, en caso contrario, las modificaciones pueden apearse a un comportamiento dictado por la función probabilística de Boltzman:

$$P(\Delta E) = e^{\frac{-\Delta E}{kt}} \dots\dots\dots(1)$$

donde $P(\Delta E)$ es la probabilidad de que el proceso de optimización pueda mantener una modificación paramétrica que incurra en un incremento de la energía ΔE dentro de la función objetivo; k es un parámetro numérico-estadístico análogo a la constante termodinámica de Stefan-Boltzman y t es la temperatura instantánea del proceso de recocido.

La temperatura instantánea t es definida por el programa temporal de enfriamiento y es por lo tanto el parámetro de mayor control en el proceso de recocido. Consecuentemente, la probabilidad de un determinado estado decrece con su temperatura, pero conforme la temperatura aumenta, la pendiente de esta caída también decrece.

En la estructura del algoritmo SA (figura 2) se considera la minimización del costo de una función objetivo $F(x)$, donde x es un vector. El algoritmo se inicia con un valor aleatorio pero posible x_0 <Initial random solution>. Posteriormente, con cada iteración, se aplica una transformación a la solución, produciendo así una nueva solución posible x^* en el vecindario de x <Local stop condition not satisfied>.

El incremento sobre el costo de la función objetivo $DE = F(x^*) - F(x)$ es evaluado. Si este incremento es negativo (lo que significa que la función objetivo tiene un menor costo), entonces la nueva solución se conserva. Por otro lado, si el incremento es positivo (lo cual indica que el costo ha aumentado), se genera uniformemente un número aleatorio r entre 0 y 1 <random uniform number between 0 and 1>. Si r es menor que la probabilidad estimada por la función de Boltzman (ecuación 1) x^* reemplaza a x como la nueva solución instantánea. En caso contrario, x^* es rechazado.

El algoritmo SA (figura 2) ejecuta iteraciones a una temperatura previamente fijada por el programa

temporal de enfriamiento (*Cooling Schedule (i)*) hasta el momento en que se satisface una condición específica. Tal condición determina si el sistema ha alcanzado el equilibrio térmico a una determinada temperatura. Lo anterior generalmente ocurre cuando se alcanza un número máximo de iteraciones impuestas inicialmente por el usuario. Cuando cualquiera de las dos condiciones se alcanza, el algoritmo procede a la siguiente temperatura estipulada por el programa temporal de enfriamiento. La condición global de interrupción se da cuando el programa de enfriamiento se satisface y el algoritmo se detiene <Display Solution x >. El éxito y la eficiencia del proceso de optimización con el algoritmo SA dependen significativamente de la cuidadosa construcción del programa temporal de enfriamiento y la selección de una apropiada temperatura inicial.

Generación del modelo optimizado

En el caso específico de este trabajo, el algoritmo SA fue implementado en el modelo EPANET (Rossman, 2000) mediante la extensión WaterNetGen (Muranho et al., 2012). Para ello, se tomó como base el archivo digital en formato *.INP de EPANET previamente construido por Méndez y Calderón (2008) durante el proceso de diseño del SDA Marsella.

La función objetivo $F(x)$ utilizada expresa la minimización de costo del sistema en relación al diámetro de las tuberías de acuerdo a la siguiente expresión:

$$F(x) = \min \sum_{i \in NP} c_i D_i^\alpha L_i \dots\dots\dots(2)$$

donde c es el costo unitario por unidad lineal, D es el diámetro de las tuberías, L es la longitud de las tuberías, NP es el conjunto de tuberías respectivo y α es un coeficiente de regresión.

Para lograr la minimización de costo de la función objetivo del algoritmo SA (ecuación 2), EPANET debe respetar las siguientes restricciones:

Conservación de la masa en cada nudo:

$$\sum_{i \in NP_{in,n}} Q_i - \sum_{i \in NP_{out,n}} Q_j = S_n, \quad \forall n \in NN \dots\dots\dots(3)$$

donde Q es el flujo en la tubería, S es demanda en el nudo, NP_{in} es el conjunto de tuberías entrado al nudo, NP_{out} es el conjunto de tuberías saliendo del nudo y NN es el conjunto de nudos.

```

x ← <Initial random solution>
i ← 0
while <Global stop condition not satisfied> do
    t ← CoolingSchedule (i)
    i ← i + 1
    while <Local stop condition not satisfied> do
        x* ← PickRandomNeighbor (x)
         $\Delta E = F(x^*) - F(x)$ 
        if  $\Delta E < 0$  then
            x ← x*
        else
            r ← <random uniform number between 0 and 1>
            if  $r < e^{-\Delta E/(k.t)}$  then
                x ← x*
            end if
        end if
    end while
end while
<Display Solution.x>

```

Figura 2. Estructura del algoritmo Simulated Annealing.

Conservación de la energía en cada circuito:

$$\sum_{i \in LOOP_p} \Delta H_k = 0, \quad \forall p \in NL \dots\dots\dots(4)$$

donde ΔH es la pérdida de energía en la tubería y NL es el conjunto de circuitos.

Presión de consigna mínima en cada nudo:

$$H_n \geq H_{n\min}, \quad \forall n \in NN \dots\dots\dots(5)$$

donde $H_{n\min}$ es la presión mínima requerida en cada nudo.

Apego a los diámetros físicos disponibles:

$$D_k \geq D_{\min}, \quad \forall n \in NN \dots\dots\dots(6)$$

donde D_{\min} es el diámetro mínimo de la tubería correspondiente.

Respecto a la selección de parámetros del algoritmo SA, las presiones de consigna mínimas y máximas para el SDA Marsella fueron de 10 y 60 m correspondientemente. En cuanto a las velocidades de consigna, se eligieron valores mínimos y máximos de 0.01 y 2.5 m/s respectivamente. Ambos criterios se ampararon en las normas vigentes del AyA Costa Rica (AyA, 2007).

En cuanto al programa temporal de enfriamiento (Cuadro 1) se tomaron valores típicos de parámetros dictados por la literatura (Mora, 2012; Muranho et al., 2012; Gomes et al., 2011; Tospornsampan et al., 2007; Sousa et al., 2005; Cunha y Sousa, 1999).

En cuanto a los recursos computacionales, el algoritmo se ejecutó utilizando un procesador multinúcleo Intel® Core™ i7-930, de 2.80 GHz con 24 GB de memoria RAM.

Cuadro 1. Programa temporal de enfriamiento adoptado en el algoritmo SA para su aplicación en el SDA Marsella.

Parámetro	Rango de evaluación			
% Aceptación (<=)	20,00	35,00	50,00	100,00
Tasa de enfriamiento	0,90	0,80	0,70	0,50
Evaluación por Temp.	40,00	30,00	20,00	10,00

A lo interno del SA, es posible aplicar tres posibles esquemas de diseño automático. El primero se basa en respetar únicamente la restricción de presión de consigna mínima en cada nudo (en adelante PMIN), el segundo se basa en aplicar exclusivamente la restricción de velocidad de consigna máxima en cada tubería (en adelante VMAX) y el tercero se basa en la aplicación completa del algoritmo SA (en adelante SA). Los dos primeros esquemas son versiones simplificadas del algoritmo SA y están concebidas para rapidez de aplicación de los usuarios. Consecuentemente, estos tres esquemas de diseño automático se compararon con el esquema de diseño manual (en adelante MANUAL) ligados al dimensionamiento del SDA Marsella.

Por razones de variación de costos de mercado ligado al mercado de tuberías, se consideraron únicamente costos unitarios de tuberías PVC-SDR26 (coeficiente de Hazen-Williams de 140), tomando como unidad la tubería de 105,52 mm (cuadro 2). Todos los diámetros reportados para las tuberías son de tipo interno. Debe recalarse que el algoritmo SA actúa únicamente sobre los diámetros internos de las tuberías de acuerdo al catálogo disponible, los cuales son de carácter discreto según lo dicta la función objetivo (ecuación 2). Queda por fuera el dimensionamiento de cualquier otro elemento físico o de control del SDA.

Cuadro 2. Detalle de costos unitarios para las tuberías PVC-SDR26.

Diámetro interno (mm)	Unitario (-)
55,71	0,31
68,55	0,44
83,42	0,65
105,52	1,00
155,32	2,38

Resultados y análisis

Distribución de diámetros

Los resultados muestran una diferencia significativa entre la distribución espacial y la proporcionalidad de diámetros entre el esquema MANUAL y los tres esquemas de diseño automático derivados del SA (figuras 3 y 4, cuadro 3). Mientras que en el diseño MANUAL se hace uso importante de tuberías de mayor diámetro (83,42, 105,52 y 155,32 mm), los esquemas de PMIN y VMAX prácticamente los eliminan, a excepción de una distancia mínima de 16 m de 155,32 mm del esquema PMIN. Es importante notar que el esquema VMAX se centra únicamente en el diámetro de 55,71 mm. La razón de ello es que el diámetro de 55,71 no viola en ningún momento las restricciones de velocidad mínima y máxima de 0,01 y 2,5 m/s respectivamente; no obstante, deja de lado las consideraciones de presión mínima.

Por su lado, la solución propuesta por el esquema SA, si bien es cierto se concentra igualmente en el diámetro más reducido (55,71 mm), también incluye una distribución importante de diámetros medios (68,55 y 83,42 mm). Esta distribución se da principalmente en los sectores central y sur del SDA (figura 3).

Costos unitarios

La diferencia en la estructura de costo unitario entre los diversos esquemas automáticos respecto al esquema original es apreciable, ya que en ningún caso se supera el 0,50 del costo propuesto MANUAL (cuadro 4). Debe tomarse en cuenta que los diversos esquemas automáticos del algoritmo SA se rigen por la misma función objetivo (ecuación 2), cuyo propósito es precisamente reducir el costo de tubería instalada. En su momento, el esquema MANUAL fue concebido a prueba y error. Puede apreciarse que la solución de menor costo corresponde al esquema VMAX (0,46), mientras que las opciones PMIN y SA exhiben costos muy similares (0,48 y 0,49 respectivamente).

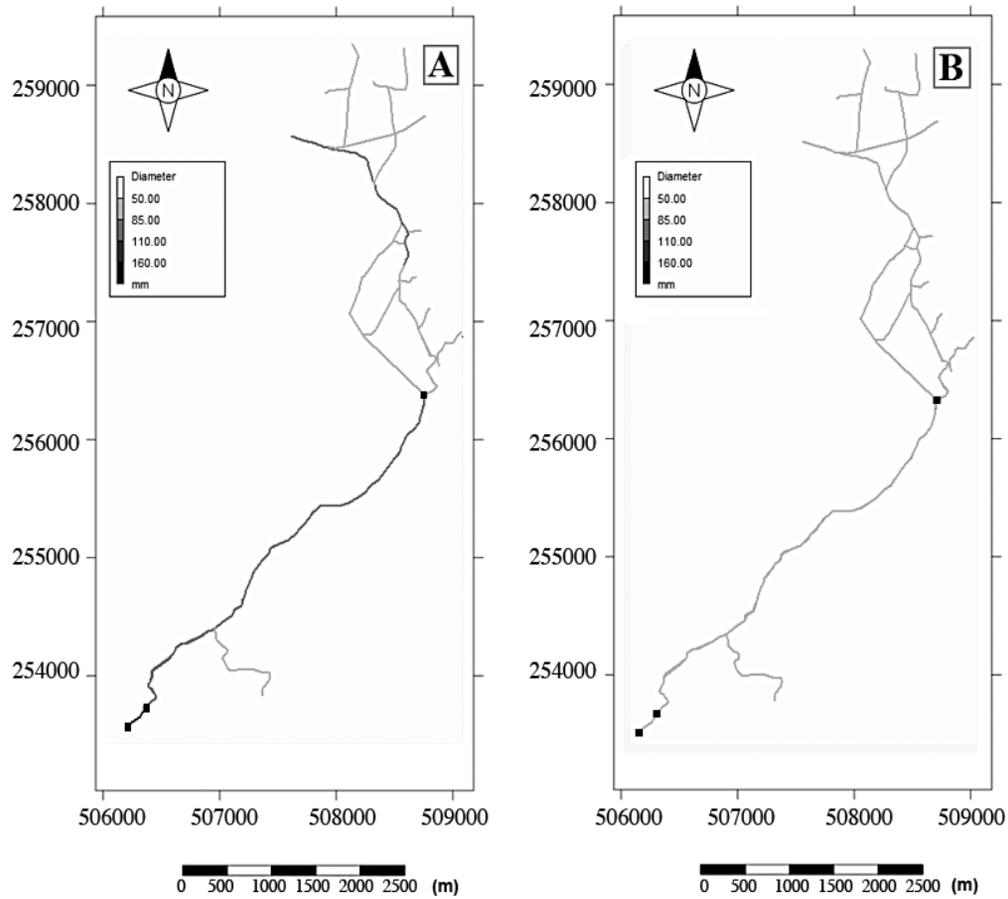


Figura 3. Distribución espacial de diámetros de tuberías del esquema MANUAL (A) versus el esquema SA (B). (Los cuadros negros representan depósitos).

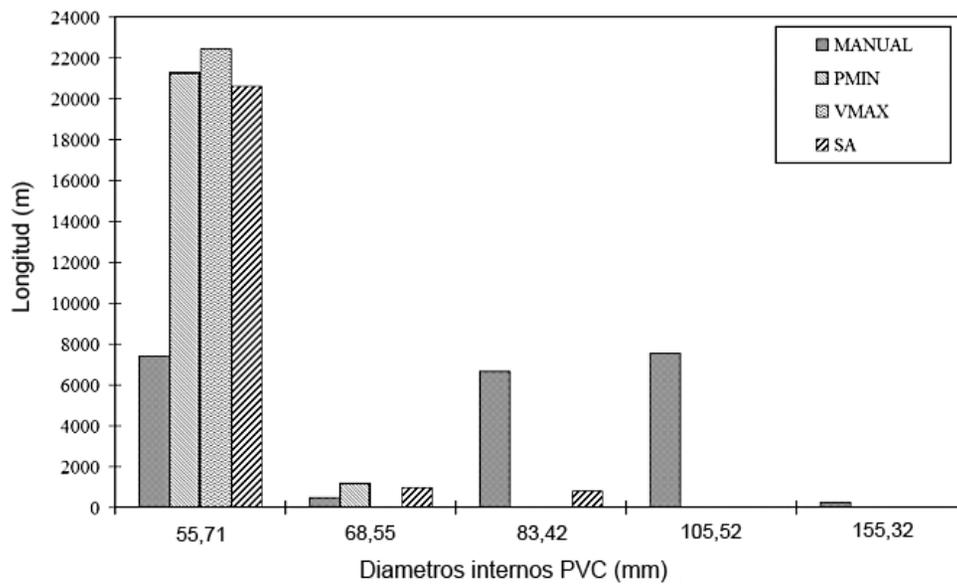


Figura 4. Proporcionalidad de diámetros de tuberías propuestos por esquema.

Cuadro 3. Detalle de la distribución de diámetros por esquema.

Diámetro interno (mm)	Longitud de tubería por criterio (m)			
	Manual	PMIN	VMAX	SA
55,71	7 429	2 1260	22 434	20 642
68,55	488	1 158	0	980
83,42	6 680	0	0	812
105,52	7 554	0	0	0
155,32	283	16	0	0

Cuadro 4. Detalle de la distribución de costos por esquema..

Criterio Diseño	Longitud de tubería por criterio (m)	
	Costo unitario (-)	Fracción respecto a MANUAL
MANUAL	15 068,45	1,00
PMIN	7 160,62	0,48
VMAX	6 976,97	0,46
SA	7 376,39	0,49

Lo anterior tiene efectos notables sobre el desempeño del modelo (cuadro 5). Por un lado, el esquema MANUAL requiere un tiempo de procesamiento muy bajo (1,3 s) en comparación con el esquema SA, que requiere un tiempo mucho más extenso, de alrededor de 3,25 h (11 865 s). Los esquemas PMIN y VMAX convergen en tiempos cortos (menores a 10 s) y tienen costos similares.

No obstante, el esquema VMAX presenta varias violaciones de presión mínima. Esto se da como consecuencia de la topografía quebrada del terreno

y las bajas demandas de flujo en los nudos. Como consecuencia, el esquema VMAX queda descartado para sistemas de topografía compleja.

Conclusiones

La aplicación del algoritmo *Simulated Annealing* al dimensionamiento automático de un sistema de distribución de agua de topografía compleja como el SDA Marsella demuestra que la aplicación de algoritmos de optimización basados en funciones objetivo de tipo cuantitativo pueden producir soluciones numéricas altamente eficientes, cuando se les compara con soluciones concebidas de forma manual a prueba y error. Queda claro también que la analogía termodinámica del SA se puede aplicar a campos tan diversos como la mecánica de fluidos. En economías emergentes como la de Costa Rica, la optimización sobre el costo total de la infraestructura pública, como los acueductos, es determinante durante la inversión de capital inicial y sobre la estructura tarifaria que se traslada al usuario final. Una mejor distribución de las cargas de presión y velocidad sobre los SDA, ligados a su vez a criterios lógicos de restricción, se traduce en una

Cuadro 5. Indicadores de desempeño del modelo.

Criterio Diseño	Tiempo procesamiento (s)	Violaciones de velocidad (-)	Violaciones de presión (-)
MANUAL	1,3	no	no
PMIN	7,6	no	no
VMAX	2,3	no	si
SA	11 865	no	no

óptima operación y en una disminución significativa de los problemas de calidad de agua ligados a altas edades del líquido. El uso de modelos de dominio público como EPANET y WaterNetGen garantiza accesibilidad y tratabilidad de los problemas (tanto de diseño como de rehabilitación) ligados a sistemas de distribución de agua por una amplia gama de profesionales, sin costo alguno de licenciamientos.

Finalmente, el desempeño del algoritmo SA, principalmente en relación con el tiempo de procesamiento computacional, dependerá grandemente de los objetivos. Una recomendación es correr el esquema PMIN inicialmente para tener una estimación de costos real y posteriormente ejecutar un SA completo.

Bibliografía

- Alperovits E. & Shamir U. (1997). Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, 13(6), 885-900.
- AyA. (1997). *Manual de Normas de Diseño y Construcción para Urbanizaciones y Fraccionamientos*. San José: Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados.
- Cunha, M. C. & Sousa, J. (1999). Water distribution network design optimization: a Simulated Annealing approach. *Water Resources Planning and Management*, 125(4), 215-221.
- Gomes, R., Marques, A. & Sousa, J. (2011). Estimation of the benefits yielded by pressure management in water distribution systems. *Urban Water Journal*, 8(2), 65-77.
- Kessler, A. & Shamir, U. (1989). Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research*, 25(7), 1469-1480.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. & Vecchi, M. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
- Koppel, A. & Vassiljev, A. (2009). Calibration of a model of an operational water distribution system containing pipes of different age. *Advances in Engineering Software*, 40(1), 2009: 659-664.
- Martins, T. C. & Tsuzuki, M. S. G. (2008). Rotational placement of irregular polygons over containers with fixed dimensions using Simulated Annealing and no-fit polygons. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 30(3), 205-212.
- Méndez, M. & Calderón, P. (2008). Modelación Asistida de Sistemas de Distribución de Agua (MASDA). Caso de estudio: Acueducto Marsella. *Tecnología en Marcha*, 21(1), 79-91.
- Méndez, M., Araya, J. A. & Sánchez, L. D. (2013). Automated parameter optimization of a water distribution system. *Journal of Hydroinformatics*, 15(1), 71-85.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A. & Teller, E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21(1), 1087-1092.
- Mora, D. (2012). *Diseño de redes de distribución de agua mediante Algoritmos Evolutivos. Análisis de eficiencia*. Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de Valencia, España.
- Muranho, J., Ferreira, A., Sousa, J., Gomes, A. & Marques, A. (2012). WaterNetGen - an EPANET extension for automatic water distribution networks models generation and pipe sizing. *Water Science and Technology: Water Supply*, 12(1), 117-123.
- Rossman, L.A. (2000). *EPANET 2, Users Manual*. National Risk Management Research Laboratory, Office of Research and Development. U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio.
- Savic, D. A., Kapelan, Z. & Jonker, G. (2009). Quo vadis water distribution model calibration? *Urban Water Journal*, 6(1), 3-22.
- Sousa, J., Cunha, M.C. & Marques, A. (2005). Simulated Annealing reaches anytown. *Proceedings of the Eight International Conference on Computing and Control for the Water Industry (CCWI 2005)*, 1(1), 69-74.
- Tospornsampan, J., Kita, I., Ishii, M. & Kitamura, Y. (2007). Split-pipe design of water distribution networks using a combination of tabu search and genetic algorithm. *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering*, 1(3), 164-174.
- Walski, T. M., Chase, D.V. & Savic, D. A. (2001). *Water Distribution Modeling*. Waterbury, UK: Haestad Press.