IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica

Memorias

IX Festival Internacional de Matemática

ISBN 978-9968-641-33-3

ISBN 978-9968-641-33-3

ISBN 978-9968-641-33-3

Presentación

En nombre del Comité organizador presento las Memorias del IX Festival Internacional de Matemática, un congreso de didáctica de la matemática que se realizó del 12 al 14 de junio, 2014, como novena edición de este programa de superación profesional para educadores.

La sede fue el Colegio Los Delfines en Quepos, Puntarenas, Costa Rica, y fue respaldado también por la Dirección Regional de Educación de Aguirre, además de los coorganizadores y patrocinadores del programa que incluyó actividades de extensión desde el 9 de junio, en diferentes regiones del país.

El IX Festival tuvo los siguientes objetivos:

- Incentivar la investigación y la experimentación científica, como medios para lograr el mejoramiento en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en todos los niveles del sistema educativo costarricense.
- Fomentar estrategias de mediación que favorezcan contextualizar la matemática.
- Potenciar los procesos de creación y uso de modelos.
- Brindar un espacio donde los docentes socialicen y enriquezcan sus experiencias de aula.
- Propiciar el intercambio de ideas sobre para qué y cómo enseñar matemática frente a los nuevos retos del entorno.
- Acercar a los educadores al uso de enfoques metodológicos alternativos que puedan llevar a las aulas, así como fuera de ellas.
- Propiciar un espacio de innovación para el uso de las tecnologías como recurso en los procesos de aprendizaje de la matemática.
- Fomentar la divulgación de la matemática ante el público general.

Las áreas temáticas que enmarcaron las presentaciones en el IX Festival fueron las siguientes:

- Retos y estrategias en la educación matemática
- Enseñanza por habilidades matemáticas.
- Oportunidades y desafíos de las TICs en matemática educativa
- Resolución de problemas como una herramienta de mediación docente.
- Temas transversales (derechos humanos, sexualidad, ambiente, diversidad…)
- Modelación matemática
- Evaluación de los aprendizajes
- Socialización de la matemática.
- Enfoque didáctico de la historia de la matemática.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a la matemática.

ISBN 978-9968-641-33-3

El Festival contó con noventa y cuatro expositores aprobados por el comité científico, provenientes de Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, EE.UU., España, México y Panamá.

Las modalidades de presentación fueron diversas, incluyendo videoconferencias, conferencias magistrales, conferencias simultáneas, talleres prácticos, laboratorios y giras académicas.

Las Memorias que se incluyen aquí fueron seleccionadas por el Comité Científico del IX Festival y fueron consideradas como recurso educativo, por su vigencia a mediano y largo plazo.

Esperamos que esta publicación sea de provecho para impulsar el aprendizaje continuo y las transformaciones educativas en matemática

Alejandra León Castellá

Copresidenta IX Festival Internacional de Matemática

Directora Ejecutiva, Fundación CIENTEC

ISBN 978-9968-641-33-3

Índice

ISBN 978-9968-641-33-3

ISBN 978-9968-641-33-3

ISBN 978-9968-641-33-3

Álgebra: más allá del aula

Johanna Mena González
Universidad Estatal a Distancia.
jmena@uned.ac.cr

Resumen: La contextualización activa estimula la participación estudiantil mediante la creación de modelos cercanos a la realidad, por los procesos de *matematización* y aplicación de instrumentos matemáticos. Todo currículo que intente poner el aprendizaje en el contexto de las experiencias de la vida, debe llamar la atención del alumno hacia las situaciones y percepciones diarias.

El siguiente trabajo pretende mostrar una serie de actividades didácticas, que fueron desarrolladas con este fin, en el marco del proyecto Álgebra: más allá del aula, que se puso en práctica en un colegio costarricense, durante el curso lectivo 2013.

Palabras claves: contextualización activa, resolución de problemas, uso tecnologías, educación matemática.

Introducción

El reto del docente en el mundo de hoy consiste en facilitar el aprendizaje de los estudiantes para que aprendan de una forma más eficiente. Para conseguir esto, los profesores deben crear ambientes de aprendizaje conforme a estrategias adecuadas. Además, se deben presentar problemas relacionados con un contexto conocido por el alumno, para que al trabajar experimentando, resuelva dichos problemas, aprenda y aplique lo aprendido y esté en condiciones de trasladar los nuevos conocimientos a otros contextos útiles en su vida.

La secuencia didáctica que se presenta a continuación tiene por objetivo lograr ese acercamiento entre el estudiante y la realidad en la que este se desenvuelve. El proyecto se desarrolló durante el segundo trimestre del año 2013, en el Liceo Enrique Guier Sáenz de Cachí, para trabajar los conceptos de cantidades constantes y variables, expresión algebraica y valor numérico bajo el enfoque del tema transversal cultura ambiental para el desarrollo sostenible. El trabajo aquí expuesto es parte del proyecto: “Álgebra más allá del aula”, que pretende crear una serie de secuencias didácticas para cubrir todos los contenidos del tercer ciclo de la educación general básica.

1. Contextualización activa

El proyecto elaborado busca lograr una adecuada contextualización activa. Trabajar con problemas contextualizados brinda al estudiante significados, sentido de utilidad y medios diversos para poner en juego las capacidades y habilidades matemáticas, y potencia la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto.

En este contexto las actividades propuestas por el docente deben potenciar procesos matemáticos

Tales como el razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar. El diseño de las tareas matemáticas y la actuación del profesor en el salón de clase son herramientas claves para que se realicen esos procesos matemáticos; sin embargo, esto involucra una planificación y diseño minucioso de la lección.

ISBN 978-9968-641-33-3

Tal como se indica en la fundamentación teórica de los nuevos programas de estudio de matemáticas: “Si las lecciones se organizan siempre de manera magistral y sin participación activa de cada estudiante, o si no se proponen tareas para el aprendizaje que desafíen su inteligencia, no se provoca interés y compromiso activo, con lo que se debilitan las posibilidades para motivar acciones mentales de mayor nivel”. (Programas de Estudio Matemáticas, 2012, p. 27)

De allí la importancia de un diseño de actividades didácticas que permita al estudiante hacer conexiones, no solo entre las distintas áreas de las matemáticas sino entre otras disciplinas del conocimiento.

Uno de los aspectos que es importante subrayar dentro de esta visión es que aunque se sugiere el uso de problemas en contextos reales, también los problemas abstractos se consideran vitales. “…lo que se pretende en última instancia es la construcción de capacidades para la manipulación de los objetos matemáticos cuya naturaleza es abstracta. La estrategia asumida se propone para fundamentar pedagógicamente el paso desde lo concreto a lo abstracto.” (Programas de Estudio Matemáticas, 2012, p. 14). Debido a lo expuesto anteriormente, esta propuesta didáctica debe ser complementada con otro tipo de propuestas para responder a los requerimientos que exige el Ministerio de Educación Pública.

2. Uso de tecnologías

La contextualización y el trabajo en entornos reales se ven favorecidos con el uso de la tecnología. La posibilidad que brinda el manipular dinámicamente los objetos matemáticos en diferentes formas de representación dentro de aplicaciones interactivas, abre espacios para que el estudiante pueda desarrollar experiencias matemáticas innovadoras en las que puede manipular directamente los objetos matemáticos, que son difíciles de lograr con los medios tradicionales como la pizarra, el lápiz y el papel.

En este sentido es vital el papel que juega el docente en el diseño de situaciones didácticas, que tomen en cuenta las dificultades y las necesidades de los alumnos, donde se aproveche la tecnología para propiciar espacios en donde sea posible edificar un conocimiento matemático significativo. Tal como lo propone el currículo vigente en educación matemática, la tecnología es un eje disciplinar que recorre transversalmente los programas y no un fin en sí misma.

3. Descripción de la secuencia didáctica

La propuesta pretende a través del tema transversal cultura ambiental para el desarrollo sostenible y el uso de la tecnología que el estudiante aplique los conceptos básicos del Álgebra, referentes al cálculo de valores desconocidos y el valor numérico en expresiones algebraicas en situaciones específicas que le afectan como ciudadano. En específico esta propuesta didáctica pretende que el alumno tome conciencia del gran problema del manejo de los desechos sólidos en Costa Rica, más específicamente en la comunidad de Cachí y el colegio.

El proyecto pretende además de que se logren los objetivos propios del área de Álgebra, que el estudiante forme una conciencia crítica de los problemas que le rodean. Además, se pretende continuar el proyecto y crear propuestas didácticas similares, para cubrir cada uno de los contenidos de Álgebra en el programa de estudios bajo este enfoque.

ISBN 978-9968-641-33-3

Es importante recalcar que la guía 1 es una adaptación de la guía: La basura ¿Sirve? tomada del material "Un reflejo de mi país. Propuesta didáctica para el abordaje de la matemática aplicada a la realidad nacional". Mientras que las guías 2 y 3 son elaboración propia.

3.1 Objetivos del proyecto

a. Diseñar una propuesta didáctica que presente el Álgebra no sólo como manipulación de expresiones simbólicas o procedimientos algorítmicos, sino como un poderoso medio para representar situaciones de la vida cotidiana.
b. Integrar el uso de tecnologías de la información y comunicación TIC´s en el salón de clase como un medio para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.
c. Integrar los temas transversales en la clase de matemática ya que estos permiten trascender el conocimiento estrictamente matemático, para en su lugar convertirse en ámbitos de promoción de actitudes y valores, con fines orientados a promover conductas de respeto, tolerancia y cooperación con el entorno.

3.2 Materiales.

Para desarrollar la siguiente secuencia didáctica se necesitan los siguientes materiales:

- Cámara fotográfica.
- Software Microsoft Publisher
- Software libre: Photosynth™, Movie maker, QRdroid.
- Guías de trabajo.
- Computadora portátil.

3.3 Habilidades específicas

Los conocimientos desarrollados dentro de las actividades propuestas se muestran en la tabla 1.

Conocimientos	**Habilidades específicas**
Ecuaciones Valor numérico	1. Distinguir entre cantidades variables y constantes. 2. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades. 3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada. 4. Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

Tabla 1
Fuente: Plan de transición 2013.

3.4 Organización de la secuencia didáctica

El programa actual de matemáticas estructura la lección de matemáticas en dos etapas:

a. Primera etapa, llamada *de aprendizaje de los conocimientos. En esta etapa el docente* presenta una o varias situaciones problema, seguidamente el estudiante aporta ideas (se puede trabajar: individualmente, parejas, subgrupos,...), posteriormente se da la comunicación de resultados por el estudiante y, finalmente, la institucionalización por parte del profesor, en este momento el docente muestra o señala los contenidos teóricos que estaban involucrados en la actividad propuesta.

ISBN 978-9968-641-33-3

b. Etapa segunda, *llamada de movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos*

Las actividades que se describen a continuación se enmarcan dentro de la primera etapa.

3.4.1 Estructura del proyecto

En la primera fase los estudiantes en subgrupos, debían desplazarse por el colegio buscando indicios de contaminación con basura, para ello tomaban fotos. Luego pasaron a clases donde elaboraron una serie de guías sobre el tema:

- ✓ Guía 1: Manejo de los desechos sólidos.
- ✓ Guía 2: Reciclaje.
- ✓ Guía 3: Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales reutilizables.

Una vez desarrollada cada guía, los estudiantes comparten sus resultados con el resto de sus compañeros y el docente.

La segunda fase se desarrolló en casa y en el colegio. Los estudiantes debían de trabajar en parejas: uno de los alumnos registró durante 5 días cuantos Kg de basura producía y el otro hizo lo mismo con la diferencia de que trató de reducir sus desechos. Al final de la experiencia compararon sus resultados utilizando la fórmula del costo de procesar basura (CPB) y mostraron como evidencia de su trabajo fotografías editadas en el software libre Photo Story o en Movie Maker.

En la tercera fase cada subgrupo mostró el problema de la basura en sus casas o barrios utilizando Photosynth™. Este software se utilizó para crear un ambiente interactivo en 3D.

Al final cada grupo creó un desplegable o panfleto utilizando el Publisher y códigos QR para concientizar al resto de la población estudiantil sobre el grave problema de la basura en el colegio y la comunidad de Cachí. La información contenida en cada desplegable o folleto debía involucrar al menos una interpretación de las expresiones algebraicas trabajadas en cada guía.

Como actividad de clausura o cierre, el docente efectúa una síntesis de los conceptos matemáticos involucrados en cada una de las Guías.

Guía 1. Manejo de los Desechos sólidos.

Lea el siguiente texto y responda las preguntas.

> *El problema con los desechos sólidos en nuestro país tiene diversos orígenes en los que destacan: La falta de conciencia ambiental de consumidores y productores, la falta de capacidad de inversión en el país, el constante crecimiento de nuestra cultura al consumo y la falta de educación formal acerca del tema de desechos.*
>
> *El tico produce entre 0.6 y 1.1 kilos de basura por día y no separa residuos en la fuente de origen, la recolección y transporte de los residuos no siguen criterios técnicos, sino que se guían por la costumbre y además los camiones recolectores no están diseñados para una recolección apropiada. Existe 470 toneladas de basura en el área metropolitana y solo 406*

ISBN 978-9968-641-33-3

toneladas son recogidas, en otras palabras en San José y barrios cercanos día a día se lanzan al ambiente entre 145 metros cúbicos de basura (unas 64 toneladas).

Actualmente solo el 23% de las municipalidades del país cuentan con separación de desechos. Entre el 50% y 60% de los residuos que se producen en hogares y comunidades son materiales biodegradables, que podrían compostearse (someter la materia orgánica, restos orgánicos de la cocina y del jardín, a un proceso de transformación natural hasta obtener un producto, el compost, de gran calidad como abono orgánico).

Cuadro 1. Cantidad de Residuos Sólidos y costo anual de disposición en rellenos sanitarios

Relleno Sanitario	Municipalidades que atiende	Ton/dia	Costo por tonelada ¢	Costo Anual de disposición (millones de colones)
Planta de Tratamiento La Carpio	San José	700	5750	1469
Relleno Sanitario Los Mangos	Santa Bárbara Barva Alajuela Heredia San Rafael Belén Grecia Palmares San Pablo Puriscal San Isidro Valverde Vega Santa Ana	750	7322	2004
Río Azul	FEDEMUR	725	5545.22	1467
Relleno Sanitario Los Pinos	Cartago	115	5500	230

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible.

Los costos de procesar basura (CPB) pueden ser calculados mediante la siguiente fórmula matemática

$$CPB = C \cdot T$$

Donde C corresponde al costo por tonelada y T las toneladas depositadas por día.

De acuerdo con la información anterior responda:

1. ¿En cuál relleno sanitario es más costoso procesar la basura? ¿En cuál es más barato?
2. Calcule el costo anual de disposición de cada relleno.
3. Compara los resultados obtenidos en la pregunta anterior con la columna de la derecha de la tabla anterior. ¿Qué observas?
4. Si aproximadamente el 50% de los desechos sólidos son reutilizables. ¿Cuánto dinero se ahorraría en cada relleno sanitario?

ISBN 978-9968-641-33-3

Guía 2. Reciclaje

Reciclar hoy en día implica que un producto se vuelve a usar como materia prima, para producir un producto nuevo, gracias a tecnologías modernas o a conocimientos específicos. Por ejemplo: Las latas de aluminio, se juntan y se llevan a un Centro de Acopio, posteriormente las trasladan a una fábrica que las usa como materia prima para fabricar nuevas latas.

Tomado de: http://silviamerino.blogspot.com/2010/04/papeleras-multicolor.html

Se estima que cada persona puede generar en promedio un kilo de basura al día, lo que cambia en las distintas comunidades respecto del nivel socioeconómico de la población.

Cuadro 2. Composición porcentual de los Residuos Sólidos en Costa Rica

	% Plástico	% Vidrio	% Papel	% Aluminio	%Biodegradable	% Otros
Zona urbana	17,7	2,29	20,62	0,1	49,7	9,59
Zona Rural	2,48	1,16	5,72	0,1	63,29	27,25

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible.

Responda lo que se le solicita.

1. Escribe una expresión algebraica que te permita calcular cuántas toneladas de residuos sólidos corresponden a desechos biodegradables, suponiendo que Cachí se ubica en una zona rural.
2. Si una persona promedio produce 1 Kg de basura diario. Calcula cuántos kilos de basura en promedio genera una persona anualmente. ¿De ellos cuántos corresponden a sólidos biodegradables? Utiliza la fórmula de la pregunta anterior.
3. Investiga, qué tipos de desechos son biodegradables.

Para profundizar:

a. En el colegio ¿Qué puede hacer usted para reducir la cantidad de residuos que se generan?
b. En la comunidad de Cachí, ¿En cuál relleno se deposita la basura?
c. Los desechos sólidos de mi comunidad, ¿Son separados para ser procesados?
d. ¿Cuáles acciones se pueden llevar a cabo en mi hogar para reducir la cantidad de basura que se genera?
e. ¿Cuáles de los desechos que se producen en el hogar se pueden clasificar como reciclables, reutilizables y orgánicos?

ISBN 978-9968-641-33-3

Preguntas frecuentes sobre reciclaje.

Utiliza tu teléfono inteligente para accesar a esta información.

Guía 3. Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales valorizables.

En relación con los llamados materiales reciclables en Costa Rica no se recupera ni siquiera el 10 % de los mismos, las mayores tasas de recuperación se encuentran en los materiales post producción del sector industrial. Es posible prever un mercado potencial en torno a los residuos sólidos (RS) post consumo.

Cuadro 3. Cantidades esperadas de materiales valorizables en los RS

Municipalidad	Ton Vidrio anuales	Ton papel anuales	Ton Aluminio Anuales	Ton Plástico anuales	Ton Residuos Orgánicos Anuales
San José	4946,4	44539,2	216	38232	107352
Heredia	824,4	7423,2	36	6372	17892
Cartago	948,06	8536,68	41,4	7327,8	20575,8
FEDEMUR	5976,9	53818,2	261	46197	129717
Escazú	494,64	4453,92	21,6	3823,2	10735,2
Esparza	79,344	391,248	6,84	169,632	4329,036

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible

El precio del plástico es de 125 000 colones/tonelada, el papel es de 12 500 colones/tonelada y el aluminio es de 500 000 colones/tonelada.

La siguiente fórmula permite calcular los ingresos (I) estimados por venta de plástico, papel y aluminio.

$$I = 125000 \cdot p + 12\,500 \ \cdot pa + 500\,000 \cdot a$$

Donde p corresponde a las toneladas de plástico, pa las toneladas de papel y a las toneladas de aluminio.

Responda lo que se le solicita.

1. Calcule las ganancias promedio de recuperar materiales en cada municipalidad.

ISBN 978-9968-641-33-3

2. Si se desea que los ingresos alcancen los ₡300 000 solo reciclando aluminio. ¿Cuánto material se debe recolectar?
3. Si la cantidad de material reutilizable se aumenta en un 10%. ¿En cuánto aumentan las ganancias?
4. Investiga, si en tu comunidad existe algún programa de recolección de desechos sólidos reutilizables. Existe alguna cooperativa, asociación o persona particular que se dedique a esta actividad.

Las 3R del reciclaje

Utiliza tu teléfono inteligente para acceder a esta información.

5. **Análisis de las guías**

   El desarrollo de las actividades anteriores permite desarrollar los conceptos de expresión algebraica, cantidades variables y constantes, variables independientes y dependientes, el cálculo de valores desconocidos y valores numéricos. Además permite que el estudiante relacione estos conceptos matemáticos con situaciones que le incumben directamente y tome conciencia de la importancia del adecuado manejo de los desechos sólidos.

   A continuación se detalla cada una de las guías:

   - ✓ Guía 1: Manejo de los desechos sólidos.
     En esta guía se trabajaron conceptos tales como: Desechos sólidos y desechos biodegradables. Los estudiantes analizaron el costo de procesar basura el cual se puede modelar mediante una expresión algebraica. Además, se cuestionaron sobre la variación de costos (concepto de variable) según el relleno sanitario en que se deposite la basura.
   - ✓ Guía 2: Reciclaje.
     En la segunda guía se trabaja el tema de reducción de desechos sólidos, separando la basura reciclable de la biodegradable y cómo estas prácticas pueden reducir considerablemente la cantidad de desechos sólidos y cómo esto se traduce en ahorro de recursos económicos. Los estudiantes deben de inferir una fórmula para calcular, cuántas toneladas de residuos sólidos corresponden a desechos biodegradables.
   - ✓ Guía 3: Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales reutilizables. Se analizaron aspectos relacionados con la reutilización de desechos como un medio para generar recursos económicos. Se trabaja con la fórmula que permite calcular los ingresos (I) estimados por venta de plástico, papel y aluminio. Además, se trabaja el cálculo de valores desconocidos en una expresión algebraica.
   - ✓ Elaboración de presentación en fotos narradas.
     Para resumir la experiencia realizada por los estudiantes en grupos. Esta actividad permitió potenciar el trabajo colaborativo.
   - ✓ Elaboración de cartel o folleto en Publisher.

ISBN 978-9968-641-33-3

Como un medio para denunciar y concientizar a los estudiantes y al resto de la comunidad estudiantil. Esta actividad permitió potenciar el pensamiento crítico de los estudiantes, para que estos se cuestionen qué han hecho y qué pueden hacer para contribuir a solucionar el problema de la basura. En esta actividad sintetiza la información recolectada y procesada mediante el cálculo de valores numéricos y valores desconocidos, que le permitió al estudiante comprender la dimensión del problema de los desechos sólidos.

Bibliografía

Castillo, S. (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC's en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.* Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(2), 171-194.

Domínguez, A., Galindo, E., & Salinas, P. (2003). Uso de la tecnología para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Departamento de Matemáticas Campus Monterrey.

Esteley, C., Mina, M., Cristante, A., & Marguet, I. (2007). Innovaciones en el aula: desarrollo profesional y modelización. Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática, 281-294. Recuperado de http://unvm.galeon.com/Cap14.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programa de estudio de matemáticas. San José. Recuperado de http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/mate matica.pdf

Programa Estado de la Nación. (2013). Decimonoveno Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.

Programa Estado de la Nación. (2007). Un reflejo de mi país. Propuesta didáctica para el abordaje de la Matemática aplicada a la realidad nacional. San José, Programa Estado de la Nación.

Programa Estado de la Nación. (2005). Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.

Vargas, A. (2010). Matemáticas aplicadas a la vida cotidiana y otros lugares inesperados. Recuperado de https://intranet.ebc.edu.mx/contenido/faculty/archivos/matematicas_020511.pdf

ISBN 978-9968-641-33-3

Aprendamos Juntos

M.Sc. María Alicia León Solís
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
aprendamosjuntosucr@gmail.com
alicia.leon@ucr.ac.cr

Resumen: Este artículo pretende dar a conocer una experiencia, un esfuerzo, que se ha venido realizando en la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, dentro de la modalidad de Trabajo Comunal Universitario, a lo largo de siete años de su puesta en marcha. Gracias al trabajo realizado desde el 2007, hoy se cuenta con un portal educativo, "Aprendamosjuntosucr.ac.cr", donde se publican vivencias, materiales de apoyo a la docencia, videos realizados por estudiantes y docentes en pro del mejoramiento del rendimiento académico, prioritariamente en secundaria y en la disciplina de matemática, así como un Aula Virtual en tiempo real, donde puede atenderse estudiantes y docentes que así lo requieran.

Palabras claves: experiencia, portal educativo, mejoramiento del rendimiento académico, aula virtual en tiempo real.

Introducción

Los aspectos económicos, políticos, sociales y educativos de un pueblo, de una región, de un país, van de la mano. Al cambiar de orientación, algunos de estos aspectos, ya sea en su filosofía, en su línea de pensamiento o de acción, cambian también los demás. Esto ha sucedido con la economía de nuestro país, pasa de una economía industrial en la época del modernismo a una economía globalizada y virtual en la postmodernidad y con ello un replanteamiento de lo político, de lo social y muy particularmente de lo educativo. En este contexto la escuela no puede competir directamente, pero ello no quiere decir que quede vacía de contenido o actividad, tendrá que cambiar de papel y de objetivos. (Brunner, 2000). Por ello:

> En un país que busca ampliar sus vínculos con el mercado externo y competir con productos de alto valor agregado, el dominio de una segunda lengua y el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) son componentes estratégicas que deben estar plenamente integrados en la oferta educativa, y no operar como simples agregados. (Informe del Estado de la Educación, 2011)

En el contexto educativo, para Brunner (2000), existe un gran significado de cambio, expresa que estamos a las puertas de una cuarta revolución impulsada por rápidos y decisivos cambios en el entorno dentro del cual se organiza la educación y de las teorías y conceptos que rigen su producción. Uno de los efectos más duraderos de las nuevas tecnologías, y de mayor alcance para la educación, es la transformación que experimenta la economía mundial, la cual cambia rápidamente, al punto de que se habla de una economía global cuya parte más dinámica está basada en la utilización del conocimiento, situación que no es ajena a nuestro país, una economía acorde con una Sociedad que basa sus pilares y apuesta por las tecnologías del conocimiento y la información (TICS).

ISBN 978-9968-641-33-3

A raíz de lo anterior y parte de las motivaciones para la incorporación de las TIC en la educación, desde los planteamientos políticos, económicos y sociales, se encuentran los siguientes: beneficios económicos, las TIC como instrumento para mejorar la calidad de la educación, mejoramiento de los procesos de gestión institucional de las escuelas, formación de ciudadanos para la era digital. (CEPAL, 2010). Las TIC propician nuevas formas de acceder al conocimiento y una visión global del mundo muy diferente al que se tenía en épocas antiguas, aspectos que de alguna forma inducen a realizar replanteamientos en los diferentes órdenes de la vida social, especialmente en la educación en toda su estructura. Por tanto, llega el momento de preguntarse: que es Aprendamos Juntos, quienes están detrás de este proyecto y cómo contribuye este proyecto en la transformación de la nueva estructura educativa.

¿Aprendamos Juntos?

Aprendamos Juntos es un sitio web (**www. aprendamosjuntos.ucr.ac.cr**), un portal educativo anidado en la Internet. La idea de construir dicho portal nace de las inquietudes y experiencias vividas por los estudiantes del Trabajo Comunal Universitario de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, TCU 536 Mejoramiento del Rendimiento Académico de Matemática en Secundaria, coordinado por la profesora de matemática Alicia León.

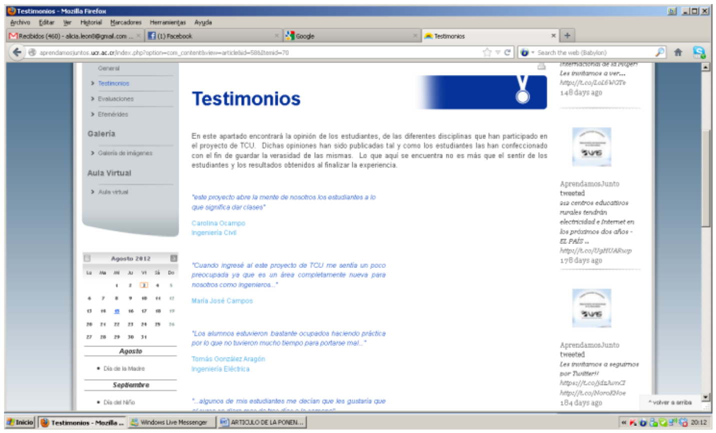
Después de siete años de experiencia ayudando a jóvenes de secundaria que tienen dificultades en la materia de matemática, los estudiantes de la Universidad de Costa Rica guiados por su coordinadora, deciden crear un sitio en Internet que albergue todos los materiales, estrategias metodológicas, reflexiones vividas durante su estadía en el proyecto y que puedan servir de apoyo a otros estudiantes o personas que así lo requieran.

Es así como, en manos de los estudiantes de computación de la Universidad de Costa Rica con el apoyo del Centro de Informática quien proporciona la plataforma y la Escuela de Computación e Informática de la UCR quien resguarda el servidor y le proporciona mantenimiento, con ayuda de estudiantes de ingeniería, ciencias económicas, estadística, orientación, psicología, comunicación colectiva, enseñanza especial, formación docente, matemática, entre otras, diseñan el sitio.

¿Qué lo hace diferente y digno de visitar, quienes se encuentran detrás?

ISBN 978-9968-641-33-3

El sitio web se diferencia de muchos otros sitios porque anida material que ha sido elaborado por estudiantes de distintas disciplinas (ingenierías, computación, matemática, derecho, filología, inglés, formación docente, economía, etc.), para estudiantes que requieran la ayuda en campos como la matemática, el español, el inglés. Además de fotografías que hablan por sí solas, el sitio contiene materiales elaborados por psicólogos y orientadores en el campo de técnicas de estudios, problemas de aprendizaje y autoayuda. También se encuentra material para la celebración de las efemérides, material sobre bullying o acoso escolar, anorexia, autocontrol, técnicas de estudio.

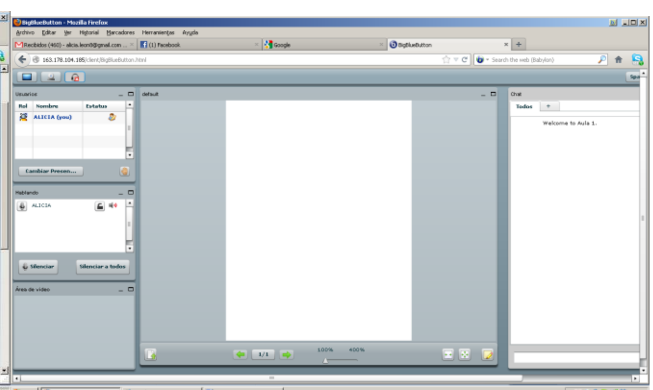


El sitio web tiene un apartado llamado Testimonios donde se refleja las experiencias vividas por los estudiantes de la Universidad de Costa Rica que participaron del proyecto, y que son reveladas a través de sus reflexiones personales, la profesión docente en dichas reflexiones toma otro valor y otro significado, sobre todo para quienes no estudian y no se preparan para ser docentes.

¿Qué lo hace innovador y trata de cambiar la estructura educativa?

El sitio web es innovador porque ofrece un aula virtual en tiempo real, donde las personas y en especial los estudiantes tendrán la oportunidad de realizar consultas en línea y se le atenderá por parte de un profesor o tutor de manera virtual y en tiempo real. Si la persona que consulta posee cámara y audio, podrá ver a su tutor e interactuar con él en tiempo real, de lo contrario lo hará vía chat.

Por primera vez, contamos con un sitio que ofrece la ayuda a quien lo necesite de manera inmediata y se podrá interactuar con el tutor.



ISBN 978-9968-641-33-3

El aula virtual ofrece interacción del tutor con una persona o con un grupo de personas, se pueden compartir las siguientes aplicaciones: videos, presentaciones en Power Point, archivos pdf, entre otros. El aula virtual permite compartir el escritorio del tutor con los estudiantes, así cualquier trabajo que realice el tutor en su computador el auditorio puede presenciarlo. Se puede grabar la clase para verla luego. Se puede chatear de manera privada o a nivel público. En fin, cualquier profesor interesado en dar su clase virtual puede solicitar al administrador del sitio web Aprendamos Juntos un aula y este se lo proporcionara para que lo utilice con sus alumnos. El sitio está conectado con Facebook y twitter, cualquier noticia nueva llegara al público vía las redes sociales. Es a través de las redes sociales que se anunciara la disponibilidad de tutores y horarios de atención al público.

Bibliografía

Brunner, J. (2000). Educación: escenarios de futuro. Nuevas tecnologías y sociedad de la información, (16). Santiago de Chile: PREAL.

CEPAL (2010a), La hora de la igualdad: brechas por cerrar, caminos por abrir, LC/G.2432(SES.33/3. Publicación de Naciones Unidas.

CEPAL(2010b). Las TIC para el Crecimiento y la Igualdad: renovando las estrategias de la sociedad de la información. Tercera Conferencia Ministerial sobre la Sociedad de la Información de América Latina y el Caribe. Lima. LC/G.2464. Recuperado de http://www.slideshare.net/carmenbeatrizhl/las-tic-para-el-crecimiento-y-la-igualdad-renovando-las-estrategias-de-la-sociedad-de-la-informacion

Programa Estado de la Nación. (2011). Tercer Informe del Estado de la Educación. San José, Costa Rica: elaboración propia.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría

Teresa Fernández Blanco
Universidad de Santiago de Compostela. España
teref.blanco@usc.es

Resumen: Partiendo de que muchas actividades de geometría requieren de ciertas habilidades de visualización para poder llegar a la solución con éxito, se realizó una evaluación diagnóstica sobre la formación de los futuros maestros en visualización y razonamiento espacial. En este trabajo se mostrarán los resultados globales obtenidos, poniendo de manifiesto la necesidad de complementar el conocimiento común y didáctico de estos estudiantes en ese tema.

Palabras claves: Geometría, visualización, formación de maestros.

Introducción

A partir de los años cuarenta y cincuenta crece el interés de los educadores matemáticos comenzaron acerca de las relaciones entre el espacio y las habilidades matemáticas. Como describe Bishop (1983, p. 181), algunos investigadores observaron que los test de habilidades espaciales tenían una correlación más alta con las habilidades en geometría que en álgebra y que el desarrollo de las habilidades espaciales era esencial para desarrollar las habilidades matemáticas.

Lean y Clements (1981) ofrecen una definición bastante general de "habilidad espacial" como la habilidad para formular imágenes mentales y manipularlas en la mente. Desde el punto de vista psicológico, la lista de destrezas necesarias para procesar imágenes mentales puede ser muy larga. Del Grande (1987, p. 127) y Gutiérrez (1991) identifican varias capacidades físico-psicológicas de las cuales algunas son habilidades específicas para su utilización en contextos matemáticos, en particular para el campo de la geometría:

- *Identificación visual*. Es la habilidad para reconocer una figura aislándola de su contexto. Se utiliza cuando la figura está formada por varias partes o cuando hay varias figuras superpuestas.
- *Constancia perceptual*. Es la habilidad para reconocer que algunas propiedades de un objeto (real o una imagen mental) son independientes del tamaño, color, textura o posición y a reconocer que un objeto o imagen mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente, por ejemplo porque se haya girado u ocultado.
- *Percepción de posiciones espaciales* o *reconocimiento de las posiciones en el espacio*. Es la capacidad para relacionar la posición de un objeto o imagen mental con uno mismo o con otro objeto, que actúa de punto de referencia.
- *Percepción de relaciones espaciales.* Es la destreza que permite identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos, dibujos, imágenes mentales entre ellos o dentro de uno mismo. Por ejemplo, identificar que están girados, son perpendiculares, simétricos. Está estrechamente relacionada con la percepción anterior en muchas tareas.

ISBN 978-9968-641-33-3

- *Discriminación visual*. Es la habilidad para comparar varios objetos, dibujos, imágenes e identificar similitudes o diferencia entre ellos.
- *Memoria visual*. Es la habilidad para recordar las características visuales y de posición que tenían en un momento dado un conjunto de objetos que estaban a la vista pero que ya no se ven o que han sido cambiados de posición.
- *Rotación mental*. Es la habilidad para producir imágenes mentales dinámicas y visualizar una configuración en movimiento.

Una revisión del contenido de diferentes libros de texto de primaria muestra que muchas actividades del bloque de geometría propuestas al alumnado de este nivel educativo requieren de ciertas habilidades de visualización para alcanzar la solución con éxito. Esto nos llevó a preguntarnos si los futuros maestros reconocían esas habilidades y, como consecuencia, a realizar una evaluación diagnóstica sobre su formación en ese tema.

Para ello se elaboró un cuestionario con siete ítems que abarcaran diferentes aspectos relacionados con habilidades de visualización y razonamiento espacial (realizar cortes de figuras, rotar figuras tri y bidimensionales, completar figuras bidimensionales para formar una figura simétrica, desarrollar y transformar cuerpos tridimensionales, analizar diferentes puntos de vista de una misma composición, conteo de estructuras ortoédricas con agujeros, componer y recomponer formas). Por otra parte, estas tareas seleccionadas formaban parte de los objetivos curriculares, al estar contemplados los contenidos matemáticos que intervienen, explícita o implícitamente, en el currículo de la formación de maestros.

El cuestionario se ha aplicado a 400 estudiantes de tercer curso de la Diplomatura de Maestro de la Universidad de Santiago de Compostela (España) en sus distintas especialidades (Primaria, Infantil, Lengua extranjera y Musical) a lo largo de tres cursos académicos (2005-2006; 2006-2007 y 2008-2009).

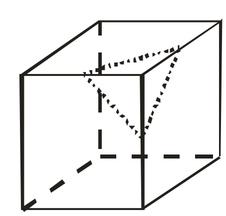
DESCRIPCIÓN DE CADA ÍTEM. HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN PUESTAS EN JUEGO

En las siguientes subsecciones se describen, para cada uno de los ítems, las habilidades de visualización implicadas con referencias a investigaciones relacionadas y ejemplos de actividades de libros de texto de primaria similares.

Ítem 1: cubo truncado

Se cortan todas las esquinas de un cubo de 2 cm. de lado como se indica en la figura, a distancia de 1cm. sobre cada arista. ¿Cuántos vértices tiene el sólido así obtenido?

a) 6 *b) 8* *c) 12* *d) 18* *e) 24*



Se combinan aquí dos tareas, la principal, que es la de conteo, y la de cortar un sólido (cubo en nuestro caso) por planos a una distancia determinada del vértice. Aunque no es preciso identificar específicamente la sección que produce el corte pues ya viene dada por la imagen ostensiva que aparece en el enunciado.

ISBN 978-9968-641-33-3

Atendiendo al tipo de respuesta solicitada, se trata de una tarea de identificación, mientras que si atendemos a la acción requerida, es de conteo de partes, en concreto de vértices. No hay necesidad de crear una imagen mental para su resolución ni tampoco se exige la identificación sobre el papel de ninguna imagen mental. Sin embargo, es bastante habitual que se movilice una imagen mental del cuerpo resultante durante el proceso de resolución.

En cuanto a la imagen presentada en el enunciado, es una representación en perspectiva paralela de un cubo con un vértice cortado.

La habilidad de relaciones espaciales se pone en juego al establecer la relación entre el plano que realiza el corte a una determinada distancia del vértice y las aristas del cubo a las que corta. Es la relación entre la inclinación del plano y el cubo la que establece el número de vértices de la figura resultante.

Se aplica la habilidad de identificación visual para poder reconocer la figura o los elementos del cubo que permanecen una vez que se han efectuado (mentalmente) los ocho cortes al cubo inicial. No se pide como respuesta una representación ostensiva de la figura resultante, sin embargo aquellos estudiantes que marcan todos los cortes sobre el cubo, como una ayuda para la resolución de la tarea, han de identificar los vértices de la nueva figura aislándolos de la estructura que corresponde al cubo.

En la Figura 1 se muestra una actividad de 6º de primaria en la que se solicita al alumno que cuente las caras, vértices y aristas de cada poliedro. Es una versión simplificada del ítem1, en dónde la habilidad de identificación visual se pone en juego para contar cada elemento pedido (aislándolo de los demás).

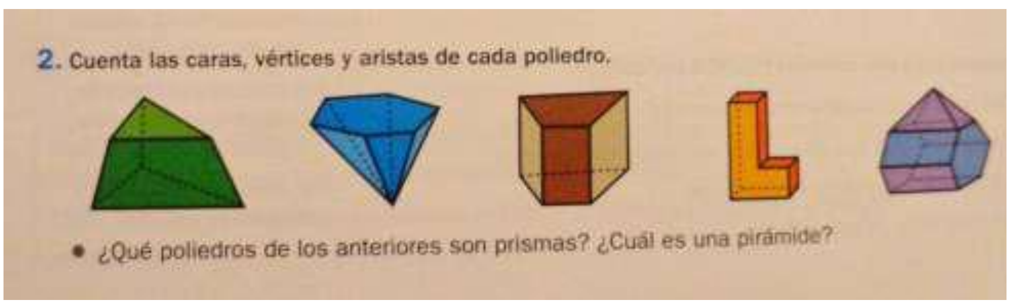
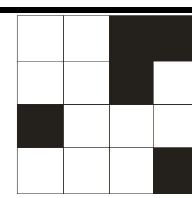


Figura 1. Matemáticas, 6º de Primaria. Santillana, 2009

Ítem 2: simetrías en el plano

¿Cuál es el menor número de cuadraditos que es necesario sombrear para que la figura resultante tenga por lo menos un eje de simetría? Indica en el dibujo cuáles serían esos cuadraditos.

a) 3 *b) 5* *c) 1* *d) 4* *e) 2*



El objetivo de la tarea consiste en crear una figura simétrica, para ello nos dan parte de la figura y es preciso sombrear el número mínimo de cuadraditos para que la figura resultante tenga al menos un eje de simetría. Además se debe indicar cuál es el eje de simetría de la figura creada.

El ítem exige pensar en dos dimensiones y, aunque se construya una imagen mental para resolverlo, no es necesario transformarla en el pensamiento. A pesar de que la respuesta solicitada aparezca en términos de identificación de una de las opciones, se pidió explícitamente en la prueba que se sombrearan los cuadraditos, por lo que la imagen mental ha de ser representada sobre el papel y la respuesta se interpreta de dibujo.

En este ítem se ponen en juego habilidades de identificación visual y de reconocimiento de las relaciones espaciales. Una vez formada, la figura se debe aislar del contexto, en este caso de la cuadrícula, para obtener una imagen completa de la misma. La habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales es necesaria para construir partes simétricas a las dadas y en conjunto obtener una figura con, al menos, un eje de simetría. La habilidad de memoria visual, siempre y cuando no se utilice la estrategia de aplicación de las propiedades de la simetría axial, permite recordar las características, en este caso de posición, que tendrían las cuadrículas dependiendo del eje de simetría utilizado.

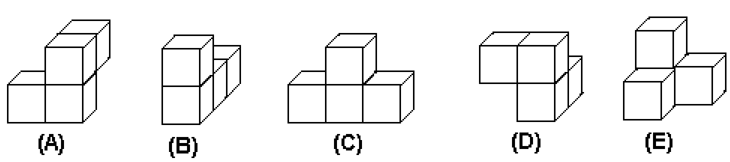
La habilidad de rotación mental se pone en movimiento cuando se contempla la simetría como el efecto de doblar por el eje y hacer coincidir las dos partes simétricas. En ese caso, al ser una actividad sin la presencia de objeto físico, la acción a realizar es mental y se produce un movimiento de los cuadraditos negros saliendo del plano para coincidir con los nuevos sombreados (o viceversa).

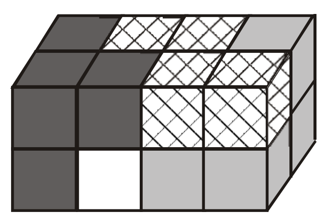
Ya en los primeros cursos de primaria se pueden ver actividades de este tipo (Figura 2) en dónde, sobre todo, las habilidades de identificación visual y percepción de las relaciones espaciales son fundamentales para poder resolverla.

Figura 2. Matemáticas 2º primaria, Conecta con Pupi, Ed. SM, 2011

Ítem 3: ortoedro encajable

Se forma un paralelepípedo rectángulo usando 4 piezas, cada una de ellas formada por 4 cubos (ver la figura de la derecha). Tres de las piezas se ven por completo; la blanca sólo parcialmente. ¿Cuál de las 5 piezas siguientes es la blanca?





Es una actividad que se encuadra en el grupo de tareas en las que se compone un sólido a partir de varias piezas, en este caso diferentes. Llegar a la solución requiere otra acción, la de rotar, pues la pieza correcta no se encuentra en la posición adecuada para formar el ortoedro. El ítem requiere movimiento y construcción de imágenes mentales en un espacio tridimensional. La acción requerida no está explícita en el enunciado y para la resolución de la tarea es preciso construir una imagen mental y transformarla en el pensamiento.

ISBN 978-9968-641-33-3

Este ítem es muy rico en cuanto a las habilidades espaciales que se ponen en juego al resolverlo. La habilidad del reconocimiento de las relaciones espaciales permite establecer las relaciones entre el propio ortoedro y las diferentes piezas que lo forman. Así, la habilidad de reconocimiento de las posiciones espaciales establecerá la posición concreta dentro del ortoedro de cada una de las piezas. La constancia perceptual permite reconocer que las piezas mantienen su forma aunque dejen de verse total o parcialmente y que sus propiedades no varían al cambiarlas de posición y girarlas.

Cuando los alumnos tienen que enumerar una disposición 3D de cubos de un prisma rectangular, deben estructurar la disposición de forma que coordinen la información que ellos han construido desde las vistas ortogonales de las caras del prisma.

El tipo de representación plana utilizado en este ítem es la perspectiva paralela, tanto para la construcción completa (ortoedro) como para las diferentes opciones de respuesta que se dan. Al utilizar esta perspectiva, las relaciones entre los cubos que integran el módulo son de posición (delante, detrás, encima, debajo) y de orientación (están en líneas perpendiculares o paralelas).

Hemos constatado que existe un porcentaje muy bajo de actividades de este tipo (puzle tridimensional) en los libros de texto de primaria. Como ejemplo, adjuntamos la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** en la que las habilidades de identificación visual (para buscar cada una de las partes y aislarla del resto) y la de la percepción de las relaciones espaciales (para establecer la relación de cada parte dentro del todo) se ponen de manifiesto.

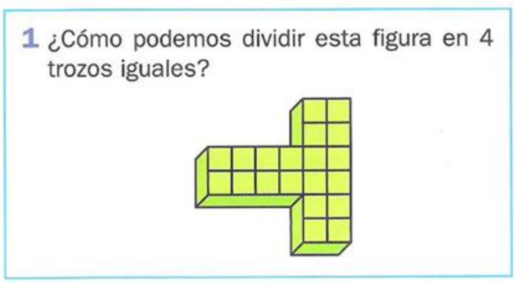
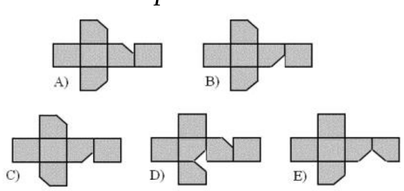


Figura 3. Matemáticas 4º de Primaria, Ed. Anaya, 2011

Ítem 4: desarrollo del cubo sin vértice

Cortamos el vértice de un cubo. ¿Cuál de los desarrollos planos que se muestran corresponde al cuerpo resultante?



Este ítem pertenece al grupo de tareas en las que el objetivo consiste en identificar el desarrollo plano de un cubo al que se ha cortado previamente uno de sus vértices. Esta tarea se combina con tareas de identificar cortes de sólidos por diferentes planos.

Se potencia en este ítem la habilidad de discriminación visual. Al montar mentalmente los diferentes desarrollos se comparan con la imagen que se tiene de un cubo con un vértice cortado, o bien se realiza

ISBN 978-9968-641-33-3

el desarrollo de un cubo con un vértice cortado y se compara dicho desarrollo con las diversas opciones que se dan.

El proceso de desarrollar y plegar sólidos involucra la manipulación y extrapolación de imaginería visual. Diezmann y Lowrie (2009, p. 422) hablan de un error en particular que se produce al hacer una asociación incorrecta entre dos partes de una misma forma o entre una parte de la forma y la correspondiente parte de su desarrollo plano. Además, consideran que una dificultad presente en este tipo de situaciones, y en particular para este ítem 4, es la memoria visual limitada.

Siguiendo a Mesquita (1992), el doble estatus de los objetos geométricos también está presente en el espacio de tres dimensiones, que además se incorpora a las dificultades propias de conversión de representaciones. El desarrollo de un sólido tiene características particulares que lo diferencian de otro tipo de representaciones externas. Por un lado, conserva la forma y la magnitud de las caras, los lados y las relaciones métricas en dos dimensiones del cuerpo tridimensional. Pero por otro lado, existen puntos del espacio que tienen dos imágenes en el plano (fenómeno de splitting) lo que se convierte en uno de los obstáculos asociados a este tipo de representación.

El desarrollo plano que se presenta en el ítem, en todas las opciones de respuesta, corresponde a la representación estereotipada de desarrollo de un cubo (prototipo), es el tipo 1-4-1 (en forma de T o de cruz). Debido a su regularidad y simetría parece ser el desarrollo más fácil de asociar con un cubo: la disposición de las caras conduce hacia la imagen estereotipada de cubo como cuatro caras laterales y dos bases, además, da una visión anisótropa en la que la dirección horizontal es preferente (propio de culturas occidentales). En la siguiente figura (Figura 4) podemos ver un ejemplo de este tipo de actividades para educación primaria. Aunque los desarrollos presentados, en cada apartado, son desarrollos de ortoedros, sólo uno de ellos corresponde al caso particular presentado.

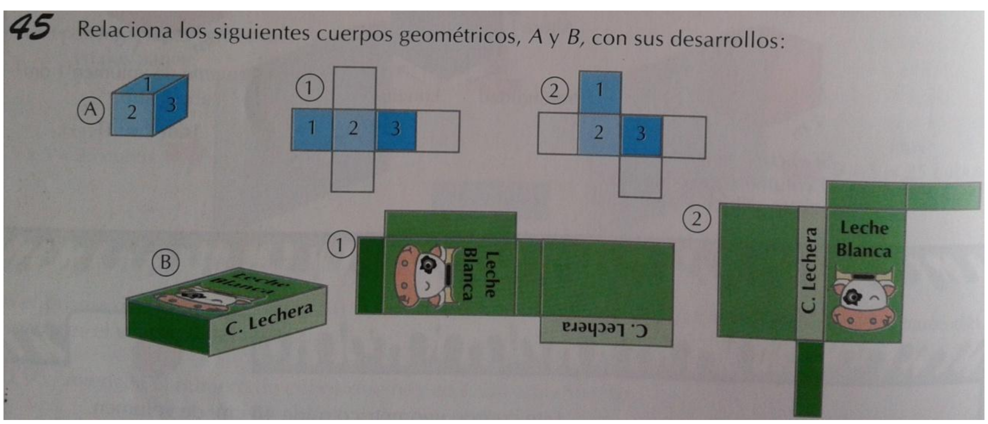


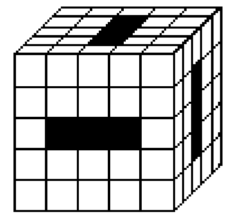
Figura 4. Matemáticas 6º primaria, Ed. Vértice, Bruño,1997.

Ítem5: cubo perforado

ISBN 978-9968-641-33-3

Se hacen túneles que atraviesan un cubo grande como se indica en la figura. ¿Cuántos cubos pequeños quedan?

a) 88 *b) 80* *c) 70* *d) 96* *e) 85*



La tarea pertenece al grupo de aquellas que solicitan contar el número de cubos que forman una estructura. La única variante con respecto al resto de tareas de ese grupo es que en este caso el sólido no es compacto, sino que está atravesado por tres túneles.

Se presenta como una tarea dónde la acción principal requerida es de conteo. Para realizar dicha acción se ponen en funcionamiento las habilidades de reconocimiento de relaciones y posiciones espaciales. Estas destrezas son imprescindibles para poder dibujar representaciones planas de módulos de cubos, sobre todo en aquellos casos que utilizan la estrategia "por capas" para resolver esta tarea. Al utilizar la representación en perspectiva paralela, las relaciones entre los cubos que integran el módulo son de posición (delante, detrás, encima, debajo) y de orientación (están en líneas perpendiculares o paralelas), al igual que ocurría en el ítem 3.

La investigación llevada a cabo por Battista y Clements (1996, p. 290) sugiere que las nociones de estructura espacial, formación de composiciones (unidades) y la coordinación e integración de las operaciones son componentes esenciales para el desarrollo de la comprensión de estas disposiciones por parte de los estudiantes. Para realizar la enumeración de una disposición 3D, los estudiantes se centran en las disposiciones de cuadrados que aparecen en las caras exteriores de la disposición 3D. Estos deben considerar tales disposiciones 2D como representaciones de unidades compuestas de cubos, no de caras de cubos o cuadrados. Para crear esta representación y mantenerla mientras se cambia de una vista de la disposición a otra, los estudiantes deben construir y coordinar perspectivas. Así, no sólo deben verse cuadrados que representan caras de cubos sino también conjuntos de caras (como las de los lados) que deben ser coordinadas con otros conjuntos debido a que ellas representan a los mismos cubos.

La medición es fundamental para entender la estructura de las formas, usar sistemas de coordenadas para determinar localizaciones en el espacio, especificar transformaciones, y establecer el tamaño de los objetos. En la línea de Battista (2007, p. 891), se utiliza aquí el término medición geométrica en su sentido matemático amplio y abstracto, como el concepto de asignar números a entidades geométricas de acuerdo a un conjunto de axiomas. En este caso, la medición geométrica incluye el significado de que los números pueden usarse para cuantificar la cantidad del atributo volumen de un objeto geométrico, determinando el número de unidades atributos contenidos en el objeto. Este proceso requiere de una integración de conocimiento conceptual y procedimental.

La siguiente actividad (Figura 5) es muy similar al ítem 5, en la que están implicadas exactamente las mismas habilidades de visualización.

ISBN 978-9968-641-33-3

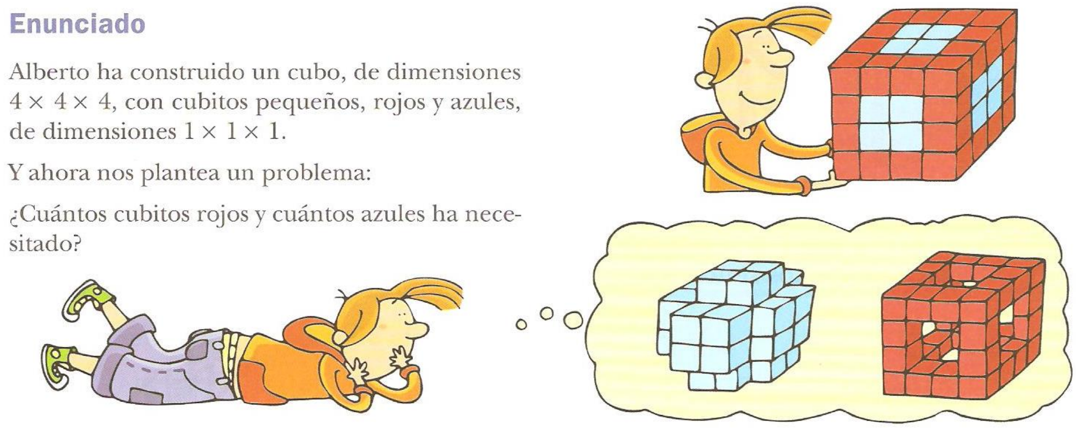
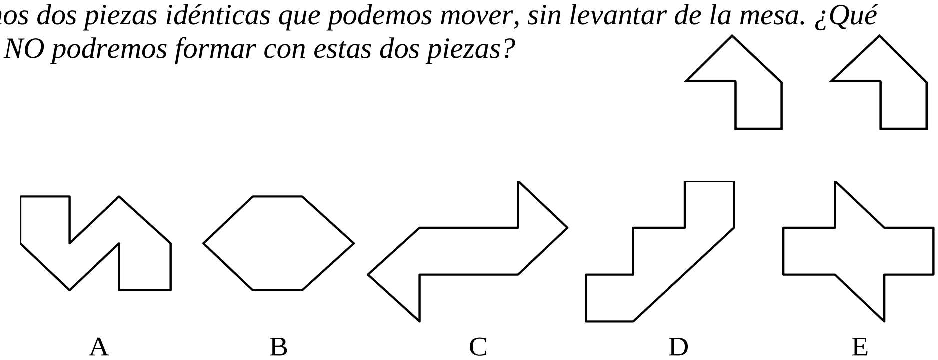


Figura 5. Matemáticas 5º de Primaria, Ed. Vicens Vives, 2009.

Ítem 6: componer formas con dos piezas iguales

Tenemos dos piezas idénticas que podemos mover, sin levantar de la mesa. ¿Qué figura NO podremos formar con estas dos piezas?



Este ítem se encuadra dentro de grupo de tareas cuyo objetivo es formar una figura con varias piezas dadas, bajo la condición de que dichas piezas sólo se pueden trasladar y girar en el plano, por lo tanto también se combina con la acción de identificar una figura en diferentes posiciones. La tarea requiere también la acción de identificar las dos piezas en las opciones que se ofrecen en el enunciado.

Esta tarea se presenta para ser resuelta en el plano y exige la construcción y la transformación de imágenes mentales. Siguiendo a Owens (1992, p. 202), aquellas operaciones que encarnan acciones de juntar dos figuras para formar otra, se contemplan como procesos de pensamiento espacial, así como la imaginería visual usada para representar, reconocer y/o reproducir una forma o posición.

Una de las habilidades puestas en juego es el reconocimiento de las relaciones espaciales que lleva a identificar correctamente las relaciones entre las dos piezas, en cada una de las figuras (si están giradas, si son simétricas, etc.). Otra es la habilidad de conservación de la percepción para reconocer que las piezas mantienen su forma independientemente de haberlas girado. La combinación de ambas es la habilidad de conservación de las relaciones espaciales, presente en la resolución del ítem. También es necesaria la habilidad de identificación visual para reconocer las dos piezas en cada una de las figuras. Se producen imágenes mentales dinámicas al aplicar diferentes movimientos a las dos piezas para situarlas en las posiciones que dan lugar a las opciones del enunciado de la tarea. En este caso estaríamos considerando la habilidad de rotación mental.

ISBN 978-9968-641-33-3

En la revisión de los libros de texto no hemos encontrado una actividad que se ajustara a este ítem; sin embargo, sí hay tareas en las que la base del ítem está presente (formar polígonos aplicando movimientos en el plano a dos o tres piezas dadas).Las habilidades presentes en la resolución de la tarea de la Figura 6 son las mismas que las del ítem 6.

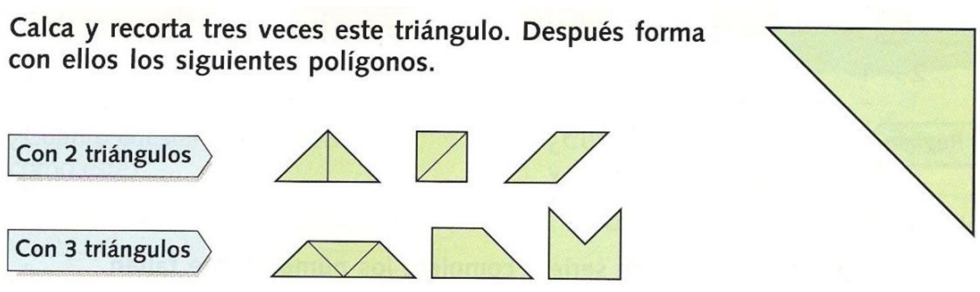


Figura 6. Matemáticas 3º de Primaria, Ed. Anaya, 2010.

Ítem 7: generación de cuerpos mediante rotaciones en el espacio

Dibuja, de forma aproximada, qué cuerpos obtendremos al hacer girar las siguientes figuras respecto de los ejes que se indican.

La tarea tiene dos objetivos claros: crear una imagen mental de un objeto tridimensional y dibujar una representación plana de tal objeto. En cuanto al tipo de tareas en las que se enmarca, esta pertenece al grupo de aquellas en las que se pide dibujar el cuerpo de revolución que genera una figura al girar alrededor de un eje dado. Esta tarea conlleva la acción de realizar una representación plana: perspectiva, por niveles, ortogonal, etc.

Para responder correctamente a este ítem hay que integrar, al menos, a) la habilidad de rotación mental, ya que hay que producir imágenes mentales dinámicas y visualizar una configuración en movimiento; b) habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, para mantener la distancia o no a los ejes, fundamental para tener una imagen conceptual correcta, c) habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales y d) constancia perceptual para reconocer que las propiedades de las figuras A y B no varían al girarlas.

En cuanto al tipo de respuesta que se pide, esta es de dibujo. Ello supone que los estudiantes han de realizar una representación ostensiva de la solución. Aunque, de entre las diferentes formas de dibujo de sólidos, la perspectiva aun siendo la más natural y frecuente, es la más difícil de realizar con corrección.

En la actividad que presentamos a continuación (Figura 7) no se les exige a los alumnos de primaria que dibujen el cuerpo resultante sino simplemente que asocien el cuerpo generado con las imágenes que ahí

ISBN 978-9968-641-33-3

aparecen. Ello supone una simplificación importante de la tarea, siendo la respuesta, en este caso, de identificación. Tampoco aparecen figuras separadas del eje lo cual reduce la dificultad de la misma al no generarse cuerpos con “agujeros”.

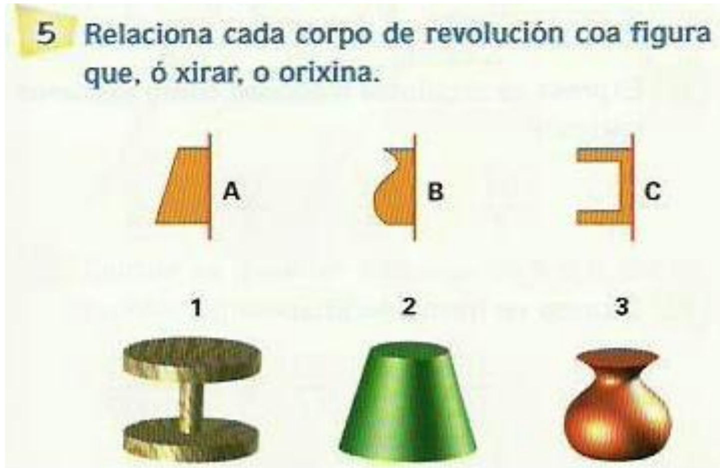
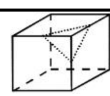
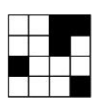
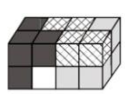
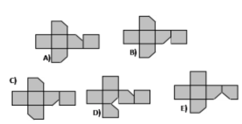
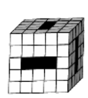


Figura 7. Matemáticas 5º de Primaria, Ed. Vicens Vives, 2001.

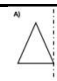
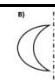
Resultados globales y principales conflictos

La Tabla 1 muestra el número de respuestas correctas a cada ítem, lo que nos proporciona una idea del nivel de dificultad de cada uno de ellos. El ítem 2 y el ítem 7 han resultado especialmente complicados como se puede deducir del porcentaje de respuestas correctas.

Tabla 1. Distribución del número de respuestas correctas por ítem

Ítem	Distintivo gráfico	Frecuencia	Porcentaje
1		73	18,25
2		34	8,50
3		154	38,50
4		304	76,00
5		85	21,25
6		151	37,75

ISBN 978-9968-641-33-3

7			16	4,00

Globalmente podemos señalar que el cuestionario ha resultado bastante difícil para los estudiantes, teniendo en cuenta el bajo porcentaje de respuestas correctas asociadas a cada uno de los ítems. Los principales conflictos detectados están directamente asociados con la interpretación de la representación plana de los objetos tridimensionales y la de los diagramas presentados (habilidades de identificación visual, constancia perceptual y reconocimiento de las posiciones y relaciones espaciales). Los conflictos relacionados con la representación plana se pueden observar, principalmente, en el ítem 3 e ítem 5. Los relacionados con la segunda cuestión se presentan principalmente en los ítems 2 y 7 .

Existe un porcentaje alto de estudiantes que tienen una estructura espacial de las figuras basada en un conjunto de caras no coordinadas, como se recoge en el análisis de los errores 3C del ítem 1 y 2C y 3C del ítem 5. En ese caso, realizan doble conteo sobre determinados elementos de las figuras (vértices, aristas, unidades). Esta visión también aparece como error 3C en el ítem 6, al no considerar una posible pérdida de lados o vértices totales al unir dos figuras de la forma que se pide en la tarea. Se pone de manifiesto otra vez que las habilidades percepción y relación de las posiciones espaciales están poco desarrolladas.

Conclusiones

Dada la distribución de respuestas correctas por ítem (Tabla 1), con porcentajes por debajo del 40% salvo en el ítem 4, resulta evidente que, a excepción de este ítem, las tareas presentadas no forman parte de la práctica habitual de estos estudiantes. Se ha observado que dichos estudiantes tienen ideas muy vagas y limitadas sobre conceptos básicos como simetría, giro, cubo, ortoedro, paralelepípedo, etc. y frecuentemente el significado que atribuyen a los mismos está basado en ejemplos prototípicos. No están acostumbrados a realizar cortes de sólidos, a desarrollar cuerpos truncados y a generar sólidos de revolución. Así mismo, la representación plana de objetos tridimensionales no forma parte de su formación y se producen numerosos conflictos a la hora de realizarla o bien de interpretarla.

Los resultados muestran, al igual que en el estudio de Malara (1998), que los futuros profesores se encontraron con dificultades para coordinar las visiones parciales de un objeto, para visualizar los objetos globalmente, para evocar la visión desde uno de sus cuatro puntos de vista fundamentales y para verificar la corrección de sus producciones y conceptualizar los principios de representación.

Se ha detectado que, en la resolución de la mayoría de las tareas, las referencias o restricciones visuales son más fuertes para los alumnos que las que vienen dadas a partir de una sentencia verbal. Por ejemplo, en el caso del ítem 1 el 33,75% no atiende a que el corte se haga a 1 cm., en el ítem 5 el 24,50% no contemplan que los túneles atraviesan el cubo, en el ítem 6 el 33% de los estudiantes no consideran que las piezas no se puedan levantar de la mesa y, en el ítem 7, un 49,50% de los sujetos no reparan en la palabra girar. Este poder de lo visual sobre lo verbal ha de ser canalizado, es decir, es necesario aprender a manipularlo para trabajar y razonar sobre esas imágenes.

Uno de los elementos que más afectó a la resolución de las tareas fue la acción requerida (Gorgorió, 1998). Aquellas que requieren la acción de dibujar, que se corresponden con el ítem 2 y el ítem 7, fueron las que menor porcentaje de aciertos tuvieron, el 8,5% y el 4%, respectivamente.

ISBN 978-9968-641-33-3

Desde una perspectiva formativa nuestra investigación nos ha llevado hacia dos aspectos a tener en cuenta. El primero pone de manifiesto la poca variedad existente en el tipo de tareas que presentan los libros de texto, sobre todo en cuanto a la acción a realizar y también al tipo de respuesta exigida. La clasificación de tareas de visualización propuesta por Gonzato, Fernández y Godino (2011) ofrece una oportunidad a los futuros maestros para hacer más ricas y variadas las actividades relacionadas con la visualización y la geometría espacial y plana. El segundo aspecto ha revelado importantes carencias de los futuros maestros en cuanto a conocimiento común del contenido de visualización y razonamiento espacial. Se deriva, por tanto, la necesidad de diseñar e implementar acciones formativas específicas para promover la mejora de este tipo de conocimiento y del conocimiento ampliado del contenido para favorecer la autonomía de estos estudiantes a la hora de proponer nuevas tareas.

Bibliografía

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester, (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age Publising.

Battista, M. T. & Clements, D. H. (1996).Student’s understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.

Bishop, A. J. (1983). Space and Geometry. In R. Lesh& M. Landau (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Process* (pp. 175-203). New York: Academic.

Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry.In Montgomery, M.Shulte, A. (Eds.), Learning and Teaching geometry, K-12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Diezmann, C. &Lowrie, T. (2009). Primary students´ spatial visualization and spatial orientation; an evidence base for instruction. En Tzekaki, M.; Kaldrimidou, M. &Sakonidis, H. (Eds.), *Proceeding of the 33rd PME International Conference,* 2, 417-424.

Fernández Blanco, T. (2012). Resultados de una evaluación sobre habilidades de visualización y razonamiento espacial en futuros profesores de primaria. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.

C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI. Comunicaciones de los grupos de investigación* (pp. 285 - 294). Jaén: SEIEM.

Gonzato, M.; Fernández, T. y Godino, J.D. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial: un estudio sistemático basado en la investigación didáctica. (77), 99-117.

Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems.EducationalStudies in Mathematics 35, 207-231.

ISBN 978-9968-641-33-3

Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. En A. Gutiérrez (Ed.), *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación Matemática: Geometría*, 44-59. México D.F.: CINVESTAV.

Lean, G. A. & Clements, K. (1981).Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance.*Educational Studies in Mathematics*, 12 (3), 267-299.

Malara, N. (1998). On the difficulties of visualization and representation of 3D objects in middle school teachers. En Olivier, A y Newstead, K. (Eds.), *Proceedings of the 22nd PME International Conference*, 3, 239-246.

Mesquita, A.L. (1992). The types of apprehension in spatial geometry: sketch of a research. *Structural topology, 18, 19-30.*

Owens, K. (1992). Spatial thinking takes shape through primary school experiences. In W. Geeslin& K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th PME International Conference*, 2, 202-209.

Parzysz, B. (1988). “Knowing” vs “seeing”.Problem of the plane representation of space geometry figures.*Educational Studies in Mathematics*, 19, 79-92.

ISBN 978-9968-641-33-3

Calidad y percepción sobre Plan de Estudio de la Carrera de Enseñanza de la Matemática en la UNA

M.Sc. Margot Martínez Rodríguez
margot.martinez.rodriguez@una.cr
M.Sc. Jessenia Ma. Chavarría Vásquez
jesenniach@gmail.com
Escuela de Matemática
Universidad Nacional de Costa Rica

M. Ed. Marcela García Borbón
magarcib@gmail.com
División de Educología
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: Los procesos de acreditación conllevan a su vez procesos de mejoramiento de la calidad. El Plan De Estudios, así como otros elementos de la gestión académica y administrativa de la carrera de enseñanza de la matemática de la UNA, ha venido sufriendo modificaciones, como un resultado de haberse sometido a ese proceso de autoevaluación y acreditación.

Palabras claves: Plan de estudio, acreditación, autoevaluación, competencias.

Introducción

Los procesos de acreditación, en la Universidad Nacional, constituyen uno de los mecanismos para la gestión de la calidad y buscan el mejoramiento continuo de la educación formal universitaria.

La carrera de Enseñanza de la Matemática se propone alcanzar la excelencia, a través de un estricto proceso de autoevaluación que dio inicio hace más de diez años. Además de haber conseguido la acreditación, este proceso ha venido rindiendo otros frutos en diferentes aspectos relacionados con el funcionamiento y desarrollo de la carrera. Aunque ya se han expuesto varios de ellos, en artículos anteriores, esta vez nos centramos en los relacionados con el plan de estudio, aprovechando la participación de los docentes de la carrera en las consultas realizadas en este marco.

Es así como se ha recopilado valiosa información que sirve para determinar los aciertos y carencias que se observan en el plan de estudios vigente. El momento es el ideal, pues la carrera se encuentra en el rediseño de su plan de estudios, a partir de un abordaje por competencias, según las nuevas tendencias en el campo de la educación.

Descripción del Plan de Estudios:

El Plan de Estudios (UNA, 2005) vigente en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la UNA fue aprobado en el 2005. Contempla los aspectos requeridos institucionalmente, como son Justificación y fundamentación de la Carrera, áreas disciplinarias, ejes

ISBN 978-9968-641-33-3

curriculares, ejes transversales, principios pedagógicos y de evaluación, perfil del graduado diferenciado según el grado, objetivos y metas de la carrera, administración del plan de estudios y la descripción de los cursos.

El perfil profesional de salida está establecido de acuerdo con la salida lateral o los grados que otorga. Este perfil se ha elaborado tomando como base un modelo de aprendizajes fundamentales:

- *aprender a conocer*, es decir, adquirir los instrumentos de la comprensión;
- *aprender a hacer*, para poder influir sobre el propio entorno;
- *aprender a vivir juntos*, para participar y cooperar con los demás en las actividades humanas;
- *aprender a ser*, un proceso fundamental que recoge elementos de los tres anteriores.

Por supuesto, estas cuatro vías del saber convergen en una sola, ya que hay entre ellas múltiples puntos de contacto, coincidencia e intercambio. Específicamente, el graduado de Licenciatura de la carrera Enseñanza de la Matemática debe poseer suficiente conocimiento matemático y de la problemática del sistema educativo nacional e internacional, debe ser capaz de aplicar y facilitar la construcción y reconstrucción de conocimiento, poseer valores éticos profesionales en armonía con la naturaleza y promover en el estudiante actitudes de autoformación, espíritu crítico, creatividad y gusto por el conocimiento. Según el Informe de Autoevaluación de la carrera del 2014 (Chavarría, García y Martínez, 2014) los empleadores consideran que, en general, los profesionales egresados de la UNA poseen conocimiento matemático y de historia de la matemática, conocen la problemática de la disciplina en el sistema educativo nacional; manejan principios de investigación educativa; aplican estrategias metodológicas creativas en diferentes situaciones didácticas; son capaces de trabajar en equipo y adecuarse a diferentes ambientes laborales, son responsables y ejercen un alto compromiso con la institución.

La Comisión Curricular de la carrera, junto con académicos de la oficina de Gestión Curricular de la División de Educología, ha realizado significativos esfuerzos para conformar una estructura curricular que posea una coherencia horizontal y vertical de los cursos y que cuente con la flexibilidad necesaria, en cuanto a requisitos y correquisitos, para que los estudiantes de la carrera avancen de forma exitosa en el transcurso de sus estudios.

La estructura curricular de la carrera está conformada por 39 cursos – sin contar los de Inglés, Estudios Generales y Optativas – hasta el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática. De estos, por la misma naturaleza de la carrera, 38 son teórico prácticos y únicamente uno es Teórico (Física General). Además, dentro de su plan de estudios, ofrece tanto cursos que desarrollan temáticas complementarias (los estudios generales, el Inglés Instrumental y las asignaturas optativas) como otros que desarrollan temáticas afines tales como Introducción a la informática, Física General y Módulos (Matemática Financiera, Tecnología como herramienta didáctica, Resolución de problemas matemáticos, Trigonometría esférica, Geometría no Euclídea, Programación Lineal, Resolución de problemas algebraicos, Introducción a la Trigonometría, El poder visualizador de la Geometría, Geometría Diferencial y Elementos de Geometría) que profundizan sobre tópicos que son desarrollados en algunos cursos. En general, según los resultados obtenidos en el proceso de autoevaluación de la carrera, un 93,40% de la población estudiantil considera que existe integración teórico-práctica en al menos la mitad de los cursos. Por otra parte, cursos como Probabilidad y Estadística, Inferencia Estadística, Métodos Numéricos y Ecuaciones Diferenciales desarrollan contenidos y actividades metodológicas que muestran su aplicación y utilidad para otras áreas. La carrera, por tanto, a nivel de contenidos y cursos potencia una visión multidisciplinaria. Dicha visión trasciende el plano teórico concretándose en la práctica de

ISBN 978-9968-641-33-3

aula, a través de la implementación de proyectos de investigación orientados a la aplicación de contenidos matemáticos en la resolución de problemas que atañen a otras disciplinas o situaciones cotidianas

En lo que respecta al manejo de un segundo idioma, la carrera cuenta con dos cursos de inglés, a nivel instrumental, que le permiten la comprensión y lectura en este idioma.

Igualmente, uno de los ejes curriculares del plan de estudio es el uso de la tecnología como recurso didáctico, por lo que se fomenta la implementación de la tecnología en la enseñanza, a través de uso de software, aula virtual y otros.

Mejoras alcanzadas gracias a la Autoevaluación:

La carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA logró la Acreditación en el 2005 y gracias a este proceso, se ha mantenido en autoevaluación permanente. A partir de ahí, se determinó que el plan de estudios presentaba debilidades y se hacía necesaria la introducción de algunas mejoras. De este modo, el Programa de Diseño y Gestión Curricular de la Universidad solicitó una revisión exhaustiva, con el propósito de actualizar y mejorar los diferentes componentes del currículo. Esta solicitud fue acogida por la carrera, y como resultado de este proceso se dieron algunos cambios en el Plan de Estudios. Los de mayor impacto se detallan a continuación:

1. Cambios en los contenidos de los cursos de Matemática Fundamental I y II, Geometría Euclídea I y II, Lógica y Teoría de Conjuntos.
2. Reubicación de los cursos del primero y segundo nivel de la carrera, en donde el curso de Geometría Euclídea I se trasladó del I al II ciclo del primer nivel, y el curso de Geometría Euclídea II se trasladó del II ciclo del primer nivel al I ciclo del segundo nivel.
3. Reestructuración de algunos cursos de bachillerato y licenciatura, particularmente en el diseño de nuevos cursos que evitaran la repetición de contenidos (en especial en el área de investigación) y permitieran a los estudiantes que al concluir los cursos de licenciatura contaran con el proyecto final de graduación aprobado. Los cursos que se modificaron o crearon son: Investigación Cualitativa, Innovación y Producción Educativa e Investigación Cuantitativa a nivel de bachillerato; Seminario de Investigación Educativa, Didáctica Crítica para la enseñanza de la matemática y Tendencias de la Educación Matemática.
4. Este proceso de autoevaluación ha permitido, además, que se lleve a cabo un análisis de los objetivos y fines de la carrera para comprobar que respondan a los estipulados a nivel institucional en el Estatuto Orgánico y los principios del Modelo Pedagógico de la Universidad. Por otro lado, se ha creado la cultura de verificar que los objetivos específicos de los cursos estén en correspondencia con los fines de la carrera y los postulados de la institución, además de que evidencien el aprendizaje por lograr y guarden congruencia con los contenidos, estrategias de mediación y de evaluación. Esta revisión se hace cada ciclo lectivo, a través de un instrumento implementado por la Coordinación de la Carrera, que además verifica el cumplimiento de los aspectos administrativos, así como la inclusión y congruencia de los elementos curriculares como descripción, objetivos, estrategia metodológica y evaluativa, bibliografía y otros.
5. Igualmente, se estableció el perfil de entrada sustentado en consultas realizadas a docentes y estudiantes de la carrera. Dicho perfil establece las actitudes, habilidades y aptitudes deseables en un estudiante que ingrese a la carrera. Entre éstas, se destacan características como poseer conocimientos sólidos de la matemática de secundaria, vocación para la enseñanza, así como

ISBN 978-9968-641-33-3

aptitudes para relacionarse, trabajar en equipo, comunicarse en forma oral y escrita. Sin embargo, los docentes de la carrera consultados consideran que los estudiantes al ingresar no cuentan con conocimientos sólidos de las temáticas de secundaria, así como de habilidades de pensamiento para interpretar, comprender y resolver problemas. Por otro lado, sí presentan una actitud responsable ante la carrera, reflejada en cualidades como disciplina, ética, deseos de superación, perseverancia, vocación para el estudio de la matemática y su enseñanza, trabajo en equipo, entre otros. Por su parte, la percepción de los estudiantes es que existe congruencia entre los requerimientos del perfil de entrada y las habilidades, conocimientos, destrezas y actitudes que ellos consideran que necesitan para cursar con éxito la carrera.

6. Otro de los cambios importantes que se han dado en el Plan de Estudio es que se incluyeron contenidos de Ética para el ejercicio profesional en tres cursos de la carrera, subsanando la debilidad presentada en el Informe del 2009.
7. Por otro lado, al estudiantado de la Carrera se le ofrece, por ciclo, la alternativa de cursos optativos, uno de Matemática, dos de Educología y más de treinta de oferta institucional (ofrecidas por diversas unidades académicas). De dicha oferta, a los estudiantes se les permite llevar, al menos, tres cursos optativos, uno por área - matemática, pedagógica y otras ofrecidas por distintas carreras de la universidad - de acuerdo con el interés del estudiante. En el II ciclo del 2013 se diseñaron y aprobaron nuevos cursos optativos para enriquecer la oferta de cursos del área de matemática, en respuesta a las necesidades planteadas por los estudiantes, a través de diversas consultas realizadas durante este periodo 2009-2013. Estos cursos son: Matemática Elemental, Análisis de Señales Digitales, Aplicaciones Matemáticas, La Matemática en las civilizaciones, Juegos Matemáticos y Análisis de datos a través de la estadística. Por su parte, la División de Educología ha iniciado un proceso de reestructuración del componente pedagógico, que a su vez incluirá una nueva propuesta de cursos optativos en esta área. La propuesta contempla atender las necesidades de áreas que surgen de los procesos de autoevaluación y acreditación en temas como resolución de conflictos en el aula, ética profesional, legislación laboral, entre otros.

La percepción de los docentes en cuanto a fortalezas y debilidades:

En el marco del proceso de autoevaluación con miras a la segunda reacreditación de la carrera, se solicitó a los académicos vinculados con la misma que señalaran cuáles consideraban ser las mayores fortalezas y debilidades del Plan de Estudio vigente. Según la percepción de estos docentes, la mayor fortaleza consiste en la sólida formación matemática, pues 15 de los 21 consultados consideraron que la carrera cuenta con cursos de un adecuado nivel y rigor matemático, manifestando por ejemplo que en la carrera se da un pertinente tratamiento de la matemática superior y que se busca tanto la excelencia como dar una adecuada preparación a los estudiantes.

Otro aspecto que fue reconocido por diez docentes de este grupo fue la apropiada secuencia de los cursos, indicando que es ordenada, lógica y estructurada. Los docentes piensan que los requisitos y correquisitos son adecuados, así como la distribución de los cursos según el grado por obtener y el número de cursos por ciclo.

En cuanto al balance entre los cursos de las diferentes áreas, como pedagógica, matemática y de cultura general, cinco académicos mencionaron que son una fortaleza de este programa. Por su parte, cuatro de ellos ponderaron la flexibilidad de este plan de estudios, mencionando en particular la presencia de cursos optativos. También cuatro docentes manifestaron su satisfacción en cuanto a la coherencia que este

ISBN 978-9968-641-33-3

presenta y cuatro más mencionaron el perfil de salida de los estudiantes y su pertinencia con las necesidades del entorno dentro de las fortalezas. Otros dos respondieron que existe un buen nivel en aspectos de investigación, misma que se potencia como requisito del profesional de la actualidad.

Otros puntos mencionados por los docentes como fortalezas de este plan de estudio son su consistencia y sólida fundamentación, actualización y el hecho de que la licenciatura permite concluir con el trabajo de tesis aprobado.

Sin embargo, también señalaron algunos aspectos que deben ser mejorados en la carrera. Diez de los académicos indicaron que es necesario incluir en la carrera cursos de Didácticas Específicas. Si bien, el plan de estudio vigente contiene un curso que contempla este aspecto, los docentes señalaron que se debe ampliar esta oferta. En este sentido, se espera que el proyecto “Propuesta de un Modelo Metodológico para el abordaje de las Didácticas Específicas en la carrera” que se desarrolla actualmente, brinde los insumos para el diseño y desarrollo de cursos de Didácticas del Álgebra, Geometría y Estadística, entre otros.

Por otro lado, nueve académicos se refirieron a la urgencia de alcanzar una mayor integración entre las áreas pedagógica y matemática. Al tratarse de una carrera compartida por dos unidades académicas diferentes, la integración es uno de los mayores retos para lograr el buen desarrollo de todas las actividades.

En cuanto a la actualización de los cursos, parece ser que no existe consenso entre los docentes, pues si bien fue mencionada como fortaleza por uno de ellos, hubo cuatro que consideraron que se deben actualizar, de acuerdo con el estado del arte y las exigencias del mundo laboral.

Por su parte, tres docentes indicaron que un aspecto por mejorar es la incorporación de nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática. Cabe mencionar aquí que esta encuesta se aplicó en el año 2013, antes de contar con una pizarra inteligente en una de las aulas de la carrera, y con un laboratorio de cómputo con doce computadoras portátiles. Por otro lado, la incorporación de la tecnología como recurso didáctico debería darse en todos los cursos de la carrera, desde que el uso de tecnología es un eje curricular del plan de estudios vigente.

Otro aspecto que parece ser objeto de divergencia, lo constituye la investigación. Mientras que dos académicos elogiaron este particular, hubo tres que indicaron que se debe mejorar y promover más en el plan de estudios.

Un tema más mencionado por tres de los académicos es que el curso de Historia de la matemática debe impartirse a nivel de bachillerato. En la actualidad, como podrá inferirse de esta sugerencia, este curso se encuentra en el nivel de licenciatura, por lo que un estudiante que se gradúe de bachiller y no quiera seguir con la licenciatura en la UNA, no contará con este recurso en su práctica.

Además, dos académicos consideraron que el plan de estudios debería generar espacios para que los estudiantes alcancen un mayor acercamiento a las aulas. Sin embargo, según el informe de autoevaluación, este acercamiento se da en al menos 12 de los cursos del plan de estudio (ver anexo 1).

Dos académicos más consideraron que el plan de estudio debería especificar las estrategias metodológicas y otros dos, manifestaron que se debe incluir más ejercicios de aplicación en los cursos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Otros aspectos, que fueron mencionados por uno solo de los docentes, fueron que se debe ofrecer una mayor cantidad de cursos optativos, debe hacerse mayor énfasis en el desarrollo de competencias e incluir cursos para desarrollar una adecuada expresión oral, escrita y matemática de los estudiantes.

Es interesante mencionar que en el último informe de autoevaluación, ninguno de estos aspectos es considerado una debilidad. Las únicas que se señalan en el Componente Plan de Estudio son que un 38,1% de los académicos admite no conocer los referentes universales de la carrera y que existe la necesidad de aumentar bibliografía en otro idioma a lo largo de la carrera. Para solventar estas dos debilidades, se proponen estrategias y actividades en el Compromiso de Mejoramiento. Sin embargo, y debido a que las inquietudes de los académicos que se exponen antes no forman parte del informe de autoevaluación, se hace necesario buscar una solución para ellas al margen del proceso de reacreditación.

Y entonces, ¿dónde buscar las soluciones?

Algunas, ya fueron contempladas en el apartado anterior. En particular, las que se refieren a aspectos como la inclusión de cursos de didácticas específicas, incorporación de nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática y mayor acercamiento a las aulas. Para los restantes aspectos señalados por los docentes, se consideran soluciones como las que se exponen a continuación.

Nuevo plan de estudio:

La Asamblea de Académicos de la Escuela de Matemáticas de la UNA aprobó la elaboración de un nuevo plan de estudios, basado en el enfoque por competencias, según las nuevas corrientes en educación. Así, en enero del 2011 comenzó la ejecución del proyecto *Enfoque por competencias: una propuesta para el currículo de formación de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional cuyo objetivo consiste en Elaborar una propuesta de un plan de estudios para la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática bajo el enfoque por competencias que responda a las necesidades actuales del país en el campo de la educación* (Fonseca, J., García, M. y Morales, Y., 2011). El enfoque por competencias surge como respuesta a la necesidad de cambio de los modelos tradicionalistas y viene a cambiar la concepción de las prácticas pedagógicas en diferentes disciplinas. Representa un cambio paradigmático que da mayor énfasis a los problemas de la sociedad (migraciones, interculturalidad) e incluye numerosas corrientes, perspectivas y aproximaciones como la cognitiva y la práctica. Este proyecto presenta avances en aspectos como fundamentación teórica, justificación, áreas disciplinarias, ejes curriculares, ejes transversales, perfil de ingreso y perfil de egreso que corresponden a una construcción conjunta entre los académicos de la carrera, tanto de la Escuela de Matemática como de la División de Educología, estudiantes, asesores de matemática y profesores jubilados, entre otros (Chavarría et al., 2014).

En particular, el nuevo plan por competencias ha elaborado el perfil profesional (perfil de egreso) basado en una serie de competencias fundamentadas en la consulta a los actores del proceso educativo vinculado con la carrera. Las competencias se clasificaron en Competencias Matemáticas, Competencias Pedagógicas y Competencias Didáctico-Matemáticas (Chavarría et al., 2014).

Se considera de la mayor importancia que en el diseño de este nuevo plan, sean contempladas las manifestaciones de los académicos de la carrera. En particular, es una recomendación de la Comisión de Acreditación que los aspectos señalados como fortalezas en este proceso sean mantenidos. La sólida formación matemática, la adecuada secuencia, el balance entre los cursos de pedagogía y matemática, la flexibilidad y la coherencia deben seguir presentes en el nuevo diseño. De igual forma, los puntos que se señalan como debilidades, deben ser atendidos. Como ya se mencionó, la incorporación de cursos que cubran las didácticas específicas de las diferentes ramas de la matemática es un tema que se espera

ISBN 978-9968-641-33-3

resolver a partir de los resultados del proyecto que en este sentido se desarrolla actualmente. El equipo que se encarga del nuevo diseño, con el apoyo de la Comisión Curricular, está obligado a considerar los aspectos como integración entre pedagogía y matemática, actualización de los cursos, incorporación de tecnología, metodologías y competencias para formar los profesionales que el país requiere.

Conclusiones

La carrera ha alcanzado muy importantes logros y avances, gracias a los procesos de autoevaluación y acreditación. En particular, en lo referente al plan de estudio, se evidencia el interés de los diferentes actores por conseguir superar las debilidades que se manifiestan en un proceso como este.

Sin embargo, siempre es posible mejorar lo que ya es bueno. De este modo, se aprovecha información que se recopila en el marco de la elaboración de los Informes de Autoevaluación para enriquecer los diferentes aspectos de gestión de la carrera, aunque estos no correspondan a debilidades en sí mismos.

Las fortalezas y debilidades señaladas por los docentes de la carrera deben ser consideradas en el diseño del nuevo plan de estudio, de modo que se conserven las primeras y se solventen las segundas.

Anexo 1

UNA, Carrera Enseñanza de la Matemática

Cursos que propician el contacto con el contexto, su descripción y la forma como propician dicho contacto. Año 2013.

Código del curso	Nombre del curso	Descripción del curso	Formas en que el curso propicia contacto con el contexto
DEX-323	Desarrollo Humano y Teorías de Aprendizaje	Se analiza la relación aprendizaje y desarrollo humano desde las dimensiones psicológicas, biológicas y social. El curso integra y complementa conceptos del desarrollo humano y las últimas posturas en términos de enseñanza-aprendizaje esto con el fin de insertar al ser humano en un contexto social y de diversidad	El docente supervisa prácticas en realidades concretas de enseñanza aprendizaje. El estudiante elige la institución en la cual identificará una problemática y luego, supervisado por el docente, se realizará una práctica interventora, esta tiene una ponderación de 30%. Luego se utilizan prácticas grupales para socializar las experiencias obtenidas.
DEX-321	Educación para la Diversidad	El curso integra y complementa los marcos epistemológicos que explican los conceptos de sociedad, cultura y poder, en relación con la diversidad en el contexto de los procesos educativos	Se realizan actividades de investigación, específicamente estudios de casos, en realidades educativas concretas donde se trabaja la sensibilización, reflexión y respeto por la diversidad.

ISBN 978-9968-641-33-3

DEY-331	Desafíos Didácticos en la Práctica Docente en la Enseñanza de la Matemática	Durante la clase presencial el estudiante reflexiona sobre el proceso de enseñanza aprendizaje que se desarrollará en el transcurso de la práctica docente. Durante la práctica docente, los estudiantes, en un contexto específico realizan actividades docentes (imparten clases), de investigación (efectúan un diagnóstico) y de extensión (desarrollan un proyecto de extensión).	Se reflexiona la crónica escrita que se construye durante la Práctica Docente, se realimenta, se discute y se valora.
DEY-328	Currículum y planeamiento didáctico para el aprendizaje de las matemáticas	El curso busca que el estudiante construya concepciones sobre la teoría curricular, establezca relaciones entre currículum, pedagogía y educación y el currículum con sus fuentes y fundamentos, con el fin de configurar un pensamiento crítico, coherente y bien fundamentado al abordar la práctica profesional	Se realizan talleres durante el curso para el análisis y la discusión de casos, entrevistas a profesores, análisis de vídeos, simulaciones.
DEX-320	Introducción a los procesos educativos	El curso tiene como propósito propiciar la reflexión, análisis y valoración del contexto educativo costarricense a partir de sus conocimientos previos y perspectiva crítica del estudiante	Se contrasta la teoría tratada en clase con el contexto áulico mediante entrevistas y observaciones.
DEY-329	Didáctica para el aprendizaje de las matemáticas	Se confronta el conocimiento teórico con la práctica mediante la investigación en el aula. El curso promueve el análisis de los desafíos de los paradigmas emergentes en la Didáctica de la Matemática, brinda la oportunidad de investigar sobre la realidad áulica.	El estudiante se pone en contacto con la realidad educativa a través de la observación de experiencias de aula en distintas instituciones de secundaria, públicas o privadas, con el fin de conocer el contexto y contrastarlo con la teoría.
DEY-330	Evaluación de los Aprendizajes para la enseñanza de las matemáticas	El curso parte del supuesto de que la evaluación es un proceso ligado a los procesos de enseñanza y de aprendizaje por parte del estudiante. Se concibe la evaluación como una actividad en que deben estar involucrados en los diferentes roles	Cada estudiante realiza un diagnóstico de una institución y la exploración sobre la evaluación de Necesidades Educativas Especiales, con el fin de obtener aprendizajes significativos, en la disciplina que enseña.

ISBN 978-9968-641-33-3

		todos los participantes en el acto educativo. Analiza con una actitud crítica, la teoría y la práctica de la evaluación de los aprendizajes haciendo énfasis en los recursos y técnicas que el docente de enseñanza media utiliza en el entorno áulico.	
DEY-475	Investigación Cualitativa, Innovación y Producción Educativa	El curso analiza y aplica los fundamentos teóricos y metodológicos de la investigación cualitativa, en situaciones educativas concretas, especialmente las que se desarrollan en el aula, para interpretar y explicar dichos procesos en un determinado contexto.	Los estudiantes construyen propuestas de investigaciones de aula para brindar posibles soluciones a la problemática que se vive durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.
MAB-405	Investigación Cuantitativa	El seminario pretende dar las bases al estudiante para escoger un diseño de muestreo, técnicas de recolección de datos y análisis de la información, entre otros, según el tipo de investigación cuantitativa.	El estudiante tiene la oportunidad de involucrarse en el proceso de investigación cuantitativa en áreas relacionadas con matemática o con sus procesos de enseñanza y aprendizaje.
DEY-540	Seminario de Investigación Educativa	El curso aborda con mayor profundidad la investigación acción, que permite al estudiante plantear soluciones a problemas de la educación matemática a través de la investigación.	Dado que el curso se centra en ofrecer al estudiante un acompañamiento constante para la búsqueda del tema por investigar como posible proyecto final de graduación y en plantear el marco metodológico, lo cual implica un acercamiento directo al contexto a través del diseño de varias estrategias o técnicas de recolección de información.
MAB-505	Seminario de Investigación Dirigida I	Estos cursos corresponden a un seminario ofrecido en dos partes, el cual ofrece al estudiante los instrumentos metodológicos y teóricos para participar y desarrollarse activa y creativamente en el proceso de investigación.	Se da énfasis en todo momento a los temas de investigaciones relacionados directamente con procesos matemáticos de secundaria y educación superior, valorando así la importancia del mejoramiento cualitativo de todo proceso que ocurre en el aula de matemática, en los diferentes niveles de la educación formal.
MAB-506	Seminario de Investigación Dirigida II		

ISBN 978-9968-641-33-3

Fuente: Programa de los Cursos (disponibles en las Subdirecciones de la División de Educología y de la Escuela de Matemática)

Referencias:

Chavarría, J., García, M. y Martínez, M. (2014). Informe de Autoevaluación de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática.

Fonseca, J., García, M. y Morales, Y. (2011). *Enfoque por competencias: una propuesta para el currículo de formación de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional.*

Universidad Nacional. (2005). *Plan de Estudios Carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática con salida lateral al Profesorado*.

ISBN 978-9968-641-33-3

Construyendo valores a través de competencias o habilidades específicas en las clases de Matemáticas

Steven Quesada Segura
Universidad Nacional de Costa Rica
steven_09_11@hotmail.com

Resumen: En el presente documento se desarrolla una serie de actividades con el fin de poder fomentar de forma transversal la ciudadanía en las clases de Matemática. En la primera parte encontraremos una breve descripción del enfoque principal del currículo, los fines de la educación costarricense, en la segunda parte se detallaran los principales conceptos del planteamiento de la clase.

Palabras claves: valores éticos, habilidades matemáticas, currículo.

Introducción

Esta investigación surge de una asignación del curso de Algebra Abstracta de la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática Universidad Nacional de Costa Rica, con el fin de visualizar la importancia de inculcar valores éticos en los futuros educadores y debatir sobre los principales problemas que se presentan en esta área al momento de ejercer profesionalmente.

El propósito es brindar alternativas para el desarrollo de valores éticos en los estudiantes de secundaria, en donde por medio de casos presentados por los expositores se descubran diversas maneras de aprender valores implícitos en diversas temáticas o en el desarrollo de habilidades matemáticas, además se discutirán diferentes competencias matemáticas asociadas a dichos valores y se identificaran los principales factores éticos que determinan la toma de buenas o malas decisiones en el quehacer educativo como docentes.

1. Enfoque principal del currículo en Matemática y fines de la educación costarricense

Lo que se pretende en este nuevo programa es la contextualización de los problemas, por lo que el enfoque principal del mismo es la resolución de estos, esto debido a que anteriormente era muy pocas las veces en que los docentes utilizaban problemas adaptados al contexto del estudiante, por lo cual no le veía sentido a la matemática.

La estructura utilizada en el desarrollo de los problemas es homologa a la sugerida por el famoso matemático Pólya, según Alfaro (2006).

George Pólya fue un gran matemático que nació en Budapest en 1887 y murió en Palo Alto California en 1985. A lo largo de su vida generó una larga lista de resultados matemáticos y, también, trabajos dedicados a la enseñanza de esta disciplina, sobretodo en el área de la Resolución de Problemas. La posición de Pólya respecto a la Resolución de Problemas se basa en una perspectiva global y no

ISBN 978-9968-641-33-3

restringida a un punto de vista matemático. Es decir, este autor plantea la Resolución de Problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria.

Comparación de lo propuesto por el Ministerio de Educación Pública y los pasos sugeridos por George Pólya

Propuesto por el MEP	Pasos sugeridos por George Pólya
Propuesta de un problema	Comprender el problema
Trabajo estudiantil independiente	Concebir un plan
Discusión interactiva y comunicativa	Ejecutar el plan
Clausura o cierre	Examinar la solución

Es claro que en nuestra clase de Matemática debemos de formar personas integras, con diversas competencias las cuales, entre las cuales podemos destacar los Fines de la Educación, según el Ministerio de Educación Pública (2012) estos corresponden a:

- La formación de ciudadanos amantes de la patria, conscientes de sus deberes, de sus derechos y de sus libertades fundamentales, con profundo sentido de responsabilidad y de respeto a la dignidad humana.
- Contribuir al desenvolvimiento de la personalidad humana.
- Formar ciudadanos para una democracia en que se concilien los intereses del individuo con los de la comunidad.
- Estimular el desarrollo de la solidaridad y de la comprensión humana.
- Conservar y ampliar la herencia cultural, impartiendo conocimientos sobre la historia del hombre, las grandes obras de la literatura y los conceptos filosóficos fundamentales.

2. Conceptos básicos en el planeamiento de clases de secundaria en Costa Rica

En Costa Rica, en mayo del 2012 fue aprobado el nuevo plan de estudio de Matemática para primaria y secundaria con el cual se pretende que los estudiantes vean realmente la aplicación de ésta en la vida real, Ruiz (2013) afirma que este currículo asume como enfoque principal la construcción de capacidades cognitivas superiores por medio de la resolución de problemas con especial énfasis en contextos reales y que se trata de una estrategia para la mediación pedagógica.

Los conceptos básicos en este nuevo programa son: habilidades, competencia, procesos, ejes disciplinares, actitudes y creencias. Iniciaremos resumiendo la definición de cada uno de ellos:

- Habilidades: Las habilidades en este currículo se clasifican en dos, habilidades específicas y habilidades generales. Las habilidades específicas son las capacidades que posee un estudiante para comprender un conocimiento (concepto o procedimiento), estas son desarrollables a corto plazo; en síntesis corresponde a la adquisición que pueda tener los estudiantes de un determinado tema. Las habilidades generales corresponde a la generalización o combinación de las habilidades específicas (Ministerio de Educación Pública, MEP, 2012, p. 14).

- Competencia: Se define como la capacidad de los estudiantes para aplicar conocimientos y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones. Lo anterior se desarrolla de forma continua y no como algo que una persona tiene o no tiene. Si lo adaptamos directamente a

ISBN 978-9968-641-33-3

Matemática, hablaríamos de competencia Matemática, la cual corresponde a la capacidad que tenga un estudiante de comprender, formular y analizar conceptos matemáticos en diferentes contextos.

- Procesos matemáticos: Son aquellas actividades que se realizan las personas en las distintas áreas matemáticas. En los programas se subdividen cinco categorías básicas: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar.
- Ejes disciplinares: buscan responder a debilidades existentes pero también posicionar la Educación Matemática que se desarrolla en el país con estándares internacionales. La acción de los cinco ejes en todos los años educativos contribuye a la integración vertical del currículo, especialmente por medio de la resolución de problemas y la contextualización activa que buscan articular todo el plan de estudios. Los ejes disciplinares específicamente son: actitudes y creencias, historia de las matemáticas, contextualización activa, tecnologías y resolución de problemas.
- Actitudes y creencias: En las lecciones de Matemáticas son determinantes la motivación y el interés y en general todas las dimensiones afectivas, por tal razón en este programa se adopta aquí una visión integral y humanista sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemática. No se pueden crear actitudes y creencias positivas hacia los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemática sin que los programas las incorporen de forma explícita y ofrezcan medios pedagógicos en esa dirección (Ministerio de Educación Pública, MEP, 2012, p. 37).

  Las principales actitudes y creencias que se pretenden crear con este programa son: perseverancia, confianza en la utilidad de la Matemática, participación activa y colaborativa, autoestima en relación con el dominio de las Matemáticas, respeto, aprecio y disfrute de la Matemática.

3. Conocimiento y habilidades específicas que se pretenden desarrollar

Conocimiento	Habilidades específicas
La estadística	Analizar información estadística que ha sido resumida y presentada en cuadros, gráficas u otras representaciones vinculadas con diversas áreas.
Función Logarítmica	Desarrollar las principales características de la función logarítmica como dominio, codominio, ámbito, Intersección con los ejes y monotonía.

4. Presentación y desarrollo de las actividades

ISBN 978-9968-641-33-3

Actividad 1: *Aprendiendo a analizar gráficas*

Tema: Estadística

Contenido: Análisis de gráficas

Objetivo general: Analizar información estadística que ha sido representada en cuadros, gráficas u otras representaciones vinculadas con diversas áreas.

Objetivos de la actividad:

- Interpretar la información presente en las gráficas estadísticas.
- Analizar la información presente en las gráficas estadísticas.
- Conocer la importancia de la presentación de la información mediante gráficas en diversos campos.

Materiales:

Noticias donde se utilicen la presentación de información mediante gráficas o cuadros.

Estos materiales deberán ser entregados por el docente a sus estudiantes o bien solicitarles con antelación al grupo los materiales donde se aplicará la actividad.

Nivel: Séptimo año.

Rol del docente: Guía de la actividad.

Tiempo probable: Dos lecciones.

Actividad Propuesta

Actividad inicial:

El docente les plantea a los estudiantes varias noticias tomadas del periódico La Nación (adjuntadas al final de este documento), las cuales deberán cumplir con el objetivo de comprender la información presente en la noticia mediante el análisis de los datos resumidos en las gráficas.

Actividad desarrollo:

En subgrupos de al menos cinco personas, se pretenderá que los estudiantes analicen la noticia completa, enfocándose principalmente en analizar la información presentada en las gráficas.

Para ello el docente les facilitará una serie de preguntas basadas en las noticias, de la cual se basara la exposición.

ISBN 978-9968-641-33-3

Guía basada en las noticias

Instrucciones: Realice una lectura analítica de la noticia entregada por el docente, además responda de forma clara y completa las preguntas planteadas.

- Realice un pequeño resumen de la noticia
- ¿Qué tipos de gráficas que involucra la noticia?
- ¿Qué información transmite los gráficas presentadas en la noticia?
- ¿Es importante interpretar la información de las gráficas para su uso en la vida cotidiana?
- ¿Qué soluciones se pueden plantear para la situación presentada en la noticia?

Actividad final:

Cada subgrupo tenderá que exponer su noticia basadas en las preguntas dadas anteriormente.

Actividad de evaluación:

Como actividad de evaluación el docente, realizará unas preguntas para reforzar los conocimientos a sus estudiantes, tales como:

- ✓ ***¿Cómo interpretar la información presente en las gráficas?***
- ✓ ***¿Cuál es la importancia de la presentación de la información mediante el uso de gráficas?***

Pasos para una lección propuestos en los nuevos programas de matemáticas del MEP

1. **Propuesta de un problema**

   Las noticias planteadas al inicio de la clase realmente cumplen con su propósito de analizar e interpretar la información de distintos gráficas utilizados en diferentes campos. El docente puede valerse de la contextualización ofrecida para incluir concientización del ambiente, política y ahorro.

2. **Trabajo estudiantil independiente.**

   Ya que los estudiantes tienen experiencia utilizando la presentación de información estadística (gráficas) en primaria, es conveniente que para el análisis de la situación propuesta se les permita intentarlo de manera individual en un primer momento. Esta fase tiene el propósito de permitirles a los estudiantes realizar un esfuerzo personal por interpretar los datos que brinda el problema, entender lo que se les solicita en él, y plantearse sus propias estrategias para resolverlo.

3. **Discusión interactiva y comunicativa**

   El docente motiva la creación de grupos de trabajo en la clase para que los estudiantes comenten los procedimientos que utilizaron y compartan entre ellos las soluciones que obtuvieron.

4. **Clausura o cierre**

   En la actividad de evaluación propuesta al final de la clase, se pretende que esta etapa argumente lo aprendido, pero ahora con el grupo completo participando. El docente aprovechará este momento para detallar en los puntos más importantes de esta actividad, y mostrar las diferentes

ISBN 978-9968-641-33-3

interpretaciones que puedan surgir en este tipo de análisis, para luego justificar la escogencia de una interpretación como válida.

Actividad 2: *Teatro en Matemática*

Tema: Funciones

Contenido: Función Logarítmica

Objetivo general: Desarrollar las principales características de la función logarítmica como dominio, codominio, ámbito, Intersección con los ejes y monotonía.

Objetivos de la actividad:

- Desarrollar habilidades por medio del teatro en relación con la matemática.
- Analizar la importancia de la función logarítmica por medio de una situación problema.
- Promover los valores culturales por medio de las matemáticas

Materiales:

Guion dado por el docente

Nivel: Decimo año

Rol del docente: Guía de la actividad.

Tiempo probable: Dos lecciones.

Actividad Propuesta

Actividad inicial:

El docente les propone con anterioridad un guion en donde participen cierta cantidad de estudiantes, este guion involucra una situación problema la cual es necesaria los logaritmos en donde la obra se presenta al inicio de la clase.

Actividad desarrollo:

El docente retoma la situación planteada en la obra de teatro, la cual es el siguiente problema

> *Recientes investigaciones médicas sugieren que el riesgo R (dado con un porcentaje) de tener un accidente al conducir un vehículo puede presentarse por medio de la ecuación R=*e^{kx}*, donde x es la concentración variable de alcohol en la sangre y k es una constante, Suponiendo que una concentración de alcohol en la sangre de 0,04 da como resultado un riesgo del 10% de tener un accidente, resolviendo la ecuación exponencial la variable K resulta ser 12,77*

– ¿Cuál es el porcentaje de riego de un accidente al conducir un automóvil con 0.17 de alcohol en su sangre?

ISBN 978-9968-641-33-3

- ¿Cuál es el número de alcohol en la sangre para poder tener un 100%?

Esta situación problema puede trabajar en subgrupos o de forma independiente, su solución será un poco fácil en la primera pregunta pues sus bases son las funciones exponenciales.

Actividad final:

Cada subgrupo de estudiantes tenderá que exponer sobre la posible solución plantea, en donde el docente juega una papel de guía para el aprendizaje.

Actividad de evaluación:

Como actividad de evaluación el docente, realizará unas preguntas para reforzar los conocimientos a sus estudiantes, tales como:

- ✓ ***¿Cómo interpretar la información presente en las gráficas?***
- ✓ ***¿Cuál es la importancia de la presentación de la información ?***

Pasos para una lección propuestos en los nuevos programas de matemáticas del MEP

1. **Propuesta de un problema**

   El teatro es de suma importancia pues se desarrolla habilidades y destrezas, además la cultura de asistir al teatro y tener la experiencia de jugar el papel de actor.

   La situación problema se presenta en la obra de teatro es ahí donde se plantea, para que luego los estudiantes la interioricen.

2. **Trabajo estudiantil independiente.**

   Ya que los estudiantes tienen experiencia de haber calculado imágenes de funciones, además el tema anterior es función exponencial.

3. **Discusión interactiva y comunicativa**

   El docente motiva la creación de grupos de trabajo en la clase para que los estudiantes comenten los procedimientos que utilizaron y compartan entre ellos las soluciones que obtuvieron.

4. **Clausura o cierre.**

   En la actividad de evaluación propuesta al final de la clase, se pretende que esta etapa argumente lo aprendido, pero ahora con el grupo completo participando. El docente aprovechará este momento para detallar en los puntos más importantes de esta actividad, y mostrar las diferentes interpretaciones que puedan surgir en este tipo de funciones, para luego justificar la escogencia de una interpretación como válida.

Conclusiones

La importancia de la formación ética en las personas es de suma importancia debido a que contribuye a formar una sociedad más civilizada, está formación ética inicia desde la familia en los primeros años de vida en donde los padres de familia inculcan valores, luego el sistema educativo intenta en lo posible seguir desarrollando esta área para formar personas integrales, en la parte de primaria y secundaria

ISBN 978-9968-641-33-3

podemos ver que el MEP imparte áreas como la música, artes, educación para el hogar en donde su principal función es incorporar valores de distintas áreas para fortalecer al ética en las personas, pero es claro que se quedan muy cortos estos intentos pues vemos como las más grandes entidades públicas fallan estos valores.

La incorporación de obras de teatro en la enseñanza de matemáticas es una buena estrategia para integrar la ciudadanía, pues en ella se puede enseñar historia, conceptos matemáticos, descubrimientos, aplicaciones entre otros. Además incluir implícitamente temas como la cultura, el recate de valores a la hora de trabajar en grupo, habilidades de forma de expresión en público, proyección de voz y otros más se promueven gracias al teatro, a partir de todo esto se puede formar una persona integrales sin dejar de lado el concepto matemático, esta propuesta puede ser al inicio de la clase para comenzar un tema o en el festival estudiantil de las artes en donde se pueda tomar en cuenta como un trabajo extra clase.

Es claro que existen muchas maneras de desarrollar la ciudadanía en las matemáticas pero eso solo depende del desarrollo docente en las clases pues es el único formador, además debemos de formar personas para la vida no mentes que solo funcionen para el desarrollo de algoritmos, nuestra sociedad ocupa ser más integral pues los problemas actuales no son matemáticos sino de tomar buenas decisiones para la vida, debido a que las consecuencias pueden ser graves.

Bibliografía

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. [Versión electrónica]. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1(1).

Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012). *Programas de estudio en Matemáticas para la Educación general Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.

Núñez, R. (2007). *Taller de estadística y probabilidad: juegos y trabajos para afianzar conceptos*. España: Íttakus, sociedad para la información, S.L. Recuperado de http://matematicas11.ucoz.com/Rau_Nunez_Cabello-TALLER_DE_ESTADISTICA_ Y_ PROBABIL.pdf

Ruiz, A. (2013). *Historia y tecnología en la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM) 15-19 de julho de 2013, UFSCar, São Carlos, SP, Brasil. Recuperado de http://www2.dm.ufscar.br/anais/artigoscompletos/Paper_ARuiz_Final.pdf

Vanegas, Y., Giménez, J. (2011). *Futuros profesores de matemáticas y ciudadanía. Universidad de Barcelona. España*. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2284/supp/2284-6132-1-SP.pdf

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Didáctica de la resolución de problemas en los primeros ciclos de la Educación General Básica, dentro del contexto de los nuevos programas de estudio MEP-2012

Máster Eric Padilla Mora
epadilla@uned.ac.cr
Magister Allan Gen Palma
agen@uned.ac.cr
Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica

Resumen: Este taller pretende que los participantes empleen, bajo el enfoque de los nuevos Programas de Estudio del Ministerio de Educación Pública (MEP-2012), los diferentes aspectos de la Didáctica de la solución de problemas en el primer y segundo Ciclo de la Educación General Básica. Para ello se plantean diferentes situaciones de la vida cotidiana de las cuáles se extraen problemas.

Palabras claves: Didáctica, resolución de problemas.

Objetivo General

Implementar la metodología de solución de problemas, en la materia de Matemática, con docentes de primer y segundo Ciclo de la Educación General Básica a la luz de la propuesta del Ministerio de Educación Pública.

Objetivos Específicos

- Analizar diversos aspectos generales de la didáctica de la resolución de problemas y el Programa de Estudio del MEP.
- Discutir generalidades sobre las principales dificultades de la implementación de la resolución de problemas en las lecciones de Matemática.
- Aplicar la metodología de la resolución de problemas a los contenidos y las habilidades del primer y segundo Ciclo de la Educación General Básica.
- Analizar, de acuerdo con el criterio de los docentes participantes, la pertinencia de las habilidades y contenidos implícitos en los problemas propuestos.
- Valorar la pertinencia de la guía propuesta para el control de avance de cada estudiante en la solución de problemas de acuerdo con el criterio de algunos docentes participantes.

ISBN 978-9968-641-33-3

Recursos y Materiales

Un proyector de pantalla (video Beam).

Una computadora personal o portátil.

Un rota folio.

Hojas con lista de ejercicios y problemas para cada participante.

15 marcadores de tres colores diferentes. (negro, azul y rojo)

20 pliegos de papel periódico.

Cinta adhesiva.

25 lápices, 5 lapiceros, 5 borradores y 5 sacapuntas.

5 reglas de 30 cm o más longitud.

Cantidad máxima de participantes: 20.

Introducción

Este taller pretende estimular las destrezas y habilidades en la solución de problemas fundamentándose en la Didáctica, con el fin de que los docentes hagan uso de estos de forma tal que generen un aprendizaje significativo en los estudiantes. Según cita Méndez, (2008) para Ausubel el aprendizaje significativo es "un proceso por medio del que se relaciona nueva información con algún aspecto ya existente en la estructura cognitiva de un individuo y que sea relevante para el material que se desea aprender". (Méndez, 2008, p. 91)

De esta manera se pretende apoyar a los docentes participantes en el diseño de actividades y estrategias metodológicas que le permitan, al implementar la resolución de problemas, favorecer su proceso de enseñanza y el de aprendizaje de los estudiantes.

Contenidos

Los contenidos a tratar en el taller son:

- La Didáctica de la resolución de problemas.
- Resolución de problemas.
- Operaciones aritméticas.
- Control de avance para los estudiantes en la solución de problemas.

Metodología

Se realizará una breve introducción sobre la didáctica de la resolución de problemas según los Programas de Estudio del MEP, así como de lo planteado por diversos investigadores en cuanto a los problemas y su resolución, para ello se elaborará una presentación en *Power Point*. Además, se plantea la solución de algunos problemas empleando dichos aspectos didácticos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Luego, en grupos, los participantes procederán a la discusión y resolución de al menos 10 problemas (la conformación de los grupos se hará empleando la técnica Phillips 66), esto a la luz de lo propuesto por el MEP y de acuerdo con lo discutido en la introducción. Además, se analizará la pertinencia o no de la guía para el "control de avance de cada estudiante en la solución de problemas" diseñado por los expositores.

Guía para analizar el avance de los estudiantes ante la resolución de problemas

<table>
<tr><td colspan="5">Nombre del estudiante:____
Sección: _____________. Fecha:_________________
Problema planteado:____
____</td></tr>
<tr><td colspan="3">Instrucciones: de acuerdo con lo realizado por el estudiante, marque con una x según corresponda a cada criterio.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Criterio</td><td>Sí</td><td>No</td></tr>
<tr><td colspan="3">1. Hay evidencia que permita asegurar que, al menos, intentó resolver el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">2. Al leer el problema logró comprenderlo</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">3. Reconoció los datos relevantes en el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">4. Traduce al lenguaje numérico y operatorio el enunciado verbal del problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">5. Justifica el porqué de la estrategia empleada en la solución</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">6. Expone sus ideas, de solución, de forma clara</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">7. Perseveró en la búsqueda de la solución</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">8. Resolvió el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">9. La solución final del ejercicio es correcta</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">10. La respuesta dada contiene precisión del lenguaje y guarda relación con la interrogante planteada</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Criterio</td><td>Siempre</td><td>Casi siempre</td><td>Algunas veces</td><td>Nunca</td></tr>
<tr><td>11. Argumenta de forma clara el porqué de la elección de cierto dato como relevante</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12. Las operaciones que propone tienen relación con el enunciado del problema</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13. Las operaciones que propone las resuelve de forma correcta</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia, con base en instrumentos aplicados en el proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, UNED, 2013

Posteriormente cada uno de los grupos expondrá las estrategias de solución de al menos tres de los problemas, y realizará una propuesta didáctica, tomando en cuenta lo planteado por el MEP y los diversos investigadores, sobre cómo implementaría dichas actividades en un grupo de estudiantes de primer o segundo ciclo de la Educación General Básica, analizando el para qué conocimientos y para cuáles habilidades, de manera que le permita favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

ISBN 978-9968-641-33-3

Guía de trabajo para el taller sobre Didáctica de la resolución de problemas en el primer ciclo dentro del contexto de los nuevos programas de estudio MEP-2012

	Actividad a realizar	Tiempo estimado
1.	Presentación en *Power Point*, en donde se analizan diversos aspectos relacionados con la didáctica de la resolución de problemas.	15 min
2.	Presentación en *Power Point*, de ciertos problemas para que a partir de la propuesta didáctica los participantes con ayuda de los expositores implementen dichas estrategias.	10 min
3.	Se harán grupos de un máximo de 5 integrantes, para la formación de los mismos se utilizará el método Phillips 66.	5 min
4.	Entrega de una hoja con el enunciado de al menos 10 problemas de acuerdo con los conocimientos propuestos en los Programas de Estudio del MEP para primer y segundo ciclo. Luego los participantes del grupo de trabajo propondrán soluciones, adecuada para la comprensión de un estudiante del ciclo respectivo. Discusión y análisis la pertinencia o no de la guía para el "control de avance de cada estudiante en la solución de problemas" diseñado por los expositores	40 min
5.	Después de resolver los problemas, a cada grupo se le asignarán 3 de éstos para que propondrán las estrategias didácticas que implementarían con sus estudiantes en el proceso de solución, dichas propuestas serán discutidas en plenaria. Para ello deberán escribir las soluciones en un pliego de papel periódico para ser expuestos en el rota folio.	20 min

Problemas propuestos

Nivel I Ciclo de la Educación General Básica

a) Considere la siguiente expresión.

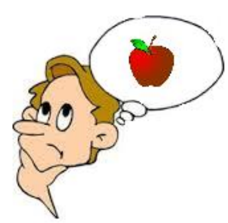
"En cierta clase se tiene que la cantidad de hombres es mayor que la de mujeres."

Escriba una frase equivalente a la anterior, pero empleando otras palabras.

Este tipo de actividades permiten identificar si hay o no comprensión tanto de la lectura como del problema, además involucra el concepto de mayor que y el de menor que, así como el fortalecimiento del uso de lenguaje matemático.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: comparar números menores que 100 utilizando las relaciones de orden (sin utilizar símbolos >, <, =) (p.97).

b) Al resolver cierto problema sobre manzanas, Juan planteó la siguiente operación $43+25=$ _________. Proponga el problema que quizá está resolviendo Juan[1].



Con este problema se pretende estimular la creatividad e imaginación de los estudiantes, a la vez que involucra el concepto de la suma.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver problemas y operaciones con suma y restas de números naturales cuyos resultados sean menores que 100. Utilizar correctamente los símbolos =,+ y – (p.99).

[1] Las imágenes usadas en este documento han sido tomadas y modificadas de google.com

ISBN 978-9968-641-33-3

c) Considere la siguiente información

“En una tienda hay 40 pantalones de la misma marca.

Cinco son de color café, diez de color azul y el resto de color negro”

Con base en ella escriba dos preguntas que puedan ser contestadas con los datos suministrados.

Esta situación propicia la creatividad en el estudiante y le permite trascender en las situaciones que se le presentan como modelo de resolución de alguna problemática.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver problemas y operaciones con suma y restas de números naturales cuyos resultados sean menores que 100. Utilizar correctamente los símbolos =,+ y – (p.99). Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división (p.110).

d) Si se tiene que repartir 20 chocolates entre cinco personas ¿Cuántos chocolates recibe cada persona?

Esta es una situación en la cual no hay una respuesta única, ya que busca concientizar al estudiante en que no se menciona el cómo deben ser repartidos dichos chocolates. Además, es un ejercicio ideal para romper estructuras de pensamiento no deseadas.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división (p.110)

e) A una actividad han asistido 36 personas. Después de repartir cierto número de caramelos, entre todos los presentes, a cada uno le correspondió cuatro ¿Cuántos caramelos habían en total?

Este problema es de aplicación del concepto de operaciones aritméticas básicas en particular la división y multiplicación.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: identificar la división como reparto equitativo o como agrupamiento. Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división (p.110).

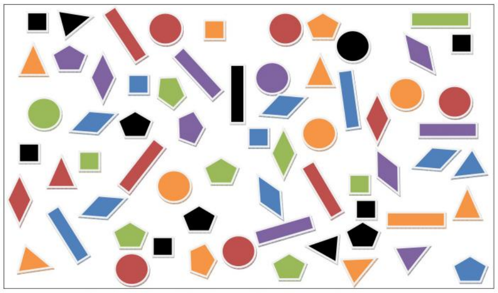
f) En la granja del abuelito de Juan se han recolectado 87 huevos y en la de Karla, su tía, se han recolectado 64 huevos. Si se le solicita a Juan que empaque todos los huevos de ambas granjas en grupos de 10 ¿Cuántos grupos de huevos hace Juan?

Este problema requiere que el estudiante aplique las operaciones básicas suma, división y multiplicación. Además por la naturaleza del problema se puede emplear el concepto de relación o correspondencia para representar la cantidad de huevos con otros objetos que pueden ser obtenidos con mayor facilidad y que no requieren de tanta inversión y cuidado.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: identificar el valor posicional de los dígitos de un número menor a 100 000 (p.108). Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división. (p.110)

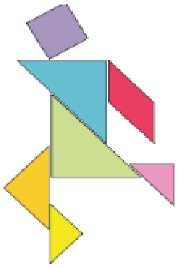
ISBN 978-9968-641-33-3

g) Considere la siguiente figura[2]



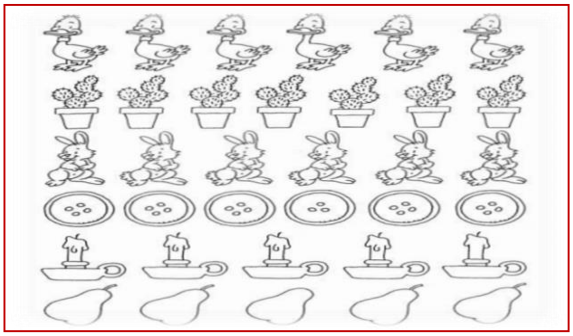
Con base en ella:

a) Haga una C sobre cuatro círculos de diferente color.
b) Haga una T sobre cuatro regiones triangulares de diferente color.
c) Haga una R sobre tres regiones rectangulares del mismo color.
d) Haga una X sobre cuatro regiones pentagonales.
e) Será posible con las figuras dadas en la imagen anterior, construir una figura similar a la siguiente. Si se puede constrúyala y si no es posible justifique su respuesta.



Este tipo de actividades pretenden que el estudiante identifique figuras geométricas específicas de un fondo compuesto por gran variedad de figuras geométricas. Además propicia la observación y el razonamiento lógico matemático.
Posibles habilidades según el Programa de Estudio: componer figuras utilizando cuadriláteros y triángulos (p.125). Clasificar polígonos según el número de lados (p.128).

h) Observe la siguiente figura[3]



[2] Imagen tomada de http://www.orientacionandujar.es/fichas-mejorar-atencion/
[3] Imagen tomada de http://www.educa.madrid.org/cms_tools/files/fa6c8332-9b1b-44a9-a72b-3a1ffce215e0/Fichas_desarrollo_de_la_inteligencia_1%C2%BA.pdf

ISBN 978-9968-641-33-3

Si en cada fila hay un dibujo que presenta una diferencia respecto a los otros, colorea el detalle que hace la diferencia.

Esta situación pretende estimular la observación detallada y distinguir en una figura lo que es el fondo y lo que es la figura.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones (p.153)

Con relación al concepto perceptual fondo-figura los psicólogos de la Gestalt y propiamente Kurt Doffka (1935):

> …al oponerse al estructuralismo-atomista, que presuponía la suma de elementos más simples para formar una percepción, postulaban la acción de unas fuerzas organizativas, las cuales determinaban que el todo fuese algo más y distinto de la suma de las partes.

Las investigaciones que utilizaban el Ganzfeld (campo homogéneo de estimulación) habían mostrado que para que tenga lugar la percepción, se requiere un contraste en la estimulación, cierta heterogeneidad. La Psicología de la Gestalt (Koffka, 1935) añadió que la igualdad de estimulación produce fuerzas organizativas de cohesión (asimilación), mientras que la desigualdad de estimulación daba lugar a fuerzas organizativas de segregación (contraste).

- Asimilación: tendencia a minimizar las diferencias entre algunos elementos.
- Contraste: tendencia a exagerar las diferencias entre algunos elementos. (p.7)

i) Analice cada una de las siguientes expresiones e indique si es falsa o verdadera

a) “Si hace sol entonces no hay nubes”
b) “Si Lucía fue al médico y éste le recetó tomar 4 pastillas, una pastilla cada 6 horas. Si se sabe que Lucía hace caso al médico, entonces tardará 24 horas en tomar todas las pastillas”
c) “Al sumar dos números naturales pares se obtiene como solución otro número par”

El empleo de este tipo de proposiciones estimula el análisis de situaciones cotidianas y la argumentación, además pueden verificarse con relativa facilidad.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones (p.153)

j) Considere la siguiente figura en la cual se presenta una serie de ilustraciones[4].

Recorte cada una de las imágenes y ordénelas de manera que se establezca una secuencia lógica en cada fila.

[4] Imagen tomada y modificada de: http://laboresdeestherparalospequesdecasa.blogspot.com/2011/11/secuencias-para-los-peques.html

ISBN 978-9968-641-33-3

Este tipo de actividades se pretende que el estudiante establezca relaciones lógicas al ordenar secuencialmente situaciones cotidianas de su entorno.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones. (p.153)

k) En un juego con dados los jugadores lanzan un dado dos veces y cada uno suma lo obtenido en cada lanzamiento. Gana quien o quienes al sumar obtengan la mayor cantidad.

Tabla de registro de los lanzamientos y la suma

Juego 1	Juan	María	Carlos	Pedro	Ana	Karla	José	Pablo
Primer Lanzamiento								
Segundo Lanzamiento								
Suma								

Ganador o ganadores: ____

Tabla de registro de los lanzamientos y la suma

Juego 2	Juan	María	Carlos	Pedro	Ana	Karla	José	Pablo
Primer Lanzamiento								
Segundo Lanzamiento								
Suma								

Ganador o ganadores: ____

Discusión.

- La única forma de ganar será si obtengo un seis en el primer lanzamiento y otro seis en el segundo lanzamiento ¿Por qué?
- Es claro que pierdo si en primer lanzamiento obtengo un uno y en el segundo lanzamiento un dos ¿Por qué?
- Es claro que si en el primer lanzamiento obtengo un seis ya gané ¿Por qué?

Dicha situación permite realizar una serie de conjeturas que propician la incursión en los temas de las probabilidades, además de diversas operaciones básicas.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división (p.110). Identificar todos los posibles resultados al realizar experimentos simples. Identificar los conceptos de eventos más probables, igualmente probables o menos probables (p.173)

l) Si se lanza una moneda, con escudo y corona, tres veces ¿Cuántas veces podrá salir el escudo?

ISBN 978-9968-641-33-3

Al igual que la situación anterior esta permite realizar una serie de conjeturas que propician la incursión en los temas de las probabilidades.

Posible habilidad según el Programa de Estudio: identificar todos los posibles resultados al realizar experimentos simples. Representar los posibles resultados por enumeración o mediante diagramas (p.173)

m) Se solicita a los estudiantes que realicen encuestas sobre temas relacionados con los productos consumidos durante el recreo para hacer, si fuese necesario, propuestas de mejora en alimentación.

Con este tipo de actividades, además de proponer estrategias del cómo recolectar, tabular, graficar e interpretar la información, se pretende concientizar a los estudiantes sobre los productos consumidos y su aporte a una alimentación saludable. Bajo esta técnica son muchos los temas por investigar.

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: identificar datos cuantitativos y cualitativos en diferentes contextos (p.153). Plantear problemas del contexto estudiantil que puedan abordarse por medio de recolección y análisis de datos (p.170). Resolver problemas del contexto estudiantil utilizando la técnica de interrogación para la recolección de datos (p.170). Resumir los datos por medio de cuadros que incluyan frecuencias absolutas o gráficos de barras. Resumir e interpretar información utilizando la moda, el máximo y el mínimo de un grupo de datos. Utilizar los análisis estadísticos para comunicar de forma verbal y escrita los argumentos que dan respuestas a los problemas contextuales (p.171), entre otras habilidades.

Nivel II Ciclo de la Educación General Básica

1. Para cierta actividad María compró las flores que se muestran en la siguiente figura

Si debe colocar centros de mesa y cada centro de mesa debe contener a lo sumo cuatro flores, responda las siguientes situaciones

a) ¿Cuántos centros de mesa sería la mayor cantidad que podrá hacer si utiliza todas las flores compradas?

b) ¿Cuántos centros de mesa sería la menor cantidad que podrá hacer si utiliza todas las flores compradas?

c) Si en cada centro de mesa coloca tres flores ¿Cuántos centros de mesa hará?

d) Si hace cinco centros de mesa con cuatro flores, con el resto de flores ¿Cuántos centro de mesa podrá hacer?

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194). Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas (p.203).

2. Al resolver cierto problema sobre helados y galletas, María planteó la siguiente operación $450(15+8)+150(15+8)=$ _________. Proponga el problema que está resolviendo María.

ISBN 978-9968-641-33-3

Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194). Plantear y resolver problemas utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma (p.197)

3. Compré unos helados de igual precio. Si en total pagué 2 700 colones ¿Cuántos helados he comprado?

   Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver problemas utilizando el algoritmo de la división de números naturales (p.190). Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194)

4. Al ir al supermercado compré una sandía que pesaba ocho kilogramos. Al pagar con un billete de 2 000 colones me sobró 800 colones. Luego pasé por una verdulería en la cual se indicaba que el kilogramo de sandía vale 120 colones. En cuál lugar me saldría más barata la sandía de ocho kilogramos ¿En el supermercado o en la verdulería? ¿Por qué?

   Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver problemas utilizando el algoritmo de la división de números naturales (p.190). Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194)

5. Un grupo de 10 amigos se preparan para ir de paseo. Quieren llevar 2 emparedados para cada uno y un refresco para cada dos de ellos ¿Cuántos emparedados y cuántos refrescos es lo mínimo que deben llevar?

   Posible habilidad según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194)

6. Tres jóvenes deben cruzar un río que solo se puede hacer en bote. Sin embargo, el que tienen a disposición soporta una capacidad máxima de 130 kilogramos. Si el peso de los jóvenes es: 60, 65 y 80 kilogramos ¿Qué deben hacer para poder cruzar el río sin hundir el barco?

   Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194).

7. Para estimular a su hijo en el estudio de la matemática, un padre acuerda pagar a su hijo 800 colones por cada problema resuelto correctamente. También, le quitará 500 colones por cada incorrecto. Al final de los 26 problemas quedaron en paz ¿Cuántos problemas resolvió el hijo correctamente?

   Posibles habilidades según el Programa de Estudio: resolver problemas utilizando el algoritmo de la división de números naturales (p.190). Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales (p.194).

8. Haciendo uso solo del símbolo de la suma, coloque algunos entre estos números de manera que hagan cierta la igualdad

ISBN 978-9968-641-33-3

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 100$$

Posible habilidad según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y división de números naturales y con decimales (p.202)

9. Si tres cuartos de kilogramo de cierto tipo de carne cuestan 2 800 colones ¿Cuánto costará dos kilogramos de dicha carne?

   Posible habilidad según el Programa de Estudio: resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y división de números naturales y con decimales (p.202).

10. Escriba un número de tres cifras que satisfaga las siguientes tres condiciones a la vez

    1) Es par.
    2) Sus cifras suman 15.
    3) La cifra de las decenas es mayor que la de las unidades.

    Posibles habilidades según el Programa de Estudio: aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas (p.203).

11. Se quiere vestir una muñeca con pantalón y blusa. Sin embargo, se tiene cuatro pantalones de distinto color: rojo, blanco, café y negro; además tres blusas, una de color verde, otra amarilla y una azul. Si se desea hacer diferentes combinaciones con todos los pantalones y las blusas ¿Cuántas combinaciones diferentes puede hacerse?

    Además, si los pantalones se meten una caja y sin ver se mete la mano para sacar un uno ¿Cuál es la probabilidad que al sacarlo este sea de color rojo?

    Posibles habilidades según el Programa de Estudio: representar eventos mediante la identificación de sus puntos muestrales (p.217). Determinar la probabilidad de un evento como la probabilidad de resultados favorables del evento entre el total de resultados. (p.280)

12. Observe la siguiente figura.

    Con base ella si se quieren ordenar las pesas de menor a mayor según su peso, el número que le corresponde a cada una de las siguientes pesas para que queden de menor a mayor corresponde a

    Posible habilidad según el Programa de Estudio: aplicar las diversas medidas en la resolución de problemas que se presenten en situaciones ficticias y del entorno (p.254)

ISBN 978-9968-641-33-3

Problema para ser analizado y discutido en el taller con los participantes

En un torneo escolar cada nivel o grado, debe tener participación en tres deportes: fútbol, atletismo y natación. En el caso del fútbol, se hará un equipo por nivel el cual jugará un partido con cada uno de los restantes equipos, para en atletismo y natación habrá solo un representante por nivel. Además se sabe que:

- Por cada partido de fútbol ganado se obtienen tres puntos, por el empate se obtiene un punto y cero puntos por cada partido perdido.
- Cada carrera de atletismo equivale a cinco puntos para el primer lugar, tres puntos para el segundo lugar y un punto para el tercero.
- Cada competencia de natación equivale a cinco puntos para el primer lugar, tres puntos para el segundo lugar y un punto para el tercero.

Durante el proceso, en una pizarra, se diseñó una única tabla de puntuaciones que contendría los puntos obtenidos por cada grado. Sin embargo, al finalizar el evento, sin intención, un estudiante distraído borró algunos datos y la tabla quedó tal como se muestra a continuación.

Tabla de puntuaciones torneo 2014						
	Primero	**Segundo**	**Tercero**	**Cuarto**	**Quinto**	**Sexto**
Fútbol	2	7	7	3	9	15
Atletismo	3	5		1	3	
Natación		1	5	1		3
Puntaje total	8		13		17	23

Un docente que se percata de la situación llama a usted para que le ayude a completar la información de la tabla y así hacer la premiación final ¿Cuáles datos completan la tabla?

Al siguiente día y aprovechando la información que aún estaba en la tabla de puntuaciones un docente plantea a los estudiantes.

De acuerdo con los datos que se brindan en la tabla responda cada una de las siguientes interrogantes

a) ¿Cuántos partidos de fútbol se jugaron?

b) ¿Cuántas carreras de atletismo hubo?

c) ¿Cuántas competencias de natación hubo?

d) ¿Cuántos puntos obtuvo el grupo de tercero en atletismo?

e) ¿En qué lugar llegaron los estudiantes de tercero en las competencias de Natación?

f) ¿Cuántos partidos de fútbol ganaron los estudiantes de segundo?

ISBN 978-9968-641-33-3

g) En cuántas competencias de natación llegaron los estudiantes de tercero en primer lugar.

h) En cuáles disciplinas deportivas los estudiantes de primero obtuvieron un segundo lugar.

i) En cuáles disciplinas deportivas los estudiantes de sexto obtuvieron el primer lugar.

j) Realice un gráfico para representar el puntaje total obtenido por los grupos en el torneo.

k) Realice una tabla ordenando en forma descendente los grupos tomando como criterio el puntaje total.

l) ¿Cuál grupo fue el ganador de la competencia? ¿Por qué?

m) Determine las posibles habilidades por desarrollar.

Bibliografía

Koffka, K. (1935). Principios de la psicología de la Gestalt. Recuperado de http://www.ub.edu/pa1/node/60

Méndez, Z. (2008). Aprendizaje y cognición. San José, Costa Rica. Editorial EUNED.

MEP. (2012). Programas de Estudio en Matemáticas. Costa Rica.

ISBN 978-9968-641-33-3

Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza de la geometría en décimo año mediante la resolución de problemas

Eithel Eduardo Trigueros Rodríguez
Universidad Nacional de Costa Rica
eitheltr@gmail.com

Resumen: Se presenta el diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje de la Geometría en décimo año de la educación costarricense, aplicando la estrategia metodológica de la resolución de problemas. Esta unidad corresponde al resultado de un proyecto final de graduación de la licenciatura en Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Palabras claves: Resolución de problemas, material didáctico, estudiante, profesor.

Justificación

La principal razón para el diseño de este proyecto fue crear un texto que sirva como guía para los estudiantes y profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática que incorpore la metodología, disposiciones y contenidos del nuevo programa del MEP. Chevallard (1997), en su teoría de la transposición didáctica, expresa que la puesta en texto del conocimiento es un paso necesario dentro del proceso de transposición de los saberes (transformación que sufre el conocimiento desde que es creado hasta que es enseñado). Por esto los materiales didácticos constituyen una herramienta importante dentro del desarrollo de las lecciones, ya que proveen de una guía que le muestra al profesor una referencia en cuanto a la profundidad de los temas que se desarrollan.

Además, se escoge la metodología de resolución de problemas con el fin de que la unidad permita que "los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de los procesos que involucran la problematización de los contenidos en estudio" (Camacho y Santos, 2004, p. 45).

Sumado a la construcción de conocimiento que pueden realizar los estudiantes, esta metodología ha sido impulsada por organizaciones como la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2012) que afirman que la resolución de problemas debe estar presente como un proceso principal en la enseñanza de las matemáticas. Además el cambio de metodología impulsado por el Ministerio de Educación Pública (MEP) en el que se recomienda la resolución de problemas como método principal de enseñanza, permite crear este tipo de material didáctico que sea de utilidad para los docentes de secundaria.

Bajo estas premisas se planteó el siguiente objetivo específico: Diseñar una unidad didáctica para el aprendizaje de la Geometría en décimo año de la Educación Costarricense, en la que se aplique la estrategia metodológica de la resolución de problemas.

Marco teórico

Para diseñar la unidad didáctica se adoptó una posición respecto a qué es un problema. Por esta razón se comparte el criterio de Torres (2006) quién afirma que los problemas:

ISBN 978-9968-641-33-3

> […] son aquellos que hacen referencia a contextos ajenos a las Matemáticas propiamente dichas, los que llevan dentro una cierta ‘historia’ que se puede contar. […] serían una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad. (p.6)

Es importante destacar algunos aspectos en esta definición que fueron considerados dentro de la unidad. En primer lugar, la riqueza que da la contextualización a una situación problemática, pues, como lo menciona la autora, los problemas deben incluir este componente. Es por esto que cada guía que se creó en la unidad, inicia con un problema principal puesto en un contexto al cuál se le agregan otros problemas de profundización que pueden estar contextualizados o no.

El segundo aspecto que se deriva de la definición de Torres (2006) es que se marca una gran diferencia entre un problema y un ejercicio, pues un ejercicio es aquella actividad donde la solución se obtiene por utilizar un algoritmo ya conocido por el estudiante y que lo puede aplicar de manera directa e inmediata, mientras que en un problema esto no es posible. El programa de estudio del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2013) también proporciona una diferencia entre un problema y un ejercicio, pues define un problema matemático como aquella tarea que “busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos” donde el estudiante “piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad”. (p.29) Mientras que un ejercicio se define como una tarea matemática propuesta en el que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias para resolverlo.

El MEP establece tres niveles de complejidad en los ejercicios que se desarrollan en el aula, el primero de ellos es de reproducción y se definen como “ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados”. (MEP, 2013, p. 32) Un segundo nivel es el referente a los ejercicios de conexión, donde se busca solución de “problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante [que permitan] la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación”. (p.33) El último nivel de complejidad es el de reflexión. Los ejercicios que se ubican en esta clasificación son los que requieren de “formulación y resolución de problemas complejos, […] de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados”. (p.33) Los niveles que se pretenden en este proyecto son los de conexión y reflexión.

Otra de las directrices dadas por el MEP que se asocian a la definición de problema propuesta por Torres (2006) es el estilo para organizar las lecciones. En este modelo se nombran cuatro pasos o momentos principales los cuales son propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa (etapa donde se comenta el trabajo realizado por los estudiantes y se discuten las respuestas obtenidas) y la etapa de cierre que es una etapa que puede incluir una “actividad que ‘concluye’ pedagógicamente el tema o los contenidos trabajados” (MEP, 2013, p.42).

La relación se establece principalmente en el trabajo independiente que deben llevar a cabo los estudiantes para resolver el problema. Un autor que fue pionero en este aspecto es el matemático francés Guy Brousseau en su Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986). El afirma que se debe proponer un problema particular al enseñado, que para resolverlo utilice los conocimientos previos como base, pero con el fin de lograr la adquisición de un nuevo saber. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el docente debe ser cauteloso luego de entregar la situación problemática al estudiante, pues de intervenir de manera arbitraria y descuidada puede dar al traste con el aprendizaje significativo de los estudiantes. El momento en el que el estudiante se encuentra resolviendo el problema es lo que Brousseau le llama situación a-didáctica, y además “*se establece* una relación que determina […] lo que cada protagonista el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de administrar y de lo que será responsable delante del otro […] el contrato didáctico” (Brousseau, 1986, p.15). Este contrato es un supuesto ideal, tácito que

ISBN 978-9968-641-33-3

consiste en que tanto el docente como el estudiante deben cumplir con sus roles dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, el estudiante se compromete a resolver la situación problema, y al profesor le corresponde no intervenir en ese momento y una vez que el enseñado resolvió la situación el docente garantiza la devolución del problema. Dicha devolución consiste en que el docente le hace ver o le muestra al estudiante cuál fue el nuevo saber que este encontró con la resolución del problema.

La unidad diseñada tiene como base estos pilares propuestos por Brousseau. Pero además está permeada por las teorías de Transposición Didáctica de Yves Chevallard (1997) y la de Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1991). Uno de los elementos más importantes que propone Chevallard (1997) es que si se quiere considerar la didáctica de las matemáticas como una ciencia, debe existir un "objeto de estudio". Este objeto de estudio se conoce como el "sistema didáctico o, más ampliamente, el sistema de enseñanza" (p.12). Dicho sistema didáctico se compone de tres lugares básicos y una serie de elementos que intervienen y que tienen influencia en la composición del proceso educativo. Los tres lugares primarios son: "P: el enseñante, E: los alumnos, S: el saber enseñado", formando también parte del sistema "las interrelaciones entre ellos" (Chevallard, 1997, p.26). Este sistema se refleja en la unidad por estar diseñada en dos versiones, una para los estudiantes y otra para los docentes. Ambas contienen los problemas propuestos y en la versión de los profesores se incluye una forma de solucionar cada situación, sugerencias metodológicas, las habilidades trabajadas, lineamientos respecto al tiempo y los saberes que se están construyendo.

Otro aspecto que se consideró en el diseño de la unidad, fue la inclusión de la tecnología como herramienta para la enseñanza de la matemática. La NCTM (2012) reconoce que dentro de la puesta de un currículo se debe incorporar el uso de la tecnología, pues la versatilidad que esta ofrece le permite al estudiante medir, mover, reducir, realizar conjeturas, verificar, graficar, tabular, entre otras muchas acciones que facilitan el aprendizaje del estudiante. Además, hay labores que para obtenerlas tradicionalmente se requiere de un trabajo exhaustivo por parte del estudiante, mientras que con el uso de la tecnología ese trabajo se reduce considerablemente. Dal Bianco, Martinez & Castro (2005) dicen al respecto:

> […] en estos últimos años la aplicación de nuevas tecnologías en el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje, en particular de las matemáticas, ha contribuido a comprender, relacionar y hallar soluciones a situaciones problemáticas que resultaban complicadas y tediosas para los alumnos al realizarlas en forma manual. (p.1)

El concepto de educación matemática que se busca es aquel donde el estudiante no aprenda fórmulas o "recetas" sino que desarrolla su capacidad de análisis, construya sus conjeturas y pueda corroborarlas, es decir que sus competencias en matemáticas se vean fortalecidas. Santos (2007) comenta al respecto:

> Entre las reflexiones importantes […] en la educación matemática se destaca el reconocimiento de que aprender matemáticas va más allá de que el estudiante domine un conjunto de reglas, algoritmos, fórmulas o procedimientos para resolver listas de problemas rutinarios. […] durante el proceso de aprender matemáticas, los estudiantes necesitan desarrollar una disposición y forma de pensar consistente con la práctica o el quehacer de la disciplina. (p.36)

Con el propósito de potenciar estas habilidades es que se incluyó en la unidad didáctica el uso del software GeoGebra, con el cual se facilita la representación de las situaciones problema para el estudiante y que exista así una mayor comprensión de los temas tratados.

Marco metodológico

ISBN 978-9968-641-33-3

Para el diseño de la unidad didáctica se llevaron a cabo las siguientes etapas: Identificación de habilidades específicas y conocimientos, la elaboración del marco teórico, el diseño de las guías para los estudiantes, la validación de las guías con expertos, la validación de las guías con estudiantes y por último se diseñaron de las guías del docente.

La identificación de las habilidades fue un trabajo conjunto con el asesor del proyecto, el M.Sc Alexander Borbón Alpízar, y consistió en la revisión del programa de estudios del MEP, valorando los niveles y la extensión de los contenidos, así se decidió crear la unidad para geometría de décimo año. Esa escogencia se validó con la aprobación del anteproyecto de este trabajo.

La etapa de elaboración del marco teórico, conllevó la revisión de material afín a la temática propuesta, donde se incluyeron artículos de revistas, libros, tesis, memorias de congresos y trabajos relacionados con el proyecto, tanto en fuentes impresas como digitales disponibles en internet.

En la tercera etapa se diseñaron las guías que componen el material de trabajo del estudiante. En total se elaboraron cinco guías que incluyen todas las habilidades propuestas por el programa de estudio del MEP. Este momento fue de mucha importancia pues se realizó una labor de búsqueda y creación de los problemas que conformarían cada una de las guías. Estos surgieron a partir de la observación constante, sugerencias que se encuentran en el programa del MEP y se la experiencia personal. Luego de tener este grupo de problemas, se incorporaron en las guías acompañándolos de los ejercicios para profundizar, que surgieron para reforzar las habilidades específicas o abarcar alguna habilidad que no se haya contemplado en el problema inicial. Todo este proceso se realizó en coordinación con el profesor asesor quién dio el aval correspondiente a cada problema, después de agregar las correcciones que se consideraron importantes.

Las siguientes etapas corresponden a un proceso de validación de las unidades por parte de jueces expertos y de estudiantes. Para esto se utilizó la investigación cualitativa, pues según Mendoza (2006) una investigación de tipo cualitativo se trata de estudios que se hacen en pequeña escala, donde no se pretende probar hipótesis ni se tienen reglas únicas de procedimiento, además, el método de recolección de datos no se especifica previamente con lo que la investigación es de naturaleza flexible.

Partiendo de estas premisas se determinó pedirle colaboración a cuatro profesores de la escuela de matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC) y a los dos lectores del proyecto: Lic. Marco Gutiérrez Montenegro y M.sc. Félix Núñez Vanegas. La recolección de la información se realizó mediante el uso de un formulario que completaron los profesores, donde brindaban observaciones sobre el lenguaje utilizado, la presentación de los problemas, el orden en las guías, combinación de colores, la profundidad y pertinencia de los problemas, los ejercicios adicionales, y cualquier otra observación que consideraran pertinente. Estas opiniones se analizaron y, una vez obtenidas las conclusiones, se tomaron decisiones sobre las modificaciones que se tenían que introducir a las guías.

Luego de concluir la etapa de validación por parte de expertos, e incorporar las modificaciones, se continuó con una etapa que consistía en llevar a la práctica la unidad didáctica en un escenario lo más cercano posible a la realidad para así poder analizar cómo resulta la interacción de los estudiantes con ellas.

Para llevar a cabo esta etapa de validación con estudiantes se utilizaron dos grupos de Taller de Software de Aplicaciones de la carrera de Enseñanza de la Matemática Asistida por la Computadora del TEC a cargo del profesor Lic. Marco Gutiérrez Montenegro; este es un curso que se les brinda a los estudiantes de primer año de carrera en el segundo semestre. Esta población de estudiantes era apta para la validación puesto que recién estaban ingresando a la universidad y algunos de los conocimientos que se pueden utilizar para resolver los problemas planteados aún no los habían estudiado en secundaria ni se les había

ISBN 978-9968-641-33-3

impartido en los cursos de la carrera. En total participaron veintiocho estudiantes utilizando la metodología descrita en las cinco guías y cada una de ellas fue trabajada al menos por tres subgrupos de estudiantes.

Para recolectar la información en esta etapa se utilizó la observación no participante y se analizó la copia de las guías que tenían los participantes donde anotaron sugerencias o comentarios sobre diversos aspectos que se consideraron importantes. En esta etapa participó el profesor encargado del grupo, pues se tomaron en cuenta las observaciones que él tenía sobre lo ocurrido en la clase recién terminada, esto enriquecía la validación y permitía agregar detalles que habían pasado desapercibidos para el investigador, además de lograr la triangulación de datos.

La última etapa del desarrollo de la unidad fue el diseño de las guías del docente cuyo proceso seguido similar al que se utilizó en las guías para los estudiantes, salvo que la validación de estas guías solo se realizó por medio del asesor de la tesis y los lectores. Era necesario contar con la última versión de las guías de los estudiantes para tomarlas como base en la creación de las guías de los docentes, pues aspectos tales como el tiempo, las recomendaciones metodológicas, y otros de los datos que se agregan al diseño de las guías para los profesores surgen de las anteriores etapas de validación.

Además como parte del diseño de estas unidades se dio una revisión de material para determinar la forma en que se podían presentar las guías y luego se establecieron de forma explícita las habilidades que involucra cada uno de los problemas y de los ejercicios, se determinó la metodología y el tiempo para cada guía, junto con algunas recomendaciones sobre la solución del ejercicio o bien indicaciones que le permitan al docente tener un panorama más amplio sobre lo que se pretende con las guías. Finalmente se explica una forma de resolver cada problema y cada ejercicio adicional, junto con un modelo para la institucionalización del conocimiento.

Cuando todos estos pasos se completaron se les entregó a los profesores lectores cada una de las guías de los docentes, en calidad de jueces expertos, para obtener sugerencias y modificaciones que se consideraron necesarias. Así se obtuvo la versión final de las guías para los docentes.

Conclusiones

Una vez obtenidas las versiones finales de las guías para profesores y para los estudiantes se concluye que concluye que se logró a plenitud el objetivo general ya que se creó la unidad didáctica, además se concluye que es factible la creación de otras unidades didácticas para enseñar geometría de décimo año en Costa Rica con las nuevas disposiciones del programa del MEP, incluyendo tecnología y diferentes materiales para la elaboración de las situaciones problema que pueden resolver los estudiantes.

En el transcurso de cada revisión de las guías se notaron ciertos elementos que se enmarcan dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del tema propuesto que se tratan a continuación:

1. Se reconoce que implementar la metodología por resolución de problemas le devuelve al estudiante la posición fundamental dentro de la educación, sin embargo la actitud en cada uno de los participantes debe adaptarse a la nueva metodología. El docente debe motivar al estudiante para que éste se aventure a resolver los problemas, y el discente debe cumplir con su responsabilidad de buscar solución a cada situación y ejercicio.
2. Los problemas contextualizados deben ser cercanos a la realidad y a las vivencias del aula. Se debe aprovechar la resolución de problemas para provocar en los estudiantes una actitud de esfuerzo y de pensamiento crítico ante las situaciones planteadas, para erradicar algunas de las actitudes negativas con respecto a la matemática.

ISBN 978-9968-641-33-3

Además se encontró la siguiente limitación en el desarrollo del proyecto:

- El momento de transición que se vive el país desde el 2013 y hasta el 2015 dificultó realizar la validación para geometría de décimo en el aula. Los conocimientos de geometría para décimo año no están contemplados en el plan de transición para el 2013 y además los conocimientos previos que se necesitan para resolver algunos problemas aún no se han abarcado en años anteriores, por esta razón no se aplicó la unidad a estudiantes de secundaria.

Recomendaciones

Al concluir este proyecto surgen algunas recomendaciones que con mucho respeto se presentan a continuación:

1. Las universidades y centros de formación deben adaptar el perfil de salida de los profesionales en docencia de la matemática. El cambio en la metodología produce que los profesores no estén familiarizados con la forma correcta de implementar la resolución de problemas y puede que se les dificulte la aplicación de propuestas como la realizada en este proyecto. Una forma de colaborar en este aspecto es dando capacitaciones sobres las teorías pedagógicas que enmarcan la resolución de problemas.
2. Tanto el MEP, universidades y centros de formación deben impulsar las capacitaciones de tipo tecnológico para la enseñanza en el aula. Los paquetes computacionales, como el GeoGebra (que es un software libre), debería ser dominado por la mayoría de profesores de enseñanza media de la matemática, pues son una importante herramienta para modelar, graficar, ilustrar, etc… reconociendo que el componente tecnológico no resuelve todos los problemas del aula. Estas instituciones deben insistirle a los docentes que no es indispensable contar con un laboratorio para involucrar la tecnología. Además se puede aprovechar en la medida de lo posible los recursos tecnológicos que tienen los estudiantes, como una forma de buscar solución a los problemas planteados.
3. Se recomienda a las universidades, centros de formación y a los estudiantes de enseñanza de la matemática continuar con proyectos como este, donde se busca la creación de unidades didácticas bajo la metodología de la resolución de problemas, de manera que el trabajo docente en el aula sea más sencillo ya que de por sí es un trabajo complicado donde no hay mucho tiempo para planear y construir problemas. No hay inconveniente en que existan varias unidades didácticas sobre el mismo tema, pues la variabilidad de los problemas enriquece las situaciones en el aula. Esto siempre y cuando no se olvide la realidad del país y la resistencia al cambio que pueda existir por parte de estudiantes y profesores.
4. Se les recomienda a los docentes de matemática que impulsen desde sus colegios grupos de trabajo donde se compartan las experiencias, los problemas, resultados que hayan percibidos al aplicar sus problemas, el procedimiento que utilizaron para implementarlos, los diferentes tipos de ejercicios, etc… Estas actividades generan una importante retroalimentación y enriquece mucho el trabajo en el aula.

Bibliografía

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. Publicado con el título: Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique de Mathématiques, 7(2), 33-115.

ISBN 978-9968-641-33-3

Camacho, M. y Santos, M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las Matemáticas a través de la resolución de problemas. Números, 58, 55-60.
Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Francia: AIQUE.

Dal Bianco, N. Martinez, S. Castro, N. (2005). Aplicación de un Software en la Resolución de una Situación Problemática. En: Memoria del Cuarto Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistido por Computadora.

Mendoza, R. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa Diferencias y limitaciones. Recuperado de http://www.monografias.com/trabajos38/investigacion-cualitativa/investigacion-cualitativa.shtml

Ministerio de Educación Pública. (2013). Programas de Estudio Educación Diversificada. Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics (2012). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Santos, M. (2007). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Trabajo presentado en la XII conferencia Interamericana de Educación Matemática, celebrada en Querétaro, México, en julio de 2007.

Torres, M. (2006) Aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas. *Aldadis.net La revista de educación, 10.* Recuperado de: http://www.aldadis.net/r

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Divulgación como apoyo al aprendizaje: Matex1minuto

Anabelle Castro Castro
Tecnológico de Costa Rica
anabellecc@gmail.com

Alejandra León Castellá
Fundación CIENTEC
alejandraleon@me.com

Margot Martínez Rodríguez
Universidad Nacional
margomr@gmail.com

Manuel Murillo Tsijli
Tecnológico de Costa Rica
mmurillot@gmail.com

Alberto Soto Aguilar
Universidad Estatal a Distancia
alberto.soto.a@gmail.com

Palabras claves: Divulgación de la Matemática, podcast, blog, historia, contextualización, intercambio.

Resumen: El trabajo a lo largo de más de una década de un grupo de profesores de diferentes universidades públicas en Costa Rica y de comunicadores de la ciencia de CIENTEC, se une al afán de divulgar de Radio Universidad, de la Universidad de Costa Rica, para producir cápsulas sobre la matemática, dirigidas a público general y transmitidas también en formato podcast a través de un blog (matex1minuto.blogspot.com). Se presentan las cápsulas y se invita a los educadores a utilizarlas en el aula, así como a colaborar con nuevos temas. De esta manera se espera apoyar a los educadores en la motivación de sus alumnos, además de fortalecer sus destrezas de comunicación y sus conexiones entre la matemática y otros ámbitos del quehacer humano.

Introducción

El programa Matex1minuto surgió del interés en apoyar la motivación, el enfrentamiento a prejuicios y, finalmente, el aprendizaje continuo de la matemática, ligada a la vida diaria. La Fundación CIENTEC y un grupo de pedagogos universitarios se dieron a la tarea de desarrollar breves guiones con mensajes, historias y reflexiones, sobre la matemática, que permitieran apreciarla como parte de la historia de la humanidad, surgida de prácticas, de la interacción entre culturas y del desarrollo de la ciencia.

La alianza creada con Radio Universidad de Costa Rica y el apoyo para producir cápsulas radiales ha sido fundamental para su continuidad.

ISBN 978-9968-641-33-3

El programa se transmitió desde marzo del 2012, por Radio Universidad de Costa Rica, dos veces al día, a las 6:58 am y a las 5:58 pm, de lunes a viernes. Simultáneamente, se publicaron los podcasts en el blog Matex1minuto (http://matex1minuto.blogspot.com/), ilustrados y con más información sobre cada tema. Sin embargo el proyecto inicio y generó los primero guiones en el 2010.

Los guiones se iniciaron con 170 palabras y se extendieron luego a unas 210 palabras. Esta ampliación surgió como parte de la experiencia del grupo, la evaluación de las cápsulas y la necesidad de extender y cerrar mejor las ideas, sin sobrepasar mucho el tiempo asignado al programa.

A través de los diferentes tópicos, se presentan mujeres, hombres y visiones de diferentes culturas que muestran la matemática como parte del desarrollo humano, individual y colectivo.

A pesar de que el programa ha sido presentado anteriormente en otros congresos para educadores y de divulgadores de la ciencia, fuera y dentro del país, la respuesta del público evidencia la necesidad de una mayor divulgación de los recursos generados y de la continuidad de estas estrategias.

Metodología

La presentación del programa Matex1minuto en el Festival también tiene como meta el involucrar a los educadores en la realización de pre-guiones. De esta manera, los educadores se enfrentan a la dificultad de escribir guiones cortos, con lenguaje sencillo, sin utilizar fórmulas ni diagramas, de conectar los contenidos con otras áreas de la vida y presentarlos dentro de relatos o historias. Se evidencia entonces la importancia de conocer más sobre la historia de la matemática y los desarrollos culturales que se han dado para llegar a los sistemas que se utilizan hoy en día.

Adicionalmente se comenta sobre el miedo hacia la matemática, como fenómeno mundial, muy ligado a las formas más tradicionales de enseñarla, es decir, abstracta, desconectada de la realidad, competitiva y “solo para inteligentes”, que afecta el aprendizaje a través de la vida, incluso, este miedo influye en la escogencia de carreras universitarias y oficios por parte de los jóvenes (Marín, G., Barrantes, G & Chavarría, S. 2008).

Algunos ejemplos de guiones que muestran el enfoque a los objetivos, sigue a continuación.

Matex1minuto: La Razón Áurea

http://www.cientec.or.cr/articulos/matex1minuto-la-razon-aurea

Nacida en la antigüedad, la razón áurea fue utilizada por Dalí, Miguel Ángel y Da Vinci y sigue influenciando la estética hasta el presente. Llamada también la “proporción divina”, es una relación entre segmentos de una línea o los lados de un rectángulo.

En términos matemáticos se describe así. Si una línea A-B se divide por un punto C, la relación entre la línea completa y el segmento largo, es igual a la del segmento largo respecto al corto.

Parece complicado, pero la razón áurea la encontramos en el cuerpo humano. Pensemos en la altura de la cabeza a los pies dividida por el ombligo. El segmento largo es “ombligo -pies” y el corto es “cabeza –ombligo”. Resulta que la relación del segmento largo, ombligo-pies, respecto de la altura del cuerpo, guarda la misma relación que los segmentos entre sí. Increíble, pero cierto.

ISBN 978-9968-641-33-3

En la medición de la mano extendida también encontramos la razón áurea. La mano completa es proporcional a la palma, tal como la palma es a los dedos.

En rectángulos, la razón áurea establece que si el lado corto mide 10, el largo medirá 16.18. El Partenón y la Torre Eiffel guardan esta relación estética.

Esta es una producción de Radio Universidad de Costa Rica, CIENTEC, UNA, UNED y TEC con el respaldo del Fondo Especial para el Financiamiento de la Educación Superior Estatal, FEES.

Guión, coordinación y publicación: Alejandra León Castellá, CIENTEC

Edición radial: Stefany Díaz y Leonardo León.

Locución: Mariana Rivera

Matex1minuto: El Ábaco

http://www.cientec.or.cr/articulos/matex1minuto-el-abaco

Hace miles de años, antes de los números indo-árabes que utilizamos ahora, los mercaderes del Asia ya usaban el ábaco para hacer sus cálculos.

Tal vez usted lo usó en la escuela. El ábaco es el dispositivo con barras paralelas sobre las cuales se deslizan las cuentas. Estas bolitas representan unidades, decenas o centenas.

Con un ábaco se puede contar, sumar, restar, multiplicar, dividir y hasta extraer raíces cuadradas y cúbicas.

Este es uno de los instrumentos de cálculo más antiguos, originado en el oriente, se extendió ampliamente adaptándose a diferentes culturas. De hecho, los incas y aztecas también desarrollaron sus propias versiones.

Se dice que en 1946 se realizó una competencia entre un japonés, usando un ábaco, y un estadounidense, usando una calculadora electromecánica. La prueba quería determinar cuál de esos instrumentos era más veloz en el cálculo de operaciones. ¿Siente curiosidad por saber cuál ganó? Pues el japonés con el ábaco ganó cuatro de las cinco pruebas.

A pesar de su sencillez, el ábaco sigue siendo una herramienta útil. Investigadores en pedagogía lo destacan por su contribución al cálculo mental y a la memoria. Por eso, el ábaco se sigue usa en muchas escuelas para potenciar las habilidades mentales en los niños y niñas.

Esta es una producción de Radio Universidad de Costa Rica, CIENTEC, UNA, UNED y TEC con el respaldo CONARE.

Guión: Margot Martínez, UNA

Edición radial: Stefany Díaz y Leonardo León.

Locución: Mariana Rivera

Coordinación y publicación: Alejandra León Castellá

Objetivos del programa

ISBN 978-9968-641-33-3

El programa es un experimento en divulgación de la matemática, que utiliza múltiples medios para enriquecer la cultura con conocimiento. Finalmente se espera generar interés para fortalecer el aprendizaje continuo, suavizar algunas fobias contra la matemática, apoyar la apropiación de otros lenguajes, cultivar prácticas más analíticas, así como apoyar el desarrollo de vocaciones en el campo.

Los objetivos específicos han moldeado las cápsulas del programa, estos son:

- Facilitar ideas lúdicas ligadas a la matemática.
- Mostrar las matemáticas como una disciplina activa, que como otras ciencias naturales, crea conocimiento nuevo.
- Presentar la matemática en la vida diaria.
- Conectar la matemática con otras disciplinas, como en este caso la práctica de la construcción y luego la ingeniería.
- Divulgar aspectos sobre la historia de la matemática y su relación con las culturas.
- Presentar la diversidad de áreas y personas que trabajan en la matemática.
- Apoyar el aprendizaje de conceptos difíciles, como el crecimiento exponencial
- Divulgar la utilidad de la matemática en la solución de problemas.
- Presentar los requerimientos cognitivos y lógicos de las TICs y otros ámbitos.
- Cultivar las habilidades analíticas.
- Contextualizar el valor de la abstracción.
- Presentar la belleza estética que busca la matemática al descifrar patrones.
- Presentar la matemática como un área accesible, social y de aprendizaje continuo.

Desde el 2010 el blog ha recibido 24 849 visitas. En marzo del 2014, los países de origen de visitas en orden descendente son Costa Rica, EE.UU., México, Chile, Colombia, España, Francia y otros. Es interesante notar que Estados Unidos de América tiene el segundo lugar en los accesos al blog, tal vez como muestra de la creciente población de habla hispana en ese país.

Otro producto de este esfuerzo fue el proyecto aprobado por el Conare, con fondos del sistema de Financiamiento de la Educación Superior, FEES, durante el 2014 y 2015, que respalda, entre otros, el desarrollo de Matex1minuto.

CIENTEC y sus socios esperan seguir aprendiendo como optimizar la efectividad de la comunicación de la matemática y fomentar oportunidades de crecimiento personal y profesional que involucre la matemática en la vida de las personas.

Referencias

León Castellá, A. (2010-14) Blog Matex1minuto. Disponible en: http://matex1minuto.blogspot.com

ISBN 978-9968-641-33-3

León Castellá, A. (2014). Sección de Comunicación del sitio web. Disponible en: http://www.cientec.or.cr/areas/comunicacion

León Castellá, A. (2012) Comunicación y apropiación social de la ciencia. En Rojas Jiménez, K. Inversión en Ciencia, Tecnología e Innovación: Proyectando a Costa Rica. Editorial Académica Española, Lambert Academic Publishing, pp 60-63.

León Castellá, A. et al, (2012) Matex1minuto, un programa de divulgación de la matemática por medio de cápsulas para radio, un blog y podcasts en la Internet. En Murillo, M. Memorias del VIII Festival Internacional de Matemática. Disponible en http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Alejandra-Leon.pdf

León Castellá, A. (1999) Equidad en el aula, la experiencia en matemáticas y ciencias. En Revista Praxis 53, Universidad Nacional, Costa Rica, pp. 215-223.

León-Castellá, A. & Martínez, M. (2006) Resolución de Problemas. Ejercicios de Proporciones, Fracciones, Multiplicación y Porcentajes. Disponible en: http://www.cientec.or.cr/matematica/ejerciciosJacks/index.html

Marín, G., Barrantes, G & Chavarría, S. (2008) Differences in Perception of Computer Sciences and Informatics due to Gender and Experience. Disponible en: http://www.clei.org/cleiej/papers/v11i2p8.pdf

Martínez, M. & Chavarría, J. (2012). Usos de la historia en la enseñanza de la matemática. En M. Murillo (ed.), Memorias del VIII Festival Internacional de Matemática, Costa Rica. Disponible en www.cientec.or.cr/matematica/memoriaVIII.html

Martínez, M. & Martínez, R. (2006) Aprendizaje mediante juegos. En Murillo, M.(ed.) Memorias del V Festival Internacional de Matemática (pp. 189-196). Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Massarani, L & Ramos, Y. Grupos de discusión en América Latina sobre CyT para el desarrollo. SciDev.Net. Disponible en: http://issuu.com/scidev.net/docs/lac_focus_groups/13

Murillo M. (ed.) (2010), Memorias del VI-VII Festival Internacional de Matemática. Disponible en:www.cientec.or.cr/matematica/memoriaVI-VII.html

Murillo M. (ed.) (2012) Memorias del VIII Festival Internacional de Matemática, Disponible en: http://www.cientec.or.cr/matematica/memoriaVIII.html

National Public Radio, EE.UU. The Math Guy. The Complete Sound Archive. Disponible en: http://www.stanford.edu/~kdevlin/MathGuy.html

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

El cuestionario TSQ para determinar estilos de enseñanza en docentes de Matemática: validación y resultados

M.Ed. Annia Espeleta Sibaja
Universidad de Costa Rica
annia.espeleta@gmail.com

Resumen: Se aplicó el cuestionario TSQ (Teaching Styles Questionnaire) de la Dra. Carol Evans; en un estudio piloto y un estudio de campo con docentes de secundaria de instituciones costarricenses, con el fin de determinar los Estilos de Enseñanza de los Docentes. Los análisis incluyen validez y confiabilidad, análisis factorial y análisis descriptivos de variables. Entre los resultados se encontró una tendencia a estilos sociables, el docente de matemática ha dejado de ser estructurado para incorporar elementos que el mismo contexto le demanda, tales como las relaciones interpersonales y aspectos de la dimensión afectiva.

Palabras claves: TSQ, dimensión afectiva, estilo docente sociable, estilo docente estructurado, Análisis Factorial.

Introducción

Los estilos de enseñanza de docentes, sus categorías de análisis y clasificaciones, se han dejado de lado por la relevancia que tomaron los estilos de aprendizaje en los últimos años. Sin embargo, se considera de suma importancia la investigación en este campo, debido a las implicaciones que pueda tener en el aprendizaje de los estudiantes, las creencias y algunos rasgos de la personalidad que se cultivan socialmente y que podrían reproducirse. Por otro lado, tiene como resultado reflexionar acerca de la práctica profesional y la formación de docentes.

El estilo de enseñanza que tiene un estudiante que será profesor de matemática o Física, es una variable trabajada por Marcos Zapata (2009), en el Análisis de las prácticas profesionales, mencionando que el estilo de enseñanza ayudará a comprender "¿por qué planificaron y ejecutaron ese tipo de actividades?, ¿por qué utilizaron esa metodología y ese tipo de evaluación?, ¿Por qué seleccionaron ese tipo de recursos y materiales? Consideramos que el aprendizaje que logran los alumnos depende de muchos factores, y uno de ellos es la forma cómo el estudiante para profesor enseña las matemáticas". (p. 143)

La construcción de un instrumento para medir los estilos de enseñanza requiere revisión de teoría, análisis de modelos pedagógicos y variables que describan aspectos de interés. En este trabajo se describen estudios similares y las variables consideradas importantes en este tipo de estudios.

Estilos de enseñanza

Diversas investigaciones en el campo educativo están relacionadas con los procesos de enseñanza de los docentes, considerados parte de la actividad principal de la educación. Asimismo, como lo cita José Tejada (2001), en las últimas décadas las investigaciones han demostrado que al docente se le considera elemento clave de la calidad de la enseñanza y de la educación en general, y que no hay duda sobre la influencia de su actuación en los resultados educativos, como por ejemplo, en el rendimiento académico, en las actitudes y en la motivación.

ISBN 978-9968-641-33-3

La revisión bibliográfica acerca de *estilos de enseñanza de docentes*, genera diferencias y ambigüedades en la terminología empleada, se encuentra el *estilo de docencia*, para referirse al modo de enseñar y de trabajar de los docentes (Gargallo, 2008). De León (2006) al referirse a: *Modelos de enseñanza* y *Estilos de enseñanza*, menciona que para muchos investigadores, entre ellos Díaz Barriga y Hernández, ambos términos son sinónimos. Por otro lado, al hablar de conocimientos y metodologías empleadas en el estudio del conocimiento profesional del profesorado, algunos autores suelen utilizar *modelos o estilos de enseñanza* y para otros autores son términos distintos.

De León (2006) cita que muchos estudios se abordan desde las características que deberían estar presentes en la praxis de un docente *pedagógico*, tales como el *deber ser*.

Los factores que se relacionan con estilos de enseñanza, han generado debates y mucha investigación científica. Las indagaciones han generado teorías o acercamientos teóricos en el campo de la psicología cognitiva y social relacionados principalmente con el aprendizaje; también en el campo de la antropología se encuentran explicaciones teóricas de una enseñanza idónea o relacionadas con logros o aprendizajes.

Esta producción ha permitido una fase de aplicación o de posiciones en la investigación empírica, que comparan el logro de los estudiantes en distintos estilos de enseñanza (Aitkin, Anderson y Hinde, 1981) o la relación del estilo de enseñanza con el estilo de aprendizaje (Barret, Bower y Donovan, 2007; Becker y Watts, 2001; Campos, 1991; Coldren y Hively, 2009; Gargallo, 2008; Grasha, 2002; López,1992; Vaughn y Baker, 2008; Yüksel, 2008).

Los estudios mencionados, orientan sus instrumentos de recolección de información con las diferentes teorías de aprendizaje, de autores como: Briggs, Sternberg, Entwistle o Vigotsky.

Otros estudios reportan resultados vinculados con estilos de enseñanza y el método de resolución de problemas (Leung, Lue y Lee, 2003), el método de juego o cooperativo (Kabadayi, 2007).

En Costa Rica se ubicaron estudios relacionados con los estilos de enseñanza en la Universidad de Costa Rica (UCR). Entre ellos el de Flory Stella Bonilla (1986), quien hace un análisis de las variables que relacionan los estilos de enseñanza y de aprendizaje, con las variables o características personales, las técnicas didácticas y el rendimiento académico; así, Bonilla (1986) encontró que el estilo más frecuente en los docentes es el *directivo* con un 61.5%, respecto a uno *orientador* (38.5%). Por otra parte, se reportan investigaciones acerca de la formación de docentes, (CONARE, 2006 y Barrantes y De Faria, 2008, Estado de la Educación, 2008). En esta última, se analiza la formación de docentes de Matemática, a partir de planes y programas de estudio, se cita: “ésta es una opción para comenzar a entender cómo se forman los docentes, en un contexto en que existe un vacío de investigación con respecto a la docencia universitaria y las condiciones en que ésta se desarrolla” (pág. 125).

De .esta manera, *estilos de enseñanza* genera diversidad de aspectos en el uso del término y de las características que los definen, generando una vasta producción de estudios que vinculan los estilos de enseñanza.

Así las cosas, predomina en las investigaciones la construcción de instrumentos para medir estilos de enseñanza de acuerdo con las particularidades de cada estudio. Los resultados analizados, evidencian las diferentes variables y categorías que explican los estilos de enseñanza de los docentes. Para esto, la construcción de test para medir los estilos de enseñanza son ampliamente descritos, donde son los estudiantes informantes o bien los docentes; por la gran producción y las buenas validaciones, tales como los instrumentos: Thinking Style Inventory (TSI), Thinking Style Inventory-Revised (TSI-R), Preferred Thinking Styles in Teaching Inventory (PTSTI) o el Teaching Styles Questionnaire (TSQ).

ISBN 978-9968-641-33-3

Características que definen los Estilos de Enseñanza de docentes

Ante la pregunta ¿Qué es parte de un estilo de enseñanza del docente?, surgen muchas respuestas relacionadas con el quehacer profesional, el uso de metodologías, características personales, el desarrollo o construcción de un estilo de enseñanza,…, son muchas las variables que se incluyen y pocas las que no tienen relación. Por lo que es parte importante de este estudio, la escogencia de variables que caractericen los estilos de enseñanza de los docentes.

Evans, Harkins, y Young, 2008 mencionan que los investigadores trabajan independientemente y desarrollan sus propios indicadores para identificar estilos de enseñanza de los docentes, esto ha permitido una variedad de definiciones y el desarrollo de un número de dimensiones diferentes para la medición, citando a Allen (1988), Dunn y Dunn (1979), Grasha (2003), y Henson y Borthwick (1984).

Asimismo, Martínez (2009), se refiere a la manera peculiar de cada docente, de organizar y hacer la enseñanza, por lo que estilos de enseñanza actúa como variable caracterizadora dentro del proceso de enseñanza, agrega que los elementos constitutivos son: técnicas de enseñanza, interacciones socioafectivas, interacciones de organización-control y otros. Conceptualizando Estilos de Enseñanza como:

> Las categorías de comportamientos de enseñanza que el docente exhibe habitualmente en cada fase o momento de la actividad de enseñanza que se fundamentan en actitudes personales que le son inherentes, que han sido abstraídos de su experiencia académica y profesional, que no dependen de los contextos en los que se muestran y que pueden aumentar o aminorar los desajustes entre la enseñanza y aprendizaje (p. 2)

En este estudio, se considera una clasificación en tres dimensiones con diversos componentes que caracterizan los estilos de enseñanza: la dimensión personal; la dimensión educativa y la dimensión afectiva.

Escala de Estilos de Enseñanza cuestionario de la Dra. Carol Evans (TSQ)

El Cuestionario Estilos de Enseñanza o Teaching Sttyles Questionnaire (TSQ) es una escala de la Dra. Carol Evans, cuyo fin es medir características de enseñanza en un estilo holístico o analítico, basado en la teoría de Messick (1976); Witkin (1976) y Ridding (1991, 2002). La escala consta de 60 ítems en escala de likert con 5 puntos, donde 1 es fuertemente de acuerdo y 5 es fuertemente en desacuerdo. Los ítems están redactados positivamente o negativamente para reducir el sesgo. Con respecto a las tendencias, una puntuación baja indica un estilo más holístico y un alta indica un estilo más analítico. Evans seleccionó 32 ítems, obteniendo un alfa de Cronbach de 0,88. Además de estos 60 ítems, se incluyeron 3 de elaboración propia, que se relacionan con la forma de enseñar (61. He aprendido a enseñar sobre todo, impartiendo clases y 63. Observar los errores que cometen otros profesores me ha ayudado a ser mejor docente) y uno con la actitud al enseñar (62. Al terminar una clase que, a mi juicio, ha ido muy bien, siento cierto nivel de excitación).

Aspectos teóricos de los estilos de enseñanza que sustentan el TSQ

La investigación en estilos de enseñanza ha generado muchas clasificaciones como lo menciona Evans (2004): refiriéndose a la clasificación en un continuo desde los estilos tradicionales a los estilos progresivos (Morgan & Morris (1999); profesores controladores, que dirigen las experiencias de aprendizaje o profesores más independientes (Mosston & Ashworth (1994); Barnes et al. (1987), quienes clasifican los estilos de enseñanza en profesores que se enfocan en los contenidos o en los aprendizajes.

ISBN 978-9968-641-33-3

Otra aproximación teórica considerada es la de Sternberg (1988, 1990) citado en Evans (2004) son los *Estilos de Pensamiento*, ¨Thinking Styles¨y su relevancia en estilos de enseñanza. Esta teoría de gobernar la mente, ve una alternativa en las conductas de las personas. En la descripción de las características de los 13 tipos, usadas en el Thinking Styles Questionnaire for Teachers (Grigorenko & Sternberg, 1993) citado en Evans (2004), muchas de las características pueden ser observadas en las clases.

La utilización de la escala TSQ, clasifica en estilos docentes en holísticos y analíticos, siendo dos características que podrían definir tipos de docentes de matemáticas.

Método

El diseño de la investigación es descriptivo-exploratorio, de carácter cuantitativo, ya que se indaga en los estilos de enseñanza y luego se determinan las variables que podrían ofrecer mejor información en el fenómeno de estudio para su interpretación.

Se desarrolla en varias etapas que se describen a continuación:

I. Se traduce el TSQ y se envía a jueces para su valoración.
II. Se aplica en un estudio piloto a docentes de secundaria del MEP, mediante una muestra por conveniencia, se aplicó durante las sesiones de capacitaciones.
III. Se aplica en un estudio de campo mediante una muestra seleccionada al azar de los colegios del área metropolitana.

Para la valoración del TSQ, se juzga la traducción, por medio de especialistas y profesionales en inglés para valorar si la traducción era comprensible. Se aplicó en un estudio piloto de 111 docentes de Matemática del MEP, para seleccionar los ítems que caractericen a los docentes de Matemática. Se digita y analiza en SPSS. Por medio del Análisis Factorial, se seleccionaron 25 ítems de 62 que se aplicaron, con un alfa de Cronbach de 0,75 y reportando dos componentes en porcentajes superior al 10% en la varianza explicada. Posteriormente se aplicó esta escala del TSQ, en un estudio de campo con 110 docentes de matemática seleccionados al azar.

Para los análisis, se aplican Análisis de Factores Exploratorios y Análisis de Factores Confirmatorios, Prueba de KMO y de Bartlett, y alfa de Cronbach.

Los resultados obtenidos coinciden con los hallazgos de la Dra. Evans, donde obtiene estilos analíticos y holísticos; estructurados, de expresión personal y sociables.

Análisis de resultados

Prueba piloto

En el estudio piloto, se obtuvo respuesta de 111 docentes de Matemática que laboran en el MEP. Se aplicó el cuestionario preliminar durante las capacitaciones que se realizaron en San Isidro de El General, Puntarenas, Cartago y San José. El cuestionario cuenta con preguntas modalidad cualitativa y Escalas entre ellas el Cuestionario Estilos de Enseñanza de Carol Evans TSQ.

En los ítems cualitativos se valoró la comprensión y el Cuestionario TSQ se redujo en el número de ítems, pero conservando su validez.

Se realizó un análisis de Factores y se seleccionan los ítems que mejor caracterizan a los docentes de Matemática. Se utilizaron pruebas de confiabilidad, que es el grado en que el instrumento produce resultados consistentes y coherentes. Estas pruebas se pueden calcular por el coeficiente de confiabilidad

ISBN 978-9968-641-33-3

Alfa de Cronbach. Se inicia con 63 ítems y se realizan análisis cada vez que se eliminan ítems que aportan poco, con la idea de reducir el número de ítems, pero conservando una confiabilidad aceptable, en este caso se logra un alfa de Cronbach de 0,750, que corresponde a la selección de 25 ítems que caracterizan el estilo de enseñanza de los docentes, se cambió el orden de la escala likert de respuestas, el valor 1 corresponde a estar en total desacuerdo y el 5 en total acuerdo, esto por las sugerencias de los resultados del piloto, ya que en Costa Rica, se suele utilizar de esta manera. Se obtienen dos factores en el Análisis Factorial Exploratorio y se procede a analizar cada factor como componente o constructo.

Estudio de campo

El cuestionario consta de 25 ítems, algunos redactados en sentido negativo. El análisis del Cuestionario de Estilos de Enseñanza de Carol Evans (TSQ) aplicado a docentes de secundaria, consta del Análisis de Factores y otras pruebas.

El resultado del KMO o prueba de Kaiser-Meyer-Olkin de 0,918 da la posibilidad de realizar el Análisis Factorial. Por otro lado, la prueba de esferidad de Bartlett con un valor de significancia menor a p=0,05 indica que las variables están correlacionadas. Por lo que se decide continuar los análisis de factores y se procede confirmar los factores y el comportamiento de los componentes.

Prueba KMO y de Bartlett

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.918
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	2109.163
	df	300
	Sig.	.000

Se realiza el AFE y se evidencia un factor que explica un 47,889%, de la varianza y un segundo factor que explica un 9,022% de la varianza explicada. El gráfico de sedimentación también lo evidencia. Por lo que se considera el análisis de 2 componentes, los restantes no son considerados por representar menos del 9% en la varianza explicada.

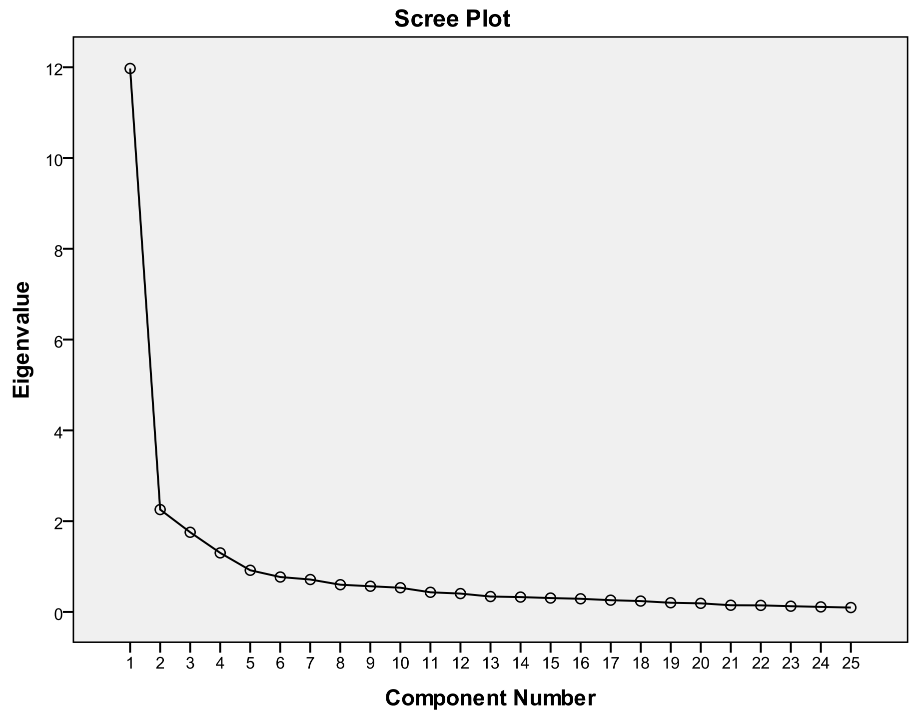
Varianza explicada

Component		Initial Eigenvalues		
		Total	% of Variance	Cumulative %
dimension0	1	11.972	47.889	47.889
	2	2.255	9.022	56.911
	3	1.755	7.020	63.931
	4	1.301	5.203	69.133

Al igual que el gráfico de sedimentación, se distingue un componente bien diferenciado y otro con contribución moderada en el segundo componente.

Gráfico de sedimentación

ISBN 978-9968-641-33-3



En el Análisis Factorial Exploratorio (AFE) de las variables mediante el Método de Componentes Principales, se analiza la matriz de correlaciones, reportando una asociación lineal moderada. Se analiza el Análisis de Factores para dos componentes, en un análisis confirmatorio. Los resultados de las comunalidades altas indican que son factibles de considerarse en la varianza explicada por los factores. La matriz de configuración evidencia la distribución de los ítems de acuerdo con los tres componentes.

ISBN 978-9968-641-33-3

Matriz de configuraciones

	Componentes	
	1	2
7.1 Mis capacidades de planificación y de organización pueden parecer ineficientes y desorganizadas.	.595	.185
7.2 Me resulta difícil ajustarme a las normas y procedimientos.	.743	.050
7.3 Soy muy activo(a) tanto dentro como fuera del aula.	-.089	.794
7.4 Me preocupo poco por los detalles precisos en el planeamiento y la presentación.	.633	.161
7.5 Me resulta fácil expresar mis emociones.	-.038	.796
7.6 Estoy a favor de los enfoques informales sobre los formales.	.533	.279
7.7 Hay un alto grado de interacción con mis estudiantes en las clases.	-.003	.812
7.8 Utilizo una amplia variedad de técnicas y estrategias en las clases.	.017	.827
7.9 Tengo muchas habilidades interpersonales	-.083	.920
7.10 Hay poca estructura en mis lecciones a menudo improviso	.656	.077
7.11 Hay un enfoque de alto nivel en mis clases	.132	.630
7.12 Conozco a mis estudiantes.	.023	.649
7.13 No soy muy práctico(a)con los planes, el contexto de aula y la corrección de trabajos	.850	-.146
7.14 Prefiero un enfoque abierto (sin establecer de antemano)	.610	.203
7.15 Soy inconsistente en la planificación, la enseñanza y la evaluación	1.005	-.311
7.16 Doy una cantidad de comentarios positivos a mis estudiantes.	-.098	.788
7.17 Mis documentos no están muy bien organizados.	.803	.019
7.18 Me resulta difícil evaluar mi propio rendimiento.	.746	.025
7.19 Tengo buena expresión oral, soy buen orador.	-.044	.768
7.20 Mis planes de enseñanza tienden a carecer de estructura.	.875	-.029
7.21 Mis planes de enseñanza consisten en texto principalmente.	.705	.105
7.22 Valoro mucho el uso de tecnología computacional.	.192	.457
7.23 Mis presentaciones en clase son altamente visuales e ilustradas.	.318	.464
p.7.24 Logra muy buenos resultados académicos con sus estudiantes	.354	.463
7.25 Al terminar una clase que, a mi juicio, ha ido muy bien, siento cierto nivel de excitación.	.111	.496

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Promax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

La matriz de correlación indica correlaciones intra factores y diferencias inter factores

ISBN 978-9968-641-33-3

Matriz de correlaciones de componentes

Component	1	2
dim 1	1.000	.642
ensi 2	.642	1.000
on0		

Se calculó el alfa de Cronbach y reporta un 0,953 como confiabilidad del cuestionario.

Alfa de Cronbach

Cronbach's Alpha	N of Items
.953	25

Se procede a analizar los ítems y su carga en los dos componentes que arroja la matriz de configuraciones. Se encuentra que los ítems p.7.23 y p.7.24, reportan cargas en dos componentes, por lo que se procede a eliminarlos. Se aplican los análisis de confiabilidad para cada componente, determinándose así dos subescalas.

Se analiza cada componente o subescala

```
COMPUTE comp2=SUM (p.7.3,p.7.5,p.7.7,p.7.8,p.7.9,p.7.11, p.7.12, p.7.16,
p.7.19,p.7.22, p.7.25).

EXECUTE.

COMPUTE comp1=SUM (p.7.1, p.7.2, p.7.4, p.7.6, p.7.10, p.7.13, p.7.14, p.7.15,
p.7.17, p.7.18, p.7.20,p.7.21).

EXECUTE.

FREQUENCIES VARIABLES=comp1 comp2

  /NTILES=4

  /STATISTICS=STDDEV MINIMUM MAXIMUM MEAN MEDIAN

  /HISTOGRAM NORMAL

  /ORDER=ANALYSIS.
```

La confiabilidad del componente 1, medida con el alfa de Cronbach es de 0,936 denominado subescala *Estructurada.*

La Subescala Estilo estructurado, describe un docente estructurado, planificado, organizado, que tiene el control de las lecciones. Suele planear detalles y se esmera por cumplir tal cual lo planeó. El cumplimiento de los contenidos y el rigor en las lecciones están presentes en las tareas diarias.

ISBN 978-9968-641-33-3

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
.936	.937	12

La Confiabilidad del componente 2, se obtiene un 0,909 en el alfa de Cronbach. *Subescala activo-social holística*: utiliza una amplia variedad de técnicas y estrategias de clase, valora la tecnología y materiales visuales; expresivo, expresa emociones y tiene interacción con los estudiantes.

Se involucra en experiencias nuevas, es entusiasta y experimenta con nuevas estrategias. Siempre buscar experimentar y mostrar cosas nuevas, innovadoras, pero que sean del agrado de los estudiantes. Su planeamiento está lleno de actividades, son prácticos y creativos.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
.909	.914	11

Subescala estructurado
Analítico…………………………………………….. Subescala activo-emocional-social
Holístico

Los componentes de ambos estudios el piloto y el de campo se representan en dos componentes.

Las dimensiones seleccionadas en este estudio, se relacionan para agrupar manifestaciones comunes.

Por tradición el docente de Matemática suele ser riguroso, ordenado y estructurado, por la misma naturaleza de la Matemática. La tendencia reportada como otro estilo que presentan docentes de Matemátiaca, es un estilo activo-sociable, relacionado con la dimensión afectiva.

Esta dimensión es ampliamente reportada en investigaciones en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática[5], considerada en muchas explicaciones relacionadas con situaciones del aula y el aprendizaje, la motivación, el logro o rendimiento académico y hasta la deserción y repitencia escolar (Evans, Harkins y Young, 2008; Guerrero, Blanco y Vicente, 2001; Guerrero y Blanco, 2002; Gil, Guerrero y Blanco, 2006).

Blouin (1987) citado por Lafortune (1992) menciona que un docente de Matemática es considerado como un experto que tiene un rol determinante sobre las diferentes reacciones negativas o positivas desarrolladas por los estudiantes frente a las matemáticas y su rendimiento. Esta influencia permite

[5] Para ampliar Guerrero, Blanco y Vicente, 2001; Guerrero y Blanco, 2002; Garritz, 2009; DeBellis y Goldin, 2006; Marina 2004.

ISBN 978-9968-641-33-3

valorar el nivel de confianza de sus capacidades y el dominio de sus reacciones de ansiedad dependiendo del docente, así se percibe más positivamente o negativamente

Conclusiones

Un instrumento es una herramienta que facilita la recolección de información, para el cual debe adaptarse de otros contextos, considerar propiedades psicométricas o construirse de forma científica para el objetivo que se pretende.

Los estudios de Estilos de Enseñanza proporcionan información relevante acerca del docente de Matemática, tales como el modelo pedagógico utilizado, las tendencias de enseñanza en los docentes de matemática, insumos para la formación académica y profesional, la metodología de enseñanza, la satisfacción de la profesión, las creencias y otros aspectos de la dimensión afectiva que podrían incidir en los estudiantes.

Se evidencia la necesidad de abordar investigaciones en temas relacionados con las prácticas docentes y por ende de los estilos de enseñanza, debido a que conocer lo que se hace en clases, podría ser el inicio de un proceso de reflexión y cambio.

Se identifican aspectos de la dimensión afectiva, manifestada en la interacción del docente con el estudiante en los procesos de enseñanza y aprendizaje, permite considerar elemento de la profesión docente y la forma de aprender y enseñar de las personas, muy relacionado con las creencias y lo aceptado socialmente. Las creencias se pueden trabajar durante la formación y con esto de alguna manera plantear mejoras que puedan incidir en los estudiantes para docentes y estos hacer cambios en los estudiantes de secundaria, en el cambio de actitudes hacia la matemática y su aprendizaje.

El analizar los resultados de esta muestra de docentes y encontrar una tendencia hacia un estilo de enseñanza sociable, permite reconocer un docente más cercano al estudiante y deseoso de innovar.

Se considera interesante reconocer características en relación con conductas, ya que podrían reflejar creencias, las cuales podrían modificarse en la mejora del desempeño docente. Se sugiere profundizar en los estilos de enseñanza para determinar influencia e impacto en los estudiantes.

Posiblemente la tendencia en educación a modelos constructivistas hace que los docentes hayan incorporado estrategias y maneras de interactuar con los estudiantes más flexibles.

Bibliografía

Aitkin, M., Anderson D., Hinde J. (1981). Statical Modelling of Data on Teaching Styles. *Journal of the Royal Statical Society*. Series A., 144 (4) 419-461.

Barrantes, H. y De Faria, E. (2008). El currículum nacional en la formación de docentes para la enseñanza de la Matemática: Fundamentos y propuestas.

Barret, K., Bower, B. y Donovan N. (2007). Teaching Styles of Community College Instructors. *American Journal of Distance Education,* 21(1), 37-49.

Bass H. (2007). Matemáticas, matemáticos y educación matemática. *RSME Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(3), 689-706.

ISBN 978-9968-641-33-3

Becker, W. & Watts, M. (2001). Teaching Methods in U.S. Undergraduate Economics Courses [ ]. The Journal of Economic Education, 32(3), 219-230.

Blanco, L., Caballero, A. y Guerrero, E. (2008). Programa de entrenamiento en resolución de problemas generales, problemas de matemáticas y en control emocional. En González-Pienda, J.A. y Núñez, J.C. Coords (2008). Psicología y Educación: un lugar de encuentro. Actas del V Congreso Internacional de Psicología y Educación: los retos del futuro, celebrado en Oviedo los días 23 al 25 de abril de 2008. Ediciones de la Universidad de Oviedo. Pp.2027-2033. Publicado en CD.

Blanco, L., y Guerrero, E. (2004). Diseño de un programa psicopedagógico para la intervención en los trastornos emocionales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación, Nº 33/5 (25-07-04). Recuperado de http://www.campus-oei.org/revista/psi_edu13.htm

Blanco, L. (2009). Resolución de problemas y dominio afectivo, en la formación inicial del profesorado de Matemáticas. Badajoz, octubre 2009. Trabajo de investigación.

Bonilla, F.S. (1986). Estilos de enseñanza en la Universidad de Costa Rica. *Revista Educación*. 10(2): 99-114.

Caballero, A., Blanco, L., Guerrero, E. (2007). Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los Estudiantes para Maestros de La Facultad de Educación de La Universidad de Extremadura, Comunicación presentada en el XI SEIEM. Simposio de Investigación y Educación Matemática celebrado en La Universidad de La Laguna (4-7 setiembre 2007).

Caballero, A. (2008). El dominio afectivo en las Matemáticas de los Estudiantes para Maestro de La Facultad de Educación de La Universidad de Extremadura. Trabajo de investigación. (SP).

Campos, N. (1991). Estilos de enseñanza-aprendizaje en aulas de escuelas ubicadas en zonas urbano-marginales. *Revista Educación* 15(2): 39-47.

Charalambos, Y., Philippou, G. y Kyriakides, L. (2008). Tracing the development of preservice teachers´efficacy beliefs in teaching mathematics during fieldwork. Education Stud Math 67: 125-142.

Coldren, J. & Hively, J. (2009). Interpersonal teaching style and student impression formation. College Teaching, 57(2): 93-98.

CONARE, Oficina de Planificación de la Educación Superior. (2006). Hacia un modelo educativo costarricense: una propuesta de políticas, estrategias y acciones. San José, Costa Rica. EUNED.

ISBN 978-9968-641-33-3

CONARE (2008). Investigación sobre la titulación de docentes de Matemáticas que trabajan en el MEP. Proyecto de decanas y decano (s.p.).

Contreras, I. (1994). El rol del profesor de Matemática en la educación secundaria: un referente teórico para su estudio. Revista Educación. 18(1): 73-84.

Cothran, D.J., Kulinna, P.H., (2008). Teachers´Knowledge about and use of teaching models. *Physical Educator, 003891, Fall 2008. 65(3*), 122-133.

De León, I. (2006). Los estilos de enseñanza pedagógicos: Una propuesta de criterios para su determinación. *Revista de Investigación 57*, 69-97.

Evans, C. (2004). Exploring the relationship between cognitive style and teaching style. Educational Psychology, 24(4): 509-530.

Evans, C., Harkins, M.J. y Young, J. (2008). Exploring Teaching Styles and Cognitive Styles: Evidence from School Teachers in Canadá. North American of Psychology. 10(3), 567-582.

Fan, W. & Ye, S. (2007). Teaching Styles among Shanghai Teachers in Primary and Secondary Schools. Educational Psycholoy. 27(2), 255-272.

Gargallo, B. (2008). Estilos de docencia y evaluación de los profesores universitarios y su influencia sobre los modos de aprender de sus estudiantes. *Revista española de pedagogía, Año LXVI*, 241, 425-446.

Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. Revista de Educación, n.340, pp.551-569.

Gómez-Chacón, I.M. (2000). Matemática emocional. Los afectos en eel aprendizaje matemático. Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I.M. (2002). Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. En L.C. Contreras y L.J. Blanco: Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura.

Grasha, A. (2002). The dynamics of One-on One Teaching. *College Teaching*, 50(4): 139-146.

GTD-PREAL. (2009). La formación de docentes de matemática: reveladores hallazgos. Contenidos elaborados con base en el estudio The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries. MT21 report. Center for Research in Mathematics and Science Education.http://cimm.ucr.ac.cr/proyectos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Kabadayi, A. (2007). Analyzing cognitive teaching styles of preservice and cooperating preschool teachers in Turkey. Early Child Development and Care. 177(3): 275-293.

Lafortune, L. (1992). Dimensión Affective en Mathématiques. Modulo Éditeur. Quebec, Canadá

Leung, K., Lue, B. y Lee, M. (2003). Development of a teaching style inventory for tutor evaluation in problem-based learning. Medical Education 37, 410-416.

López, J.M. (1992). Los estilos de aprendizaje y los estilos de enseñanza. *Anales de psicología*, 12(29), 179-184.

Ruiz, A., Barrantes, H. y Gamboa, R. (2008). Encrucijada en Enseñanza de la Matemática: La formación de educadores. CONARE, Estado de la Nación.

Tejada, J. (2001) Conferencia impartida en el II Seminario Internacional sobre Evaluación Implementación Proyecto de Innovación y Mejoramiento Integral de la Formación Inicial de docentes. Revista Doxa, Nº 2 Santiago de Chile.

UNESCO (2007). Eficacia escolar y factores asociados de América Latina y el Caribe. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. Román, M. Investigación Latinoamericana sobre enseñanza eficaz. unesdoc.unesco.org/images/0016/001631/163174s.pdf

Vaughn, L. y Baker, R. (2008). Do differente Pairings of Teaching Styles and Learning Styles Make a Difference? Preceptor and Resident Perceptions. Teaching and Learning in Medicine 20(3), 239-247.

Zapata, M.A. (2009). Análisis de la Práctica Profesional de los estudiantes para profesores de secundaria en la especialidad de Matemáticas y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Piura-Perú. Tesis de doctorado, Universidad de Extremadura. Director Dr. Lorenzo Blanco Nieto. Badajoz.

Zhang Li-fang (2007). Teaching Styles and Occupational Stress among Chinese University Faculty Members. Educational Psychology, 27(6), 823-841

ISBN 978-9968-641-33-3

EL QUIPU: Método Ancestral Para Resguardar Información Contable

Ana Patricia Vásquez Hernández
Universidad Nacional de Costa Rica
patrimate76@gmail.com

Resumen: Los Quipú representan un sistema de resguardo de información contable, utilizados por antiguos grupos de pobladores. Consistía en la utilización de cuerdas anudadas donde era posible registrar información estadísticas de importancia para el grupo. Existe evidencia de su uso en Costa Rica. El presente documento muestra los resultados de una investigación cibernética y bibliográfica.

Palabras claves: Quipu, cultura, representación numérica ancestral, método estadístico.

Justificación

Desde hace algunos años, se viene promoviendo fuertemente el dar valor a los conocimientos matemáticos autóctonos, que fueron y son utilizados por comunidades de origen latinoamericano. Muchos de ellos creados a partir de las realidades y necesidades socioculturales de la región.

Los métodos matemáticos y medios utilizados en América Latina, difieren en muchas ocasiones de los conocidos tradicionalmente en la educación escolarizada. Una gran parte de ellos, han sido sub valorado a lo largo de la historia, por considerarse métodos de resguardo de información diferente a la escritura española.

Es por ello, que se hace valioso informar a la comunidad de educadores de matemática, cuáles fueron algunos métodos y medios creados por comunidades ancestrales, para desarrollar el pensamiento lógico matemático. El Quipú, representa uno de esos métodos particulares de posible origen latinoamericano, que muestra la complejidad del pensamiento matemático como medio para resguardar la información contable.

Según los antropólogos Gary Urton y Carrie Brezine, de la Universidad de Harvard (EEUU) citados por Sierra (2013), indican que los quipus de los incas eran utilizados en vez de la escritura bidimensional de otras culturas antiguas.(parr.1)

Marco teórico

Las regiones territoriales por tradición indígena en América corresponden a: Área Mesoamericana, Área Chibcha Chocó, Área Andina y Áreas Periféricas.

El Imperio Inca o quechua, es considerado uno de los estados más extensos conocidos en la historia antigua de América. En los inicios del siglo XVI se extendía desde el sur de Colombia hasta el centro de Chile, constituyó Ecuador, Perú, Bolivia y el noroeste de Argentina. Esta región se denominó por tradición indígena en América como la Área Andina.

ISBN 978-9968-641-33-3

Costa Rica por su parte, perteneció a la Región denominada Chibcha Chocó, que según Francisco Corrales (2001) afirma, la historia antigua de Costa Rica debe verse en el contexto del sur de América Central (Nicaragua, Costa Rica, Panamá) junto con secciones del norte de Sudamérica.

Las relaciones de intercambio y migraciones entre estos y otros territorios, áreas o regiones, fue parte fundamental del desarrollo social.

Existe un elemento de la cultura material único y particular denominado el quipu, cuyo origen se atañe al imperio Inca, por el número de quipus que han sido hallados en las tumbas funerarias de esta región.

Sin embargo en Costa Rica, se ha evidenciado la existencia del quipú en uno de los ocho grupos indígenas existentes en este país, el cual se denominado los Indígenas Bribris.

El quipu, se origina a mediados del primer milenio A.C., pero no solo fue utilizado precolombinamente, sino que su uso se prolongó durante la colonia española también. (Luna, 2013, párr.2)La palabra quipu, proveniente del vocablo quechua que significa "nudo", se refiere a un implemento de cuerdas anudadas que fue el principal instrumento para registrar información en el Imperio Inca. Eran “documentos” con los que los burócratas del imperio compartían entre sí información contable. Es la única especie de escritura por textiles conocida. (Sierra, 2013, párr. 1)Se sabe que era un sistema muy sofisticado de contabilidad y memoria de hechos históricos de los incas. Se sabe también que el sistema de cuentas era decimal, con información y colores colocados en forma binaria, pero lo que no se sabe con exactitud es qué registran. (Luna, 2013, párr.8)

Se describe como un cordón grueso en la parte superior, del cual pendían numerosos cordones verticales, delgados y con diferentes nudos, con la posibilidad de sujetar otros cordeles anexos al cordón grueso. Estos cordeles antiguamente fueron confeccionados de algodón de fibra de camélidos (alpaca, guanacos, llamas, vicuñas, entre otros) a los que muchas veces teñían de colores. (Samanez, 2008, párr. 1)

Marco metodológico

El diseño sistemático para el análisis de los datos está basado en el procedimiento expuesto por Corbin y Strauss (2007) por codificación abierta axial, donde se realizó una revisión de de fuentes bibliográficas y cibernéticas, para analizar y generar por comparación constante la selección de categorías de mayor trascendencia para abordar la explicación del quipú y presentarla de una manera atinente para los educadores de matemática. (Hernández et al., 2010, p. 494).

Resultados

Uso del quipú

El quipú tuvo muchos usos, se utilizó para llevar la contabilidad incaica, el control de la población, posesión de tierras, el trabajo y la producción. Como por ejemplo: fue utilizado para registrar información sobre la cantidad de vasallos del Imperio, habitantes de cada pueblo, ingresos y salidas de almacenes, tributos de los pobladores en especies o trabajo, así como cantidad de tierras asignadas (topos). (Samanez, 2008, párr. 1). Por tanto las operaciones aritméticas y matemáticas usadas por los contadores incas incluían la suma, resta, multiplicación y división.

Según Urton, citado por Sierra(2013,párr.11) manifestó que también es posible que hayan sido utilizados como calendarios ya que en sitios funerarios de los incas se han encontrado quipus con 730 cuerdas agrupadas en 24 conjuntos, lo cual equivale exactamente al número de días y meses de dos años.

El Quipucamayoc

ISBN 978-9968-641-33-3

Los quipucamayoc, fueron las personas especialistas en la construcción y lectura de los quipus. Este oficio fue una labor exclusiva de un grupo privilegiado, cuyo quehacer no fue conocido por todas las personas del grupo.

Fueron realmente especialistas selectos del grupo, cuyo trabajo implicó estudio previo con los quipucamayoc mayores. Tomando en cuenta la grandeza del imperio Inca, muy posiblemente existieron un número grande de estos expertos, los cuales habitaban desde las localidades pequeñas, hasta los que podrían estar en Cuzco, guardando los datos económicos y administrativos de todo el imperio.

Tipos de quipú

Según estudios, se han podido identificar tres tipos de quipú: el estadístico, el ideográfico de personas especializadas y el ideográfico de los amautas. Se describe a continuación cada uno de ellos.

- El Quipú Estadístico:

  Conocido y usado por todos, desde el hombre simple hasta el quipucamayoc. La información permitió saber las condiciones económicas exactas de todas las regiones del imperio y las decisiones adecuadas para actuar y prevenir las catástrofes, tales como, sequía y hambre. (Samanez, 2008, párr. 2)

- El Quipu Ideográfico de Personas Especializadas:

  Era propio de un número reducido de personas, que habían estudiado en la escuela, regentados por los viejos quipucamayoc quienes dedicaban toda su vida al estudio de los nudos, obligados también a enseñar a sus hijos. (Samanez, 2008, párr. 3)

- El Quipu Ideográfico de los Amautas:

  Estaba reservado para los amautas y quipucamayocs, por sus conocimientos eran altos funcionarios. Es posible que los quipus no se limitaran a consignar cifras solamente sino que podían codificar hasta elaboraciones verbales, y aún las relaciones cronológicas entre diversos eventos, pero el último de los quipucamayoc, oficiales del Imperio Inca que sabían "escribir" y "leer" en los quipus, se llevaron sus conocimientos a la tumba. (Samanez, 2008, párr. 5)

Interpretación del quipú

La lectura se realiza de derecha a izquierda del cordel principal, siguiendo cada hilo que surge. La posición y la cantidad de nudos presentaban información cuantitativa, mientras que los colores indicaban la naturaleza del objeto representado: amarillo para el oro, rojo para el ejército, blanco para la paz, carmesí para el Inca, el negro indicaba el tiempo, el gris para registrar acontecimientos de guerra. (Samanez, 2008, párr. 8)

Desde el punto de vista numérico, el número uno se representa con un nudo de forma ocho, el dos con un nudo doble, el tres con un nudo triple, y así consecuentemente; el digito cero se representa con la ausencia del nudo en su lugar. De esa manera eran representados números relativamente grandes en la misma cuerda. Dentro de la serie de nudos eran agregados otro tipo de información como el color, el largo y ancho de la cuerda.

Hallazgos en Costa Rica

En Costa Rica, hay evidencia de la existencia del quipu en registros bibliográficos, y uno de ellos ha sido comprobado con evidencia tangible en el Institución Smithsoniana en Washington.

ISBN 978-9968-641-33-3

Así lo comprueba Luis Ferrero (1978), donde presenta las bitácoras y descripciones que hace el estadounidense William More Gabb en Talamanca, sitio que habitan y habitaban los indígenas bribris de Costa Rica.

Gabb indica que realiza una recolección de objetos de este territorio y los envía a la Institución Smithsoniana en Washington en el año de 1876. Describe que entre ellos, envía un cordel con diferentes tipos de nudos, que le fue entregado por personas del grupo indígena, cuando les solicitó ayuda para levantar el censo de población de ese lugar. Gabb indica también, que esas cuerdas anudadas, registran el número de hombre y mujeres que existían en ese momento. (Ferrero, 1978, p. xvii).

Este registro que realiza Gabb, representa uno de los únicos quipus del cual se conoce su verdadero significado.

Bajo las actividades del proyecto FUNDER 2014-2015 de la Universidad Nacional de Costa Rica, denominado Etnomatemática: Construcción de Unidades Didácticas contextualizadas, se procedió a realizar investigaciones etnográficas con los maestros de lengua y cultura del grupo indígena de los Bribris en Talamanca. De allí se obtienen resultados interesantes sobre el uso actual de los quipu y cuál es el significado que da esta cultura a la técnica de las cuerdas anudadas para resguardar información contable.

Conclusiones

Cuando se aborda el estudio de artefactos de cultura material en pueblos indígenas, muy frecuentemente evidenciamos un vago interés por conocer a profundidad el modo de pensamiento y el procedimiento matemático utilizado por estos grupos.

Existe en el pensamiento popular, la creencia a considerar que las metodologías de antaño latinoamericanas, son de una calidad inferior a las heredadas por las culturas ajenas a nuestro continente.

El quipu es una muestra de la complejidad del pensamiento matemático andino con evidencias de su uso en Costa Rica y del nivel de estudio que conllevó una profesión como la del quipucamayoc.

Como educadores de matemática, tenemos la responsabilidad de difundir nuestra propia matemática ante los educandos y promover el respeto y aprecio por estas metodologías ancestrales, que al fin y al cabo son parte de nuestra identidad.

Bibliografía

Corrales, F. (2001). Los primeros costarricenses. Costa Rica: Museo Nacional

Ferrero, L.(1978). Talamanca, el espacio y los hombres. Costa Rica: Departamento de Patrimonio Histórico del Ministerio de Cultura, Juventud y Deportes.

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Perú: Mc Graw Hill

SA. (2013). QUIPU, Contar anudando en el Imperio Inka. Recuperado de http://perso.wanadoo.es/quipuinstituto/quipu_instituto/antropologia.htm

ISBN 978-9968-641-33-3

Samanez, A. (2008). CONTADORES EN ACCION Quipucamayocs QUIPU: Nudos Numéricos y Parlantes. Recuperado de http://samanez9.wordpress.com/2008/10/01/contadores-en-accion-quipucamayocs-quipu-nudos-numericos-y-parlantes/

Luna, N. (2013). El uso de los quipus se mantuvo 150 años después de la Conquista. Recuperado de http://elcomercio.pe/actualidad/1557416/noticia- uso-quipus-se-mantuvo-150-anos-despues-conquista_1

Sierra, J. (2013). *Descifran el significado de los misteriosos quipus incas. Recuperado de* http://www.javiersierra.com/w/descifran-el-significado-de-los-misteriosos-quipus-incas/

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Elementos a considerar en el planeamiento didáctico al implementar la Resolución de Problemas

Marianela Zumbado Castro
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Universidad Estatal a Distancia
mzumbad2@gmail.com

Resumen: A continuación, se presenta una propuesta de planeamiento didáctico acorde con los programas de Matemáticas aprobados en el 2012. Es un *plan de lección o minuta*[6] para décimo año, sobre algunos conocimientos de la función lineal. Se trabajan de manera integrada mediante un problema contextualizado tres habilidades específicas. Se expone el problema, la posible solución, los elementos teóricos para el cierre o clausura. Además, ejercicios y problemas de diferentes niveles de complejidad para la etapa de movilización y aplicación de los conocimientos.

Palabras claves: Planeamiento didáctico, Resolución de problemas, Organización de la lección

Introducción

A partir del 2012, con la aprobación de los nuevos programas de Matemáticas, se propone una nueva organización de la lección, esta propuesta es diferente al trabajo que se realizaba en las aulas de manera tradicional.

La clase de Matemáticas ha tenido la siguiente estructura: el o la docente imparten de manera magistral el concepto o contenido, empleando dos o tres ejemplos, muestra a sus estudiantes cómo debe usarlo, posteriormente, asigna un material de práctica del concepto o contenido impartido, ese material puede haber sido producido, seleccionado o simplemente corresponde a la asignación de algunas páginas del libro de texto.

Se ha mantenido un esquema donde el o la docente es el dueño del conocimiento y se emplea de manera reiterada: la clase magistral-contenido-práctica-revisión en pizarra. Esto implica que el planeamiento que hace el o la docente de su lección se ajusta a ese esquema.

Sin embargo, de acuerdo con los programas de Matemáticas se requiere de un planeamiento didáctico de la lección que utilice la Resolución de Problemas como estrategia metodológica y además, considere la dos etapas indicadas (MEP, 2012, p.41).

[6] Se entiende por *Plan de lección o minuta,* la descripción del trabajo realizado a través del problema planteado en las 5 lecciones que se proponen para desarrollar las dos etapas propuestas en el programa de Matemáticas

ISBN 978-9968-641-33-3

Desarrollo

Seguidamente, se detalla el desarrollo de un plan de lección que abarca una semana de trabajo, aproximadamente 5 lecciones. Además, este plan de lección responde a un planeamiento mensual de acuerdo con la circular DM-0033-11-11.
Por tanto, se describen los elementos básicos de un plan de lección o minuta (Rojas, 2014, p.267-271) las habilidades específicas (equivalente a los objetivos) y conocimientos, las actividades de mediación descritas de manera detalla incluyendo los cuatro pasos para la primera etapa y los ejercicios y problemas para la segunda etapa.

Conocimientos	**Habilidades Específicas**
Función lineal	10) Representar gráficamente una función lineal.
	11) Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica.
	12) Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella.

(MEP, 2012, p.410)

Actividades de Mediación:

La profesora iniciará la clase de la siguiente forma, presentación del problema.

<u>I Etapa</u>

Problema:

La empresa "Pura Vida S.A" produce juegos de mesa que promueven la conservación del medio ambiente. Dado que el costo de producir cada juego fue de ¢1250 y se hizo una inversión inicial de ¢3 500 000, se proyecta que el precio de venta para cada juego sea de ¢2750.

a. Determine la expresión algebraica que brinda la utilidad "**U**" que genera la empresa en función de la cantidad de artículos producidos (suponiendo que todo lo que se produce se vende)
b. Grafique dicha relación en un sistema de ejes cartesianos.
c. Determine cuántos artículos es necesario vender para que la empresa empiece a generar ganancias.

Nota: Problema propuesto en la indicaciones puntuales de los programas oficiales del MEP (2012, p.410)

Solución del Problema:

a. Determine la expresión algebraica que brinda la utilidad "**U**" que genera la empresa en función de la cantidad de artículos producidos (suponiendo que todo lo que se produce se vende).

   Si x representa la cantidad de los artículos vendidos, la ganancia por cada producto se puede calcular mediante la diferencia entre precio de venta y el costo, entonces las utilidades se calculan mediante:
   $$U(x) = (2750 - 1250)x - 3\,500\,000,$$
   otra forma de escribir la ecuación es la siguiente:
   $$U(x) = 2750x - (1250x + 3\,500\,000)$$
   en resumen se pueden calcular las utilidades así: $U(x) = 1500x - 3\,500\,000$

b. Grafique dicha relación en un sistema de ejes cartesianos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Las y los estudiantes pueden hacer una tabla para visualizar los valores

Cantidad de artículos x	1	2	3	4	5	……..
Utilidad U(x)	-3 498 500	-3 497 000	-3 495 500	………….	…………..	………

Los estudiantes pueden encontrarse con la dificultad de que requieren muchos cálculos antes de hallar cuando no hay pérdidas, por lo tanto se debe preguntar ¿Cómo hacerlo más rápido? ¿Cuántos artículos debe vender la empresa para tener equilibrio (sin pérdidas ni ganancias)? Los estudiantes deben pensar en la ecuación

$$0 = 1500x - 3500000$$

$$\frac{3500000}{1500} = x$$

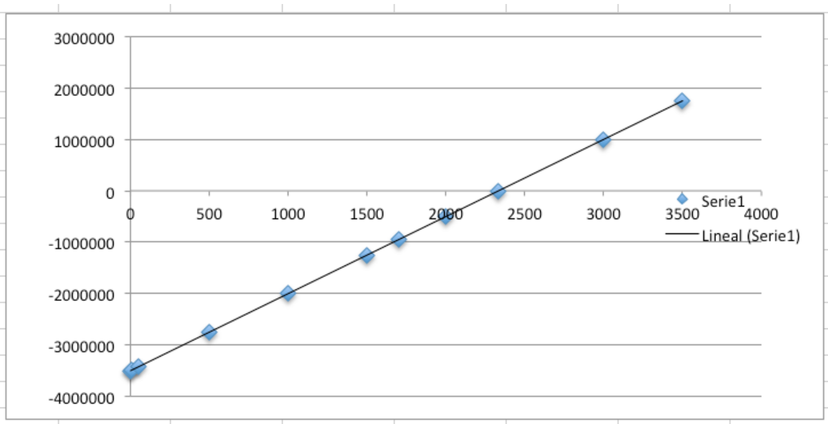
$$\frac{7000}{3} = x$$

$$2333{,}33 = x$$

Cantidad de artículos x	2333,33	2334	3 000			
Utilidad U(x)	0	1000	1 000 000			

Al colocar algunos valores en la representación gráfica se verá de la siguiente forma:

Productos	Ganancias
1	-3498500
10	-3485000
50	-3425000
500	-2750000
1000	-2000000
1500	-1250000
1700	-950000
2000	-500000
2333	-500
3000	1000000
3500	1750000



c. Determine cuántos artículos es necesario vender para que la empresa empiece a generar ganancias.
Después de 2334 artículos la empresa comienza a percibir utilidades.

ISBN 978-9968-641-33-3

Cierre o clausura:

El o la docente utilizando las respuestas brindadas por los estudiantes para la solución del problema definirá cuatros conocimientos:

- **Representación de una función lineal,** el docente utilizará el trazo realizado en la pizarra e indicará que es una representación de una función lineal, la cual puede expresarse de la siguiente forma:

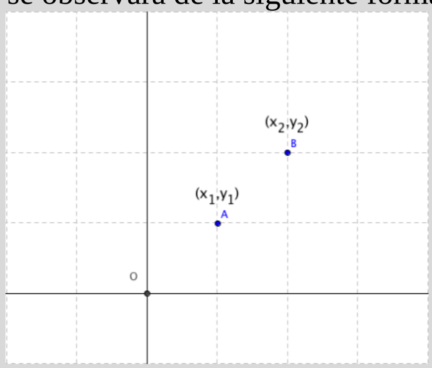
$$f(x) = m\,x + b \;\text{ o }\; y = m\,x + b$$

- **La pendiente**, el docente utilizará como ejemplo la ecuación

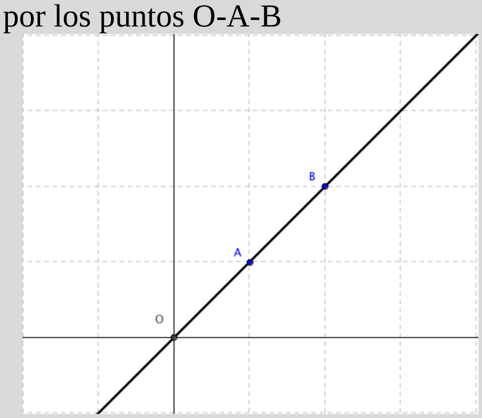
$$U(x) = 1500x - 3\,500\,000.$$

Con el objetivo de fortalecer el proceso de *Razonar y Argumentar* (MEP, 2012, p.24) el docente puede realizar la ***demostración de la pendiente de una función lineal***, usando las siguientes ideas:

Sean $A = (x_1, y_1)$ y $B = (x_2, y_2)$, considere a O como el origen. Al representar estos dos puntos en el plano cartesiano se observará de la siguiente forma:

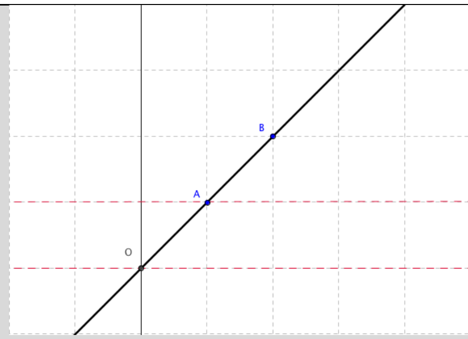


Considere la recta que pasa por los puntos O-A-B

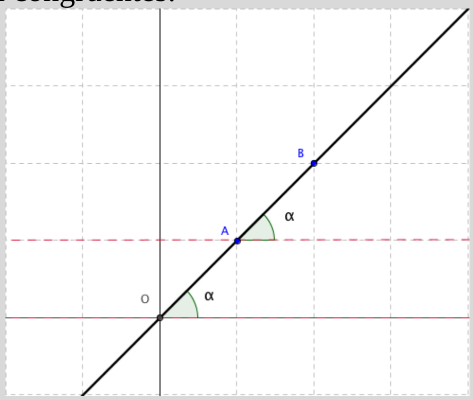


Por el punto O y A, se pueden trazar dos rectas paralelas como las siguientes (destacadas mediante líneas punteadas rojas):

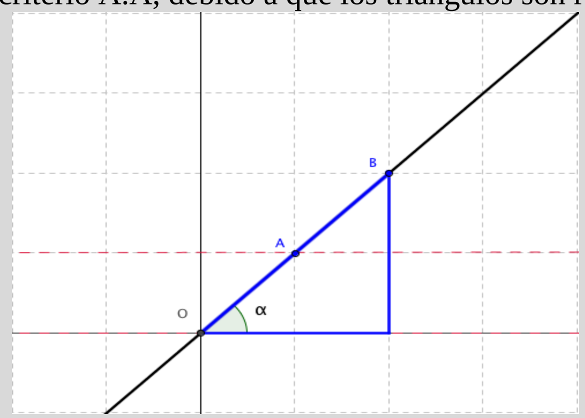
ISBN 978-9968-641-33-3

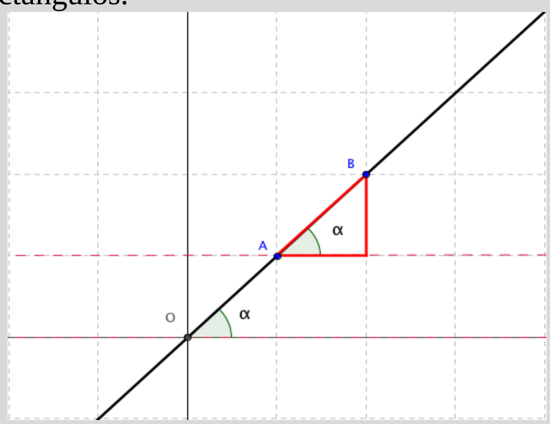


Entonces la recta OB es una recta transversal entre dos rectas paralelas, esto implica que los ángulos correspondientes son congruentes:



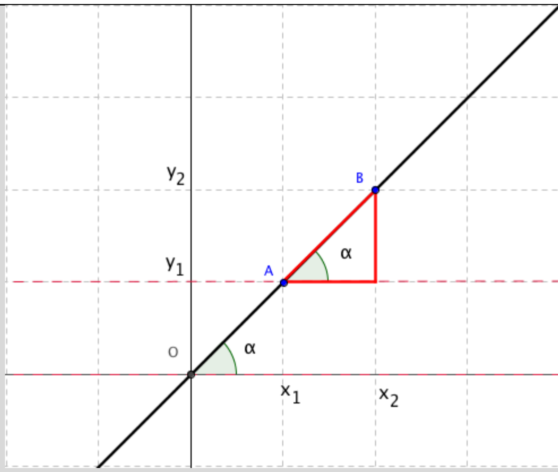
Se sigue que el triángulo destacado en azul y el destacado en rojo son semejantes, por el criterio A.A, debido a que los triángulos son rectángulos.

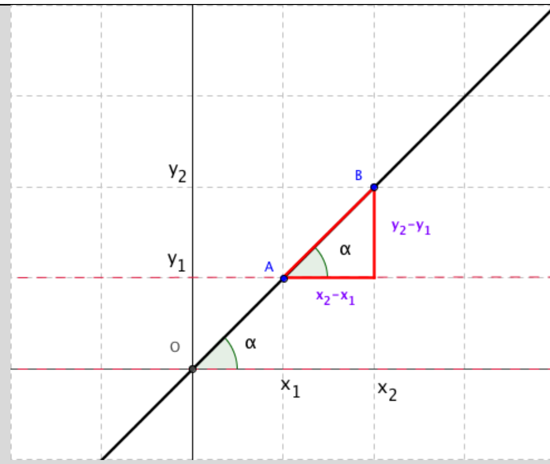




Ahora bien, respecto a las longitudes de los lados de los triángulos, la distancia entre las ordenadas corresponde a $x_2 - x_1$, la distancia entre las abscisas corresponde a $y_2 - y_1$, como se observa a continuación:

ISBN 978-9968-641-33-3



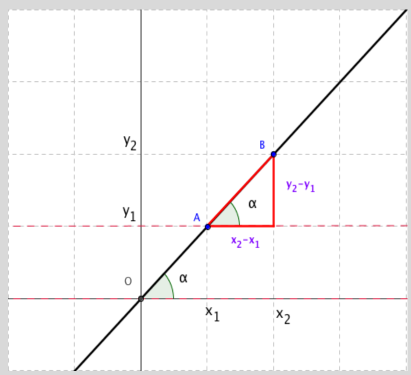


Al valor de α en el triángulo azul, se le aplica la razón trigonométrica tangente y se obtiene un valor **m**, que corresponde a la inclinación de la recta y se representa por :

$$tan\,\alpha = m$$

Finalmente, si se desea determinar α en el triángulo rojo (que corresponde a la pendiente, inclinación o amplitud del ángulo) se puede utilizar la razón trigonométrica de la tangente para determinar el ángulo que corresponde a :

$$tan\,\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Se sigue que $m = tan\,\alpha$ y como $tan\,\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ se deduce que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, que corresponde a la pendiente de la recta.

El docente puede emplear la siguiente definición:

Pendiente de una función lineal

ISBN 978-9968-641-33-3

En una función lineal f, dado por $f(x) = mx + b$, la inclinación respecto al eje X, de la recta a la que pertenecen los puntos de la gráfica de f se denomina pendiente y está representada por m. Si no se tiene el criterio de f, pero se conocen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) que pertencen a la gráfica de f, entonces se puede calcular el valor de m con la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Recuperado de http://www.slideshare.net/steven0911/recordemos-la-definicin-de-una-funcin-lineal

- **Intersección con el eje de las ordenadas**, usando como ejemplo la ecuación $U(x) = 1500x - 3\,500\,000$, e indicando que se resumen en (0,b)
- **Intersección con el eje de las abscisas**, usando como ejemplo el punto (2333,33 ; 0) en la representación gráfica. Rápidamente calculado por $\left(\frac{-b}{m}, 0\right)$

Seguidamente, se propone que se determine la pendiente y la intersección con el eje de las ordenadas de la recta representada por el criterio $y = m\,x + b$, dados dos puntos de ella. (El o la docente en este momento debe retomar conocimientos de Geometría, mediante preguntas como: ¿Cuántos puntos son necesarios para establecer la recta que pasa sobre todos los puntos representados en la pizarra? ¿Cuántos puntos determinan una recta?)

Ejemplo:

A partir de $(0, 5)$ y $(3, 0)$, determine la ecuación de la recta.

Se espera que los estudiantes con base en la información brindada anteriormente, utilicen que (0,b) =(0,5) y que $\left(\frac{-b}{m}, 0\right) = \left(\frac{-5}{3}, 0\right)$. Hasta construir la siguiente ecuación:

$$y = -\frac{5}{3}\,x + 5$$

II Etapa

En las siguientes 3 lecciones las y los estudiantes realizarán los siguientes ejercicios y problemas. De los ejercicios y problemas propuestos serán revisados en la pizarra aquellos que son de interés para la docente por el tipo de estrategia de solución que requiere o por las dificultades que representa para el estudiantado.

A. Determine la ecuación de la recta y represente cada recta en el plano cartesiano. (Reproducción)

a) Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.

b) Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto $(-3, 2)$.

c) Pasa por los puntos A $(-1, 5)$ y B$(3, 7)$.

d) Pasa por el punto P $(2, -3)$ y tiene una pendiente igual a -1.

ISBN 978-9968-641-33-3

B. Resuelva cada uno de los siguientes problemas (Conexión):

a) En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2,5 cm. Establecer una función que represente la altura de la planta en función del tiempo y representarla gráficamente. Sugerencia: Considere las 10 semanas como $t = 0$.

b) Por el alquiler de un automóvil 4x4, en temporada alta cobran 183 € de depósito más 3 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el costo diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar? ¿Si se cancelan 1542€, cuántos kilómetros se recorrió?

C. Resuelva cada uno de los siguientes problemas (Reflexión):

a) Sea *f* una función tal que $f(x) = ax + b,\ con\ a \neq 0$.

b) Calcular los valores de *a* y *b*, sabiendo que $f(3) = p\ y\ f(q) = 4,\ p, q \in IR\ y\ p \neq 0, q \neq 0$.

   i. Si $p = 1\ y\ q = 1$, ¿Cuál es la intersección con el eje x?

   ii. Si $p = -4\ y\ q = -4$, ¿Cuál es la intersección con el eje y?

c) Sustituya a y b por dos números enteros positivos y grafique.

d) Sustituya a y b por dos números enteros negativos y grafique.

e) Sustituya a y b por un número positivo y otro negativo y grafique.

f) Con base en las gráficas anteriores responda las siguiente preguntas:

   i. Observa alguna diferencia entre las gráficas. Describa esas diferencias.

   ii. Compare el comportamiento de las gráficas donde usted eligió utilizar un valor positivo para **a** y un valor negativo para **a**. Describa su comportamiento.

   iii. Compare el comportamiento de las gráficas donde usted eligió utilizar un valor positivo para **b** y un valor negativo para **b**. Describa su comportamiento.

   iv. Escriba una conjetura sobre el comportamiento de las rectas y los signos de los valores de **a** y **b.**

Tiempo:

2 lecciones para la ejecución de la I Etapa.

3 lecciones para la ejecución de la II Etapa.

Recordatorios para el profesor (a) en el desarrollo de la lección:

1. Aunque el dominio es discreto, ya los estudiantes han tenido contacto con conocimientos relacionados con la existencia de los números reales y las funciones. En noveno año se trabaja la graficación de puntos y orienta al estudiantado a visualizar una tendencia entre los puntos representados (aun cuando se utilicen modelos donde el dominio es discreto), por tanto ya se puede realizar un trazo continuo. Es importante comentar con los estudiantes la graficación de funciones con dominios discretos por medio de trazos continuos con el fin de visualizar la información en mejor forma.

ISBN 978-9968-641-33-3

2. Es importante destacar que el modelo que describe el crecimiento de la planta es lineal, si el crecimiento es directamente proporcional al tiempo significa que en t = 0 y la planta debe medir 0 cm (Altura = kt), esto se debe recordar porque es un conocimiento adquirido en primaria.
3. Esta notación $f(0) = 3$ y $f(1) = 4$ se introdujo previamente con los conocimientos que anteceden a estas habilidades.
4. Se promueve el uso de moneda extranjera con el objetivo de favorecer habilidades adquiridas en el área de Medidas durante la primaria.

Consideraciones finales

- El plan de lección debe ser diferente al planeamiento tradicional basado en el esquema de clase magistral-contenido-práctica-revisión en pizarra.
- Se debe considerar en el planeamiento didáctico la integración de habilidades.
- Se debe planificar un problema y realizar la solución para verificar que propicie, favorece y desarrolle el conjunto de habilidades seleccionadas.
- Se debe incluir en el plan de lección el cierre o clausura (los elementos teóricos a formalizar en concordancia con las habilidades específicas seleccionadas).
- Además, se deben considerar las dos etapas indicadas por el programa de Matemáticas (MEP, 2012, p.41-44).
- Finalmente, en la selección de los ejercicios y problemas, se deben incluir diferentes niveles de complejidad: Reproducción, Conexión y Reflexión (MEP, 2012, p.32-34).

Bibliografía

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014). Documento de integración de habilidades para Décimo año. San José, Costa Rica: autor. Disponible en http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades/article/view/12

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de estudio de matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica: autor. Disponible en http://www.reformamatematica.net/proyecto/docs/programas.pdf

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011). Disposiciones sobre el Planeamiento Didáctico en los Centro Educativos (DM-0033-11-11). San José, Costa Rica: autor.

Rojas, A (2012). Planeamiento Didáctico (Versión preliminar). Costa Rica: EUNED.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Estrategias de muestreo para resolver problemas de probabilidad a través de simulación computacional

Greivin Ramírez Arce
gramirez@itcr.ac.cr
Kendall Rodríguez Bustos
kendall2412@gmail.com
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Resumen: La generación de distribuciones requiere experticia cuando se trata de resolver problemas estocásticos a través de simulación. Se recomienda el uso de la tecnología, sin embargo, los paquetes tienen limitaciones en el cumplimiento de las hipótesis de los problemas, lo que exige ser subsanadas a través de estructuras de pensamiento de alto nivel, con flujos de programación complejos accesibles a algunos pocos. Este escrito pretende mostrar estrategias de simulación principalmente en Excel y Geogebra para resolver problemas de probabilidad donde se debe realizar muestreo con y sin reemplazo.

Palabras claves: Generación de distribuciones, muestreo, simulación, resolución de problemas.

Introducción

En toda la primaria como a partir de octavo año de secundaria, el Ministerio de Educación Pública (MEP) de Costa Rica ha incorporado en sus programas el tópico correspondiente a probabilidad, permeando hasta la finalización de la misma. Destacan tópicos como la ley de los grandes números y muestreo aleatorio que serán fundamentales para el uso de la simulación tanto a nivel de secundaria como en la educación superior.

Este mismo Ministerio, así como otros autores a nivel internacional, han recomendado en los últimos años, el uso de la tecnología, propiamente la simulación, para resolver problemas estocásticos de manera frecuencial (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Burrill, 2002; Inzunsa, 2006; Sanabria, 2013). Sin embargo, la creación de la distribución para empezar a realizar el proceso de muestreo no es sencilla.

La mayoría de paquetes computacionales no permiten realizar muestreo de forma práctica. Fathom es quizás uno de los programas que permite realizar el muestreo, con o sin reemplazo, de forma fácil y eficiente, sin embargo, este paquete no es gratuito.

La mayor dificultad aparece cuando se pretende realizar un muestreo sin reemplazo pues lo paquetes no presentan la opción automática de no volver a elegir un elemento si éste ya fue seleccionado en una muestra; por lo que la mayoría de paquetes exigen plantear estrategias que permitan no reemplazar los elementos para realizar el muestreo.

Para el MEP (2012a), es fundamental el uso de la hoja de cálculo, pues permite crear representaciones tabulares, así como gráficas de tal manera que ahorran tiempo de elaboración, concentrándose en el análisis de sus comportamientos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Se presenta a continuación estrategias desarrolladas principalmente en Excel y Geogebra para resolver problemas de probabilidad que exigen realizar un muestreo sin reemplazo para llegar a su solución frecuencial a través de simulación. Se espera que estrategias similares puedan ser incorporadas en paquetes venideros de tal manera que presenten mayores facilidades de ejecución en el muestreo.

Sin tener que llegar a utilizar códigos amplios de programación como lo exigen programas como R o bien estrategias de planificación mental no accesible para estudiantes de niveles escolares iniciales.

Se seleccionaron los paquetes de Excel y Geogebra por su accesibilidad del primero y por ser de código libre el segundo.

Aspectos teóricos

Algunos aspectos teóricos que son fundamentales conocer para desarrollar las actividades propuestas son los siguientes:

Probabilidad frecuencial de un evento A se define como:

$$P(A) = \frac{\text{núm de experimentos donde el evento } A \text{ ocurre}}{\text{núm total de experimentos realizados}}$$

Ley de los grandes números: dado un experimento, sea *A* un evento y *X(n)* el número de veces que ocurre *A* en *n* de estos experimentos, entonces para todo ε>0 se tiene que:

$$P\left(\left|\frac{X(n)}{n} - P(A)\right| \geq \varepsilon\right) = 0, \text{ para } n \text{ lo suficientemente grande.}$$

Esta ley establece que dado un experimento donde *A* es un evento, si el experimento se repite un número grande de veces, entonces la probabilidad frecuencial de *A* se aproxima al valor teórico de la probabilidad. Esto es:

$$P(A) \approx \frac{X(n)}{n}$$

Muestreo aleatorio con reemplazo: consiste en la extracción de una muestra aleatoria donde un elemento puede ser seleccionado cada vez que se haga la extracción. En este tipo de muestreo la probabilidad de que un elemento sea seleccionado en cada experimento se mantiene constante.

Muestreo aleatorio sin reemplazo: consiste en la extracción de una muestra aleatoria donde una vez que un elemento ha sido seleccionado, éste no puede volver a formar parte del espacio muestral para la nueva extracción.

ACTIVIDADES

Actividad # 1. En una canasta se tienen 10 bolas rojas y 1 bola verde. Se comienza a sacar bolas al azar sucesivamente bajo las siguientes reglas:

ISBN 978-9968-641-33-3

Regla 1. Si la bola extraída es roja no se devuelve a la canasta y se agrega una bola verde a la canasta.

Regla 2. Si la bola es verde no se devuelve a la canasta.

El proceso termina hasta obtener 2 verdes extraídas, ¿cuál es la probabilidad de sacar en total 4 bolas?[1]

Simulación Computacional en Excel:

Note que en este problema se tiene una canasta de 11 bolas, en la cual hay 10 bolas rojas y 1 bola verde, entonces, para efecto de la simulación, suponemos que las bolas rojas son los números enteros del 1 al 10, y en cambio, la bola verde se considera como el número 11, es decir, en este caso la canasta de 11 bolas se relaciona con un conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}.

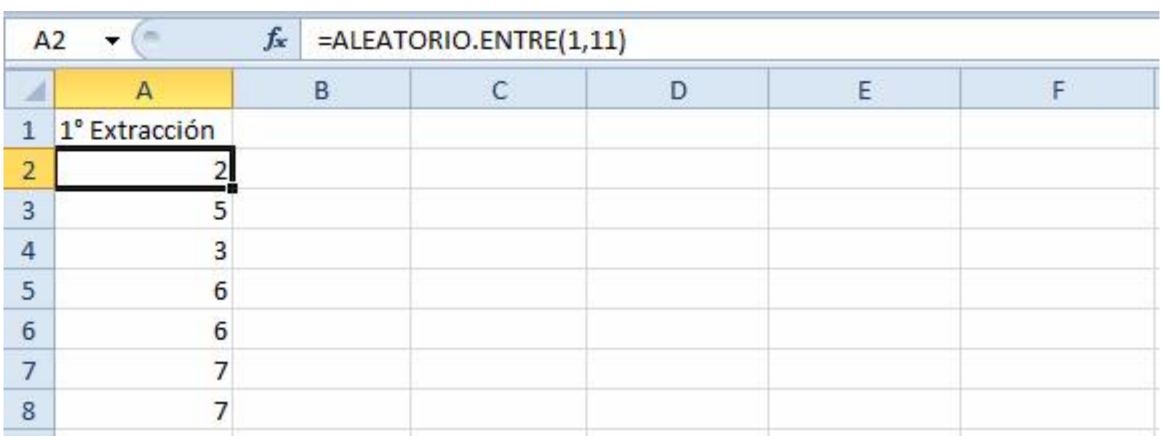
El procedimiento de la simulación planteada por los autores, es crear cuatro columnas en la hoja de cálculo de Excel, que vienen a representar las cuatro extracciones de bolas al azar. Además, como el proceso del experimento termina cuando se obtiene 2 bolas verdes extraídas, entonces, se crea una quinta columna, la cual contabiliza cada experimento que obtenga 2 bolas verdes, donde la segunda bola verde se consiguió en la última extracción (cuarta bola extraída).

Por último, en otra celda se calcula la probabilidad deseada haciendo uso de la Ley de Laplace.

A continuación se presenta los pasos de una posible simulación:

Paso 1: Se crea una variable llamada "1° Extracción" en la celda A1, en donde en la celda A2 se escribe en la barra de entrada, el comando: *=ALEATORIO.ENTRE(1,11)*, lo cual retorna un número entero al azar entre 1 y 11.

Se realizan 1000 experimentos, entonces, se arrastra la celda A2 hasta la celda A1001, y con esto tenemos 1000 celdas que generan valores numéricos aleatorios de 1 al 11. Esta misma estrategia se utilizará en las siguientes tres columnas.



Paso 2: Debemos tener en cuenta, que a partir de la segunda extracción hasta la cuarta extracción se deben considerar las dos reglas del experimento, para realizar el modelamiento del problema de manera correcta, dependiendo de la bola sacada en la extracción anterior; si es roja o verde.

Por lo que, en cada extracción la cantidad de bolas según su color, varían, dependiendo del color de bola obtenida en la extracción, entonces, plantearemos lo siguiente:

ISBN 978-9968-641-33-3

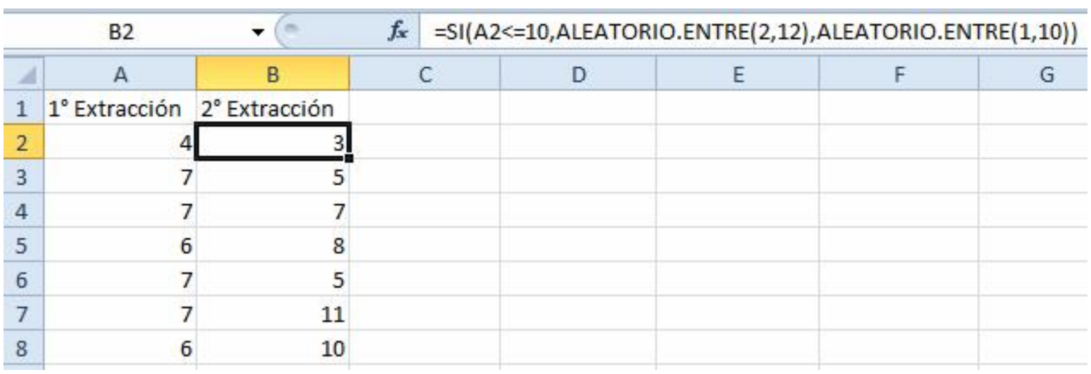
Regla 1: Si la bola es roja no se devuelve, entonces en el conjunto de las bolas rojas {1,2,3,…,10} se elimina el primer elemento y además se debe agregar una bola verde, entonces, el rango de bolas verdes aumenta de valores, puede ser el 12,13,…, así, sucesivamente en las siguientes extracciones.

Es decir, en el caso de la primera a segunda extracción, el conjunto inicial {1,2,3,…,10,11} se modifica al nuevo conjunto {2,3,4,…,11,12}.

Regla 2: Si la bola es verde no se devuelve, como las bolas verdes son los valores del conjunto {11,12,13,…}, entonces, se elimina el último valor del rango de las bolas verdes. Es decir, en el caso de la primera a segunda extracción, el conjunto inicial {1,2,3,…,11} se modifica al nuevo conjunto {1,2,3,4,…,10}.

Así, se crea una variable llamada “2° Extracción” en la celda B1, en donde en la celda B2 se escribe en la barra de entrada, el siguiente comando:

=SI(A2<=10,ALEATORIO.ENTRE(2,12),ALEATORIO.ENTRE(1,10)), lo cual retorna un valor numérico al azar de un nuevo rango de valores que depende de cada extracción anterior.


B2 =SI(A2<=10,ALEATORIO.ENTRE(2,12),ALEATORIO.ENTRE(1,10))

	A	B	C	D	E	F	G
1	1° Extracción	2° Extracción					
2	4	3					
3	7	5					
4	7	7					
5	6	8					
6	7	5					
7	7	11					
8	6	10					

Paso 3: Siguiendo con el mismo esquema del paso anterior, se pueden elegir bolas de la canasta dependiendo del color de bola en las dos primeras extracciones.

Se crea una variable una variable llamada “3° Extracción” en la celda C1, en donde *en la celda C2 se escribe en la barra de entrada, el comando:*

=SI(A2<=10,SI(B2<=10,ALEATORIO.ENTRE(3,13),ALEATORIO.ENTRE(2,11)),ALEATORIO.ENTRE(2,11)), lo cual retorna un valor al azar en los rangos determinados, según sus respectivas reglas.

Paso 4: Similarmente, se crea una variable llamada “4° Extracción”, en donde en la barra de entrada se escribe el siguiente comando:

=SI(A2<=10,SI(B2<=10,SI(C2<=10,ALEATORIO.ENTRE(4,14),ALEATORIO.ENTRE(3,12)),SI(C2<=10,ALEATORIO.ENTRE(3,12),ALEATORIO.ENTRE(2,10))),SI(C2<=10,ALEATORIO.ENTRE(3,12),ALEATORIO.ENTRE(2,10))), donde retorna un valor al azar de rangos determinados, según sus respectivas reglas.

Paso 5: Ahora, se debe tener tomar en cuenta la cantidad de bolas verdes extraídas, donde la segunda bola verde fue obtenida en la cuarta extracción.

Así, se crea una variable llamada “Cantidad de Bolas Verdes Extraídas” en la celda E1, y en la celda de abajo se escribe en la barra de entrada, el siguiente comando: *=SI(D3>=11,CONTAR.SI(A3:D3,*

ISBN 978-9968-641-33-3

"=11"),0), lo cual contabiliza la cantidad de bolas verdes, teniendo en cuenta que la segunda bola verde debió ser obtenida en la cuarta extracción.

E2 =SI(D2 >= 11, CONTAR.SI(A2:D2,">=11"),0)

	A	B	C	D	E
1	1° Extracción	2° Extracción	3° Extracción	4° Extracción	Cantidad de Bolas Verdes Extraídas
2	9	10	9	9	0
3	10	9	13	10	0
4	9	3	4	12	1
5	5	11	4	4	0
6	5	11	3	12	2
7	6	3	9	8	0
8	10	7	10	10	0

Paso 6: Por último, se crea una variable llamada "Probabilidad" en la celda F1, y en la celda de abajo se escribe el siguiente comando: *=CONTAR.SI(E2:E1001,"2")/1000*, donde se calcula la probabilidad solicitada por medio de la Ley de Laplace.

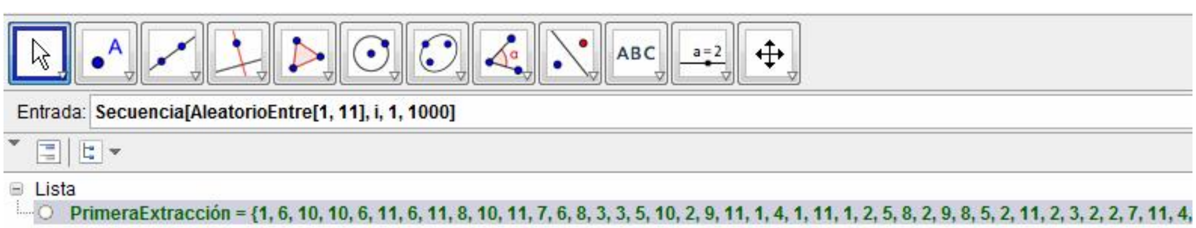
F2 =CONTAR.SI(E2:E1001,"2")/1000

	A	B	C	D	E	F
1	1° Extracción	2° Extracción	3° Extracción	4° Extracción	Cantidad de Bolas Verdes Extraídas	Probabilidad
2	1	3	11	11	2	0.086
3	10	11	2	5	0	
4	4	2	8	11	1	
5	9	5	4	10	0	
6	3	12	3	11	2	
7	3	7	7	5	0	
8	5	7	11	3	0	

<u>Simulación Computacional en Geogebra:</u>

En este caso, se procede a resolver el problema con un razonamiento análogo de la simulación anterior realizado con Excel, a continuación los pasos de un posible modelamiento del problema:

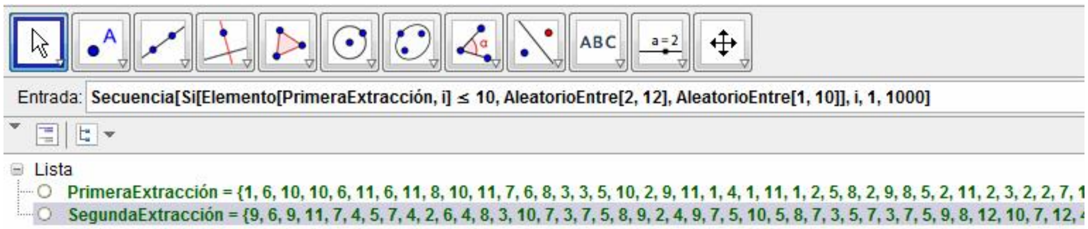
Paso 1: Primero, en la barra de entrada de Geogebra, se escribe el comando: *Secuencia[AleatorioEntre[1,11],i,1,1000]*, donde retorna una lista con 1000 números enteros de forma aleatoria entre 1 y 11 (canasta de 11 bolas iniciales). Además, a la lista creada, se le cambia el nombre de lista1 a "PrimeraExtracción" para identificar cada lista como una extracción de bolas.



Paso 2: De igual forma que la simulación anterior, se debe tener en cuenta la modificación de la cantidad de bolas rojas o verdes, según el color de la bola sacada en cada extracción.

ISBN 978-9968-641-33-3

Ahora, en la barra de entrada se escribe el siguiente comando: *Secuencia[Si[Elemento[PrimeraExtracción,i]≤10,AleatorioEntre[2,12],AleatorioEntre[1,10]],i,1,1000]*, lo cual crea una lista con 1000 valores que representa las bolas de la segunda extracción, donde dicha lista se llama “SegundaExtracción”.



Paso 3: Se crea la lista llamada “TerceraExtracción”, donde su comando es el siguiente: *Secuencia[Si[Elemento[PrimeraExtracción,i]≤10,Si[Elemento[SegundaExtracción,i]≤10,Aleatorio[3,13],AleatorioEntre[2,11]],AleatorioEntre[2,11]],i,1,1000]*.

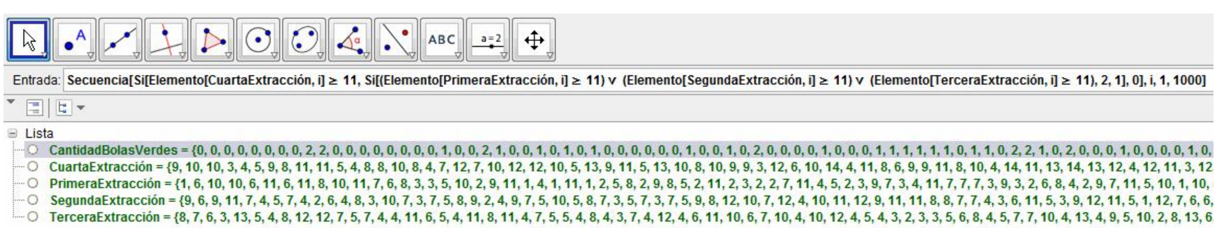
Paso 4: En la última extracción, se crea la lista llamada “CuartaExtracción”, donde se utiliza el siguiente comando:

Secuencia[Si[Elemento[PrimeraExtracción,i]≤10,Si[Elemento[SegundaExtracción,i]≤10,Si[Elemento[TerceraExtracción,i]≤10],AleatorioEntre[4,14],AleatorioEntre[3,12]],Si[Elemento[TerceraExtracción,i]≤10,AleatorioEntre[3,12],AleatorioEntre[2,10]]],Si[Elemento[TerceraExtracción,i]≤10,AleatorioEntre[3,12],AleatorioEntre[2,10]]],i,1,1000]

Paso 5: En este paso, se debe contabilizar la cantidad de bolas verdes, teniendo en cuenta que la segunda bola verde fue obtenida en la última extracción. Así, se escribe el comando:

Secuencia[Si[Elemento[CuartaExtracción,i]≥11,Si[(Elemento[PrimeraExtracción,i]≥11) v (Elemento[SegundaExtracción,i]≥11) v (Elemento[TerceraExtracción,i]≥11),2,1],0],i,1,1000],

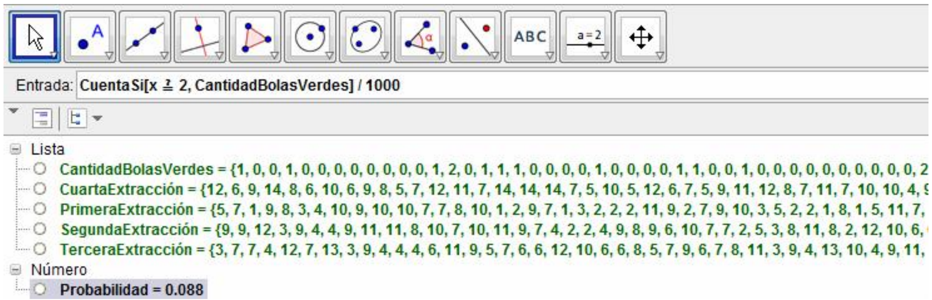
donde dicha lista se llama “CantidadBolasVerdes”.



Paso 6: Por último, se crea una variable llamada “Probabilidad”, donde se calcula la probabilidad solicitada, por medio del siguiente comando:

CuentaSi[x≟2,CantidadBolasVerdes]/1000

ISBN 978-9968-641-33-3



Solución Teórica:

Primero se determina el espacio muestral (Ω) del experimento.

Tenemos que $\Omega = \{\mathrm{RRVV}, \mathrm{RVRV}, \mathrm{VRRV}\}$.

Así, se desea calcular:

$$
\begin{aligned}
P(RRVV\ \cup RVRV\ \cup VRRV) &= P(RRVV) + P(RVRV) + P(VRRV) \\
&= \frac{10}{11}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{3}{11}\cdot\frac{2}{10} + \frac{10}{11}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{2}{10} + \frac{1}{11}\cdot\frac{10}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{2}{10} \\
&= \frac{5769}{66550} \approx 0.08669
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, hay una probabilidad aproximada de 0.08699 de sacar 4 bolas en total, teniendo en cuenta que ocurrieron exactamente dos bolas verdes.

Actividad # 2. Una bolsa tiene 4 bolas azules y 3 bolas rojas. Juan extrae 4 bolas en forma sucesiva al azar de la urna sin reposición. Determine:

a) La probabilidad de que la cuarta bola sea roja.

b) La probabilidad de que la cuarta sea roja dado que la primera fue azul. [2]

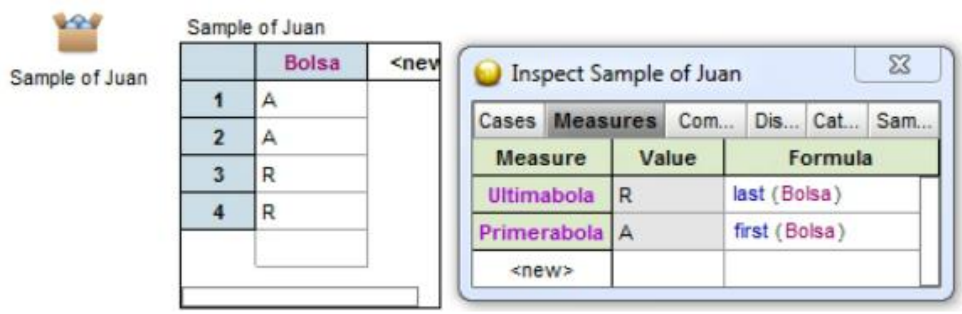
Simulación Computacional en Fathom:

Parte (a)

Paso 1: Se crea una colección llamada “Juan”, donde se debe arrastrar la tabla correspondiente a esta colección y además, se crea la variable llamada “Bolsa” que contiene las tres bolas rojas (R) y las cuatro bolas azules (A).

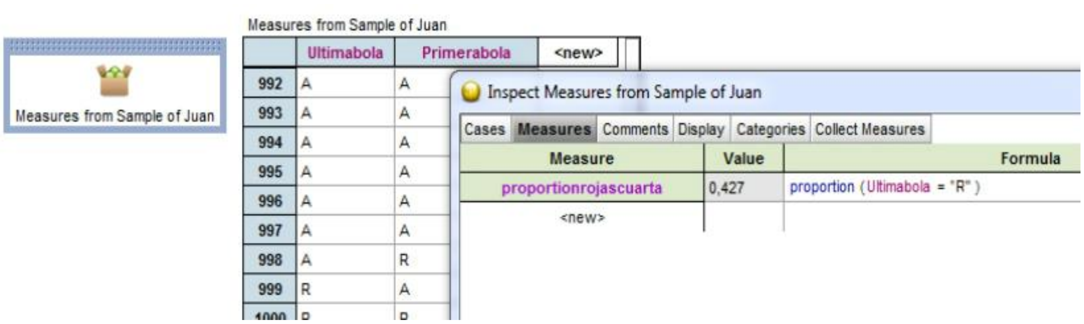
ISBN 978-9968-641-33-3

Paso 2: Se toma una muestra aleatoria de 4 bolas sin reemplazo y se registra en el icono de medidas (measure); la primera y última bola obtenida.



Paso 3: Ahora, se crea una colección de 1000 medidas que registra la primera y última bola obtenida en cada experimento. Note que entre más experimentos se realicen más cercana será la probabilidad frecuencial a la probabilidad teórica o real.

Paso 4: A continuación, de los 1000 experimentos se determina la proporción (probabilidad) de veces en las que ocurrió que en la última extracción la bola fue roja.

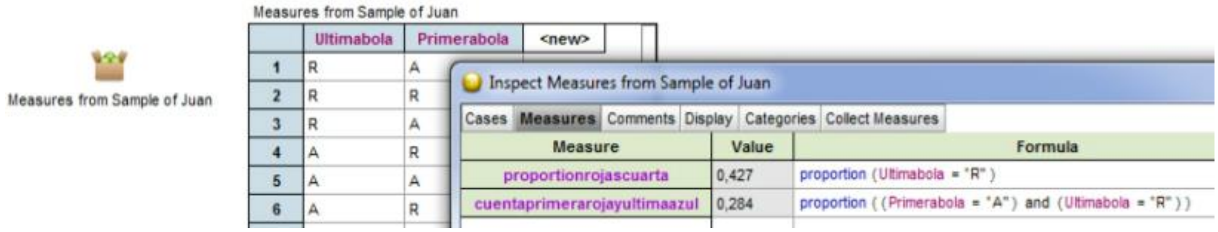


Parte (b)

Aprovechando la simulación realizada en la parte (a), se utilizan las mismas colecciones. Basta con contabilizar, de los 1000 experimentos, la cantidad en la que resultó que en la cuarta extracción fuera bola roja y en la primera extracción fue bola azul.

ISBN 978-9968-641-33-3

Paso 1: Por lo que, en la colección de 1000 experimentos, se determina la proporción de veces en las que ocurrió: que la primera bola fue azul y la última bola fue roja.



Simulación Computacional en Excel:

Parte (a)

Para efecto de esta simulación, se consideran los valores enteros entre 1 y 4 como bolas azules, y los valores entre 5 y 7 como bolas rojas.

Paso 1: Se crean cuatro columnas que vienen a representar las extracciones de las cuatros bolas en forma aleatoria.

A	B	C	D
Primerabola	Segundabola	Tercerabola	Cuartabola

Paso 2: En la primera columna, se crea una variable llamada "Primerabola", y se utiliza el comando *=ALEATORIO.ENTRE(1,7)*, lo cual asigna un número entero aleatorio entre el rango de 1 y 7; que corresponde a la bolsa con las 7 bolas.

Paso 3: En la segunda columna, se crea una variable llamada "Segundabola", donde se le asigna un número al azar, teniendo que cuenta el color de la bola obtenido en la primera extracción, pues no puede ser repuesta esta bola en la bolsa. Para ello se utiliza el siguiente comando: *=SI(A2<=4,ALEATORIO.ENTRE(2,7),ALEATORIO.ENTRE(1,6))*

Paso 4: Para la tercera columna, se crea la variable llamada "Tercerabola", lo cual asigna un número aleatorio según los colores de bolas obtenidas en las extracciones anteriores. Para ello se utiliza el siguiente comando:

=SI(A2<=4,SI(B2<=4,ALEATORIO.ENTRE(3,7),ALEATORIO.ENTRE(2,6)),SI(B2<=4,ALEATORIO.ENTRE(2,6),ALEATORIO.ENTRE(1,5)))

Paso 5: En la cuarta columna se crea la variable "Cuartabola", en donde asignan un número al azar de un rango determinado, teniendo en cuenta los colores de las bolas obtenidas en las extracciones anteriores. Para ello utilizaremos el siguiente comando:

ISBN 978-9968-641-33-3

=SI(A2<=4,SI(B2<=4,SI(C2<=4,ALEATORIO.ENTRE(4,7),ALEATORIO.ENTRE(3,6)),SI(C2<=4,ALEATORIO.ENTRE(3,6), ALEATORIO.ENTRE(2,5))),SI(B2<=4,SI(C2<=4,ALEATORIO.ENTRE(3,6),ALEATORIO.ENTRE(2,5)),SI(C2<=4,ALEATOR IO.ENTRE(2,5),ALEATORIO.ENTRE(1,4))))

Paso 6: Ahora, se repite el experimento 1000 veces, es decir, se debe arrastrar las fórmulas hasta la celda 1001 de cada columna realizada.

A	B	C	D
Primerabola	Segundabola	Tercerabola	Cuartabola
1	7	6	4
5	4	6	3
3	6	2	4
6	3	6	2
7	3	2	6
5	1	6	3
5	5	5	4
5	2	5	2
7	1	5	5

Paso 7: Se calcula en base de los 1000 experimentos, la cantidad de veces en los cuales resultó que la cuarta bola fue roja. Para ello, se utiliza el comando: *=CONTAR.SI(D2:D1001,"4")/1000*

A	B	C	D	I	J
Primerabola	Segundabola	Tercerabola	Cuartabola		
3	2	5	4		
3	4	6	3		
1	4	5	3		
1	3	5	6		
7	4	4	4		Prob cuarta roja
2	5	3	3		0,427
1	3	6	3		

Parte (b)

Para esta parte, se va aprovechar la simulación realizada en la parte (a), utilizando las mismas variables creadas. Por lo que, basta contabilizar a partir de los 1000 experimentos; la cantidad de veces en las que resulto que la cuarta bola extraída fue roja y además, la primera bola extraída fue azul.

Paso 1: Se crea una nueva columna, donde se llama "Cuartaroja y Primeraazul" tal que a cada experimento le asignamos uno si cumple la condición, sino le asignamos cero. Por medio del siguiente comando: *=SI(Y(D2>4,A2<=4),1,0)*

ISBN 978-9968-641-33-3

A	B	C	D	E
Primerabola	Segundabola	Tercerabola	Cuartabola	Cuartaroja y Primeraazul
5	3	6	3	0
3	4	7	6	1
6	3	5	5	0
6	4	6	3	0
3	5	2	4	0
7	5	2	2	0
1	6	3	3	0
2	7	6	5	1
1	5	3	5	1

Paso 2: Por último, se calcula a partir de los 1000 experimentos, la proporción en los cuales resultó que la cuarta bola fuera roja y que la primera fuera azul, utilizando el comando: *=CONTAR.SI(E2:E1001, "=1")/1000*

A	B	C	D	E	I	J	K
Primerabola	Segundabola	Tercerabola	Cuartabola	Cuartaroja y Primeraazul			
5	3	6	3	0			
3	4	7	6	1			
6	3	5	5	0			
6	4	6	3	0			
3	5	2	4	0		Prob cuarta roja	
7	5	2	2	0		0,429	
1	6	3	3	0			
2	7	6	5	1			
1	5	3	5	1			
1	7	6	4	0			
5	4	2	4	0		Prob cuarta roja dado primera azul	
3	7	5	3	0		0,282	

Solución Teórica:

Parte (a)

Considere la siguiente simbología:

A: Bola azul, R: Bola Roja y Q: Cuarta bola extraída es azul.

Tenemos que el espacio muestral es $\Omega = \{AAAR, AARR, ARAR, RAAR, ARRR, RARR, RRAR\}$

Por lo que

$$P(Q) = \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} + \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}$$
$$+ \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}$$
$$P(Q) = \frac{3}{7} \approx 0.42857$$

Por lo tanto, hay una probabilidad aproximada de 0.42857 de que la cuarta bola extraída sea de color roja.

ISBN 978-9968-641-33-3

Parte (b)

Considere C: Cuarta bola extraída es roja dado que la primera bola fue azul.

Tenemos que el espacio muestral es $\Omega = \{AAAR, AARR, ARAR, ARRR\}$.

Por lo que

$$P(C) = \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$$

$$P(C) = \frac{2}{7} \approx 0.28571$$

Por lo tanto, hay una probabilidad aproximada de 0.28571 de que la cuarta bola extraída sea roja dado que la primera bola es azul.

Notas

1. Tomado de Ramírez G., Rodríguez K. (2014).
2. Tomado de Ramírez G., Rodríguez K. (2014)

Bibliografía

Ben Z-vi, D. y Garfield, J. (2004). Research on reasoning about variability: a forward. *Statistic Education Research Journal*, 3 (2), 4-6.

Burrill, G. (2002). Simulation as a tool to develop statistical understanding. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa.

Inzunsa, S. (2006). Significados que estudiantes universitarios atribuyen a las distribuciones muestrales en un ambiente de simulación computacional y estadística dinámica. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV-IPN. México.

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía. Programas de Estudio de Matemática. I y II Ciclo de Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Diversificada. San José, Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012a). Programas de estudio en matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica.

ISBN 978-9968-641-33-3

Ramírez G. y Rodríguez K. (2013, Diciembre). Simulación en Geogebra y Excel para el cálculo de probabilidades condicionales. Memorias del VIII Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora (VIII CIEMAC). Cartago, Costa Rica.

Ramírez, G. y Rodríguez, K. (2014). Ejercicios Resueltos de Probabilidades (2ª ed.). Cartago, Costa Rica: Publicaciones ITCR.

Sanabria, G. (2013, Setiembre). Simulación en Excel de variables aleatorias discretas, Memorias del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VII CIBEM). Montevideo, Uruguay.

ISBN 978-9968-641-33-3

Estrategias didácticas: un componente de la planificación de la lección de Matemática

Annia Espeleta Sibaja
annia.espeleta@gmail.com
Ana Victoria Fonseca
anavicfon@gmail.com
Wendy Zamora
wendy.zamoracr@gmail.com
Universidad de Costa Rica

Resumen: Se discuten dos estrategias didácticas reportadas en investigaciones y se presenta una experiencia de aula, a partir de la aplicación de dichas estrategias con un grupo de estudiantes de secundaria de una institución pública costarricense; todo ello dentro del marco de la investigación acción, a partir de un diseño mixto de indagación.

Se establece una clasificación de las estrategias didácticas según tres componentes: afectivo, cognitivo y de interacción social, con el fin de clarificar las potencialidades y funcionalidades de las dos estrategias reseñadas y aplicadas. La investigación pretende producir insumos para la planificación de las lecciones, ya que la importancia de sistematizar las estrategias didácticas de acuerdo con nuestro contexto educativo costarricense, radica en la posibilidad de apoyar con planteamientos teóricos y prácticos al sector docente de Matemática.

Palabras claves: Estrategias didácticas, Educación Matemática, planificación, mediación pedagógica, procesos de enseñanza y aprendizaje.

Introducción

Shulman (1999, en Vadillo y Klingler, 2004) menciona que si se profesa algo, se es profesor o profesional. Uno profesa el entendimiento de algo (p.41). En este sentido se dice que se es docente de Matemática porque de algún modo se profesa la Matemática, y al decir profesar se hace referencia a las diferentes connotaciones que señala el Diccionario de la Real Academia de esta palabra, algunas a resaltar serían:

1. tr. Ejercer una ciencia, un arte, un oficio, etc.
2. tr. Enseñar una ciencia o un arte.
3. tr. Ejercer algo con inclinación voluntaria y continuación en ello. *Profesar amistad, el mahometismo.*
4. tr. Creer, confesar. *Profesar un principio, una doctrina, una religión.*
5. tr. Sentir algún afecto, inclinación o interés, y perseverar voluntariamente en ellos. *Profesar cariño, odio.*

ISBN 978-9968-641-33-3

De lo que se entiende que el docente matemático(a) ejerce su oficio de enseñar los contenidos matemáticos, con inclinación voluntaria (porque deposita diferentes afectos en ello) y con la creencia en la Matemática como disciplina que puede aportar al desarrollo y crecimiento de sus estudiantes (aunque algunas veces no se esté tan consciente de esa creencia).

Sin embargo, las experiencias de aula, nos muestran que no siempre ese profesar se traslada a la actitud y vivencia de los y las estudiantes en favor del educarse matemáticamente; en este sentido es válido pensar, entonces, en acciones que puedan favorecer "un contagio" de esa devoción hacia la Matemática que en buena teoría profesa el y la docente matemática.

Claro está, no se puede ser simplista a la hora de pensar en qué acciones promover; pero tampoco se puede caer en el fatalismo de que no hay mucho por hacer; sin duda alguna, hay elementos que retomar, por ejemplo, la literatura señala la importancia del uso de la didáctica en la enseñanza de los contenidos en cualquier disciplina. De ahí que, la presente ponencia pretende reseñar elementos relacionados con dos estrategias didácticas aplicadas al caso de la Matemática, dada la importancia de las mismas en la planificación de las lecciones matemáticas.

Antecedentes de la investigación

Martínez (2007) señala la necesidad de considerar tanto aspectos cognitivos como afectivos y contextuales, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En su opinión, en el aprendizaje de esta disciplina, se conjugan aspectos intelectuales con emocionales, estos últimos considerados impulsores clave de la actividad matemática.

Elementos como: los contenidos que se vayan a desarrollar en el aula, las decisiones a tomar, los objetivos que se deseen alcanzar, las capacidades y competencias que se quieran desarrollar, así como la selección y organización de las actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, las actuaciones en el aula y el contexto, entre otros, están ligados con el afecto, según señala el autor.

De ahí el considerar durante la práctica docente y el desarrollo de la teoría de la Educación Matemática, las repercusiones que puedan tener factores tales como las creencias, los sentimientos, las emociones o las actitudes hacia la Matemática en el éxito o en el fracaso de los estudiantes o de sus docentes durante el desarrollo de los procesos de enseñanza, aprendizaje o evaluación de los conocimientos matemáticos.

Asimismo Groenwald y Martínez-Padrón (2007) han trabajado acerca de la caracterización y la aplicación de los juegos didácticos y de las curiosidades en el currículo de la Matemática, y señala la importancia de la valoración y la comunicación de los conocimientos matemáticos mediante el uso de dichas estrategias didácticas.

Según ambos autores las formas tradicionales de enseñar Matemática han cambiado, entre otras razones, porque se han aplicado métodos, técnicas, medios y recursos que hacen uso de actividades lúdicas, las cuales

> […] son capaces de crear ambientes gratificantes, motivadores y atrayentes que sirven como estímulo para el desarrollo integral de los educandos. También, incentivan el gusto por aprender y despiertan el interés del estudiante implicado en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática debido a que apuntan hacia el cambio de la rutina del aula clase que, aún, suele caracterizarse por hacer ejercicios repetitivos (Martínez Padrón, 1997, 1999, en Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 3).

Lo cual afecta de manera positiva los procesos de Educación Matemática, pues como señalan estos mismos autores, existe evidencia de que el uso de actividades lúdicas y curiosidades en las clases de

ISBN 978-9968-641-33-3

Matemática, permite combinar el placer con el trabajo, lo cual a su vez, redunda en la formación de actitudes favorables hacia la materia, el desarrollo de la inteligencia y de capacidades mentales (tales como la deducción, la inducción, estrategias y pensamientos creativos) y el fortalecimiento de las relaciones sociales que se dan en el aula; además de que, también existe la posibilidad de explotar aspectos matemáticos específicos subyacentes de ciertas curiosidades matemáticas, lo cual pasaría a ser una útil herramienta para desarrollar, reforzar y aprender contenidos matemáticos de tipo conceptuales, procedimentales y actitudinales (Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 4).

Por otro lado, en relación al uso del humor en la clase de Matemática, Dri y Flores (2008) señalan los resultados de su experiencia en el empleo de este elemento como recurso didáctico en el aprendizaje de las fracciones, en una clase con estudiantes de 11 a 13 años de una escuela municipal de Buenos Aires en Argentina. Durante la cual, la docente a cargo de la clase solicitó a sus estudiantes que elaboraran chistes gráficos relacionados con el tema de los números racionales expresados en notación fraccionaria. El trabajo de los investigadores presenta la producción de los estudiantes y su respectivo análisis.

Señalan ambos autores que la idea surge durante “la búsqueda de ideas motivadoras y estimulantes, en el marco de otra propuesta mayor que, involucrando diversas tareas adaptadas de otras asignaturas y ya probadas en años anteriores, tenía como meta final aprender Matemática mirándola con otros ojos, de manera positiva, sin temor y con placer”. (Dri y Flores, 2008, p.2)

Entre los resultados de este trabajo se señala el interés despertado en los estudiantes al involucrarse en las actividades planeadas; también la amplia presencia de recursos humorísticos y matemáticos en los chistes elaborados por los estudiantes, caracterizados también por ser creativos; se evidencia, asimismo, el dominio que tienen los estudiantes del lenguaje matemático; y se dan insumos suficiente para repensar la forma en que se abordan diferentes elementos relacionados con las fracciones. En términos generales, los autores reafirman el valor educativo de este tipo de iniciativas.

En relación a la resolución de problemas, debe aclararse que existe abundante cantidad de fuentes bibliográficas, así que con el fin de focalizar la atención en unos cuantos trabajos de esta temática, se ha optado por mencionar solamente algunas de esas fuentes, pues no es pretensión de la presente ponencia realizar un análisis exhaustivo de todas las fuentes.

Fonseca y Sánchez (2010), por ejemplo, realizan un estudio de caso acerca de la relación existente entre el uso de algoritmos en la resolución de problemas sobre isometrías del plano, en el cual identificaron formas en las que se relacionan los algoritmos con la resolución de problemas; en su estudio los algoritmos no solamente han sido concebidos como la repetición mecánico de procedimientos matemáticos, sino que se evidenció que dichos algoritmos pueden convertirse en una fuente de información útil a la hora de plantear estrategias específicas para resolver problemas sobre isometrías.

Entre las formas en que se evidenció el uso de algoritmos para resolver problemas de isometrías en el plano están: solución inmediata de un problema por medio de un algoritmo, composición iterada de un mismo algoritmo, composición de dos o más algoritmos diferentes y paso a un algoritmo general de uno particular.

Del trabajo de los autores es importante señalar que dado que hoy día la resolución de problemas, es uno de los principales enfoques considerados en la enseñanza de las Matemática, debe considerarse la idea de que la enseñanza mediante la resolución de problemas no puede desprenderse totalmente de herramientas propias de la Matemática, tal como los algoritmos; sino que más bien, los problemas deberían estar al servicio de establecer puentes para acceder a conocimientos matemáticos más formales.

En relación con ello, en los Programas de Matemática del MEP se señala que

ISBN 978-9968-641-33-3

> La resolución de problemas está asociada sustancialmente a la naturaleza de las Matemáticas, sean problemas del entorno o abstractos… Debe existir una explícita relación entre esta naturaleza y las acciones de enseñanza y aprendizaje. No establecer estas conexiones en la acción de aula significaría la incomprensión de un sentido central de las Matemáticas. Sin embargo, pasar de la actividad en la resolución de problemas en los quehaceres matemáticos más generales a la acción de aula no se puede realizar de una manera mecánica: debe haber adaptación al entorno (2012, p. 28)

Asimismo, Sanjosé, Valenzuela, Fortes, y Solaz-Portolés (2007), como resultado de su investigación experimental, señalan que el fracaso en la resolución de problemas no necesariamente se debe a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución, sino que más bien demuestran que la causa principal de las dificultades en la resolución de problemas, podría tener sus orígenes en la construcción de modelos inadecuados de las situaciones problemáticas.

De ahí que los y las docentes de Matemática deberían evitar el asumir que la enseñanza mediante la resolución de problemas es suficiente sólo a través de la transferencia de estrategias (es decir, que se resuelve y explica un conjunto de problemas y después se resuelven otros ejemplos extra con los mismos procedimientos).

Pues dentro de los límites de su investigación, los sujetos participantes del experimento demostraron saber resolver las ecuaciones pero manifestaban problemas graves de comprensión de los problemas algebraicos con enunciado. En ese sentido, dicen los autores que si este resultado fuera general, el énfasis didáctico debería realizarse, bien en la comprensión de las interrelaciones existentes entre los elementos presentes en las situaciones descritas, en las técnicas de traducción entre dos lenguajes: el cotidiano y el matemático para facilitar la construcción de modelo y estrategias de resolución.

Finalmente ha de mencionarse el trabajo experimental de Solaz-Portolés y Sanjosé (2007) que tuvo por objetivo analizar la influencia de las variables instruccionales en la formación de los modelos mentales necesarios para la resolución de los problemas.

Por medio de su investigación se constata que “instruir a los alumnos de manera que se presenten los nuevos conceptos interrelacionados y organizados, mediante estructuras lingüísticas de baja complejidad léxico-sintáctica, así como facilitar la integración de los nuevos conceptos en sus esquemas previos de conocimiento parece ser un objetivo importante en la enseñanza” (p.82).

Dicen los autores que en sentido, el libro de texto puede desempeñar un importante papel. Pues, se ha comprobado cómo ciertas modificaciones textuales pueden conducir a una mejora significativa en la resolución de problemas, confirmando de este modo su efectividad en la ayuda a los estudiantes en la elaboración de modelos mentales. De ahí, los textos educativos deberían ser tomados como recursos abiertos susceptibles de mejoras por parte de los profesores, que son quienes detectan las carencias de los estudiantes a la hora de hacer uso de los modelos mentales requeridos en las actividades de aprendizaje.

Asimismo, se concluye que el uso de estrategias instruccionales que tomen como referencia los problemas algorítmicos no es adecuado para la comprensión profunda y aprendizaje significativo de los conceptos. Por ello, el trabajo en el aula debería orientarse hacia tareas de alto nivel cognitivo, como son los problemas que requieran capacidad de análisis y síntesis, llevar a cabo conexiones conceptuales y evaluación de decisiones en situaciones problemáticas que no sean familiares. De lo que se desprende la importancia de una labor razonada, oportuna y bien planificada del docente en la mediación pedagógica.

ISBN 978-9968-641-33-3

Definición de términos

Tal y como señala Vadillo y Klingler (2004) la importancia de la didáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje, y educativos de todo nivel, es crucial; y es que cuando se habla de ***didáctica***, dicen las autoras, se habla de la "disciplina de la pedagogía que estudia y perfecciona los métodos, procesos, técnicas y estrategias cuyo objetivo es potenciar la enseñanza para lograr aprendizajes más amplios, profundos y significativos" (p. xii); en el entendido de que la didáctica siempre hace referencia a la enseñanza sistemática, cuyo contenido es la cultura organizada y cuyo fin es la educación intelectual del alumno (García, 1987, en Vadillo y Klingler, 2004), educación intelectual concebida como instrucción.

En el caso concreto de la Matemática, también afirman Vadillo y Klinger (2004) que según sea el concepto de la Matemática utilizado (lo cual está en estrecha relación con la concepción ontológica que se tenga de ella), así será su enfoque didáctico. Al respecto señalan,

> Cuando se la concibe como un saber terminado y rígido, su didáctica se diseña en función de la enseñanza de conceptos y procedimientos específicos. Cuando, por el contrario, se le aborda como un saber que se construye en forma permanente, su didáctica, está encaminada a estudiar y a aprovechar las complejas relaciones entre el objeto de estudio, el sujeto que aprende, el sujeto que enseña, los medios que utiliza, y los contextos internos y externos que inciden en la educación matemática. (p. 153-154).

Situación que lleva al punto en que deban considerarse, y si es del caso, reformularse las concepciones ontológicas que se tengan sobre la disciplina matemática, todo ello en función de los elementos teleológicos relacionados con la Educación Matemática misma.

Para el caso de la presente investigación se parte de una concepción de la Matemática más como un saber que se construye, donde debe ponerse atención a las complejas relaciones existentes entre el docente, los contenidos matemáticos, el estudiantado, los recursos, estrategias y técnicas didácticas, así como al contexto donde se den los procesos educativos relacionados con esta materia.

En cuanto a la ***mediación pedagógica***, Prieto (1995, en García, 2003) señala que es aquella "mediación capaz de promover y acompañar el aprendizaje de nuestros interlocutores, es decir, de promover en los educandos la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos" (p. 2).

Para que este tipo de mediaciones se dé, según Martínez (1988, en Ferreiro, 2007, p.6) el docente al mediar debe cumplir entre otros requisitos con los siguientes:

- La reciprocidad, es decir, una relación actividad-comunicación mutua, en la que ambos, mediador y alumno, participan activamente.
- La intencionalidad, o sea, tener muy claro qué quieren lograr y cómo ha de lograrse; tanto el maestro mediador, como el alumno que hace suya esa intención dada la reciprocidad que se alcanza.
- El significado, es decir, que el alumno le encuentre sentido a la tarea.
- La trascendencia, que equivale a ir más allá del aquí y el ahora, y crear un nuevo sistema de necesidades que muevan a acciones posteriores.
- El sentimiento de capacidad o autoestima, o lo que es lo mismo, despertar en los alumnos el sentimiento de que son capaces.

Salazar (2012) señala que la acción docente es una tarea de promover logros, de generar rutas para que otros puedan aprender y ascender; y debido a que la complejidad del contexto y las diversidades del estudiantado, se ven entrelazadas de maneras distintas, en combinación con las capacidades en el

ISBN 978-9968-641-33-3

personal docente, esta tarea sugiere que los elementos (personales, el dominio del contenido y la competencia pedagógica) se integren.

Entre otras cosas, el ser mediador propone la transformación de los contenidos considerando la comunicación, la capacidad de representar conocimientos y de organizar didácticamente éstos (Salazar, 2012). Lo cual conlleva a planear y desarrollar acciones de aula, de manera consciente y reflexiva para el logro de los objetivos esperados.

Se define ***metodología*** como el conjunto de estrategias aplicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se resalta que la estrategia contribuye en la mediación pedagógica y se concreta con diversas actividades.

En cuanto a ***estrategia didáctica***, Salazar (2012) la define "como un proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico" (p.76). Mientras que Hernández (2009) la concibe como un plan general formulado para hacer frente a una tarea específica.

Así la estrategia didáctica se entiende como el conjunto de técnicas que pretenden el logro de aprendizajes de contenidos, procedimientos y actitudes; sin dejar de lado que la selección, planificación y aplicación de estrategias permean o promueven entre otras cosas un determinado clima de aula, el tipo de relaciones interpersonales que se establezcan (interacción docente-estudiante, estudiante-estudiante), la forma en que se manifiesten las actitudes (y las actitudes mismas manifestadas), así como la construcción de determinadas creencias, y el desarrollo que se dé del proceso de comunicación en el aula, entre otros elementos. Importante de señalar es el hecho de que la estrategia didáctica permite y modela la interacción del estudiante con el objeto de estudio.

Dado que, según Salazar (2012)

> […] los componentes de la estrategia van más allá de las técnicas o métodos, puesto que requieren poner atención a los objetivos de aprendizajes esperados, las acciones que desarrolla tanto el docente como el estudiante, la naturaleza y dificultad del contenido y los métodos para la enseñanza y para su evaluación (p.76)

Debe agregarse también que la estrategia didáctica depende, del contenido curricular y las habilidades que se pretenden desarrollar, de las características del grupo con el que se trabaja, y muy importante, del docente, de las condiciones y recursos del aula, de la institución y del contexto.

Una aclaración necesaria por hacer es que existen autores que utilizan el término de estrategia didáctica de forma sinónima a técnica didáctica.[7]

Para el caso de la presente ponencia, si se establecen diferencias entre lo que es una técnica didáctica y una estrategia didáctica. La ***técnica*** será definida como las acciones y actividades concretas que se llevan a cabo para implementar, en su totalidad, la estrategia didáctica que se desea desarrollar a lo largo de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Al respecto, Calderón (2003) afirma que las técnicas didácticas son instrumentos que se pueden tomar en consideración para hacer más eficiente la labor educativa; y entre sus características señala que son imparciales, en el sentido de que, se trata meramente de instrumentos que pueden utilizarse, adaptarse o mejorarse de acuerdo con las condiciones y situaciones educativas existentes. Es decir, las técnicas pueden servir a estrategias y métodos de enseñanza distintos.

---

[7] Para ampliar al respecto, pueden consultarse el trabajo de: Jeannette Cortés, Eduardo Backhoff y Javier Organista (2004).

ISBN 978-9968-641-33-3

En relación a los ***recursos didácticos***, éstos se entenderán como los "materiales y dinámicas [tipos de intercambios] que junto a estrategias y técnicas didácticas, promueven la participación en el aula, facilitan construir el conocimiento y generar aprendizaje significativo" (Hernández, 2009, p.36).

A continuación se establece una breve clasificación de las estrategias didácticas, con el fin de identificar con mayor claridad cuáles podrían ser sus alcances y aportes, dicha clasificación, hecha por las autoras, se hace de acuerdo a tres componentes: cognitivo, afectivo y de interacción social.

- *Estrategias didácticas según componente cognitivo*
  Las estrategias didácticas según componente cognitivo involucran actividades que propicien el desarrollo de habilidades cognitivas y la construcción del conocimiento matemático.
- *Estrategias didácticas según componente afectivo*
  Las estrategias didácticas según componente afectivo promueven el desarrollo afectivo de los estudiantes en relación con sus creencias, actitudes y emociones, las cuales, a su vez, están vinculadas con el aprendizaje de la Matemática. Su fin principal es propiciar un acercamiento sin temor hacia la materia, y el fortalecimiento de la autoconfianza y autoconcepto.
- *Estrategias didácticas según componente interacción social*
  Las estrategias didácticas según este componente buscan el desarrollo a nivel individual de habilidades sociales de los participantes, entre ellas, las relacionadas con la comunicación, las relaciones interpersonales, el trato con pares, el afecto, el liderazgo, la solidaridad, la tolerancia, el respeto, entre otras; un ejemplo de ellas, serían las estrategias que promuevan una sana competitividad para el crecimiento personal y no tanto para subestimar a los otros.

Antes de continuar, debe señalarse que se ha considerado trabajar con la resolución de problemas por ser una temática de particular interés en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública, y también, porque entre otras cosas, propicia el desarrollo de habilidades cognitivas y el vislumbramiento de diferentes aplicaciones de la Matemática en la vida cotidiana.

En cuanto a la estrategia afectiva o de motivación, denominada Anécdotas, curiosidades, historietas y humor, debe decirse que ésta permite despertar el interés y generar actitudes más favorables hacia la Matemática.

A continuación se sintetizan algunos elementos importantes a considerar sobre ambas estrategias.

Estrategia según componente cognitivo: Resolución de problemas

Es sabido que a la hora de definir qué se puede considerar un *problema* en Matemática, existen diferentes criterios y posiciones al respecto. Para efectos del presente trabajo se toman en consideración los señalamientos de Ayala, Galve, Mozas, y Trallero (s.f.), quienes al respecto afirman que,

> Hay que hacer notar, por último, que el término *problema* implica la existencia de una situación inicial y una final, a la cual queremos llegar pero sin que sea inmediatamente clara la forma de lograrlo. En este sentido, muchos de los pretendidos *problemas* que se utilizan en clase son meros *ejercicios*, o al menos lo son cuando ya se conocen suficientemente las vías de resolución; esto dependerá, claro está, de la experiencia matemática y lo familiar que una situación resulte para un alumno. Así pues, lo que para algunos es un *problema*, para otros es un *ejercicio*; habrá que tener esto muy en cuenta a la hora de perseguir diferentes objetivos didácticos (hacer pensar, ensayar métodos de resolución, practicar o afianzar algoritmos de cálculo, etc.) (p.44)

Planteamientos que concuerdan con lo que señala el Ministerio de Educación Pública en sus Programas de Estudio de Matemática (MEP, 2012) al afirmar que

ISBN 978-9968-641-33-3

> Un problema debe poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva no simple. Si se trata esencialmente de acciones rutinarias, no se conceptuarán como problemas. Se puede poner en los siguientes términos: una tarea matemática constituye un problema si para resolverla el sujeto debe usar información de una manera novedosa. En el caso que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias se tratan de una acción rutinaria. Si una tarea matemática propuesta no tiene esas características, se consignará aquí como un ejercicio. Una tarea puede ser un ejercicio o un problema en dependencia de varias circunstancias educativas. (p. 29)

Finalmente, también se concuerda con el planteamiento de Carrillo (1998, en Cruz y Carrillo, 2004), quien señala que

> El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento. (p.105)

Lo cual implica, según este mismo autor, que sean considerados entre otros elementos, la movilización de recursos, la consciencia (que involucra a su vez, procesos de metacognición), el enfrentamiento de dificultades y la adecuación de la tarea a las posibilidades de quien resuelve el problema.

En cuanto a cómo se da la resolución de problemas, Ayala et al. (s.f.) señalan que gran cantidad de autores coinciden en que ésta se da a través de un proceso compuesto por varias fases. Tres son las propuestas teóricas consideradas por Ayala et al. (s.f.):

1. La de George Polya (1987), compuesta por las siguientes cuatro fases: Comprensión, Planificación, Ejecución y Revisión.
2. La de R.E. Mayer (1986a, 1986b, 1986c), con sus correspondientes etapas: Traducción, Integración de los datos, Planificación y Ejecución.
3. Una reformulación de la propuesta de Polya (1987) hecha por Maza (1991); propuesta descrita tal y como aparece a continuación:

- *Análisis del problema*: que involucra la descomposición de la información que contiene el enunciado, y buscar respuestas a las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los datos? ¿Qué se desea encontrar? ¿Qué condiciones cumplen los datos?
- *Representación del problema:* conlleva establecer relaciones entre los elementos del problema; para ello se puede echar mano de la manipulación de objetos concretos, representaciones gráficas, diagramas, dibujos, entre otros, que ayuden a “hacerse una idea” de las acciones implicadas. En esta etapa es oportuno hacerse las siguientes preguntas: ¿Qué relaciones existen entre los elementos del problema? ¿Cuál es la mejor representación del problema? ¿se dispone de suficientes datos?
- *Planificación:* en esta etapa se debe elegir la estrategia más adecuada para llegar a la solución, relacionar el problema con otros conocidos, identificar fines y alcances más pequeños para alcanzar la resolución. En este punto es válido cuestionarse con preguntas como: ¿Se parece a algún problema anterior? ¿Qué pasos se deben dar y en qué orden? ¿Qué operaciones se deben aplicar?
- *Ejecución:* en esta fase se da la aplicación de la estrategia que se ha planificado previamente para la resolución del problema. Acá resulta oportuno revisar constantemente esta aplicación, detectar

ISBN 978-9968-641-33-3

errores (de haberlos), evaluar si cada paso dado es correcto y da la posibilidad de aproximarse a la solución, entre otras situaciones.
- *Generalización:* en esta fase, no sólo se revisa lo oportuno y correcto de la solución encontrada y de las estrategias utilizadas en su hallazgo; también se hace necesario que se establezcan conexiones con principios generales que permitan abordar problemas similares en el futuro.

Debe destacarse que Puy (1994, citado en Ayala et al. (s.f., p. 117), en relación a la resolución de problemas propiamente aritméticos (tal y como los que se consideran en el caso de multiplicación de números racionales en notación fraccionaria) concretiza las recomendaciones que a continuación se detallan, con el fin de facilitar la enseñanza de la representación del problema y de las estrategias y procedimientos que se utilizan:

- Expresar el problema con otras palabras.
- Explicar a otros compañeros(as) en qué consiste el problema.
- Representar el problema en otro formato (gráficos, diagramas, dibujos, con objetos, entre otros).
- Indicar cuál es la meta del problema.
- Señalar dónde reside la dificultad de la tarea.
- Separar los datos relevantes de los no relevantes.
- Indicar los datos con los que cuenta para resolver la tarea.
- Señalar qué datos no presentes se necesitarían para resolver el problema.
- Buscar un problema semejante que se haya resuelto.
- Analizar primero algunos ejemplos concretos cuando el problema es muy general.
- Buscar diferentes situaciones en las que se pueda presentar ese problema.

A continuación se presentan algunos señalamientos con relación al uso de anécdotas, curiosidades, historietas y humor en el aula de Matemática.

Estrategia según componente afectivo: Anécdotas, curiosidades, historietas y humor

Como se ha señalado anteriormente, el uso de las curiosidades matemáticas, planeadas de forma que sean complementarias y adecuadas con los contenidos matemáticos y las competencias que se deseen desarrollar en el aula de Matemática, se convierte en un elemento didáctico de peso, dado que permiten la construcción y desarrollo de estos elementos (Groenwald y Martínez-Padrón, 2007; Martínez-Padrón, 2007). Pues como señala Borin (1996, en Groenwald y Martínez-Padrón, 2007), la aplicación de actividades lúdicas en el aula de Matemática, entre ellas el uso de curiosidades matemáticas, favorece el desarrollo de una actitudes más afines hacia la materia, al posibilitar la disminución de los llamados "bloqueos mentales", experimentados por el estudiantado que siente temor o aversión hacia esta asignatura, y también propicia un mayor involucramiento del estudiantado en sus procesos de aprendizaje, lo cual aumenta la motivación y hace que los estudiantes "hablen" Matemática, lo que podría incidir en un mejor desempeño y actitudes más positivas frente a los procesos de aprendizaje.

Debe decirse que, las curiosidades en general, como se ha señalado, contribuyen al conocimiento de algo más que simples conceptos y procedimientos matemáticos, pues permite también que se establezcan conexiones de estos elementos con saberes de la vida cotidiana, todo en el marco, de una dinámica de clase más amena e integrada, además de establecerse relaciones desde la asignatura matemática con respecto a otras ciencias, de modo que, se hace ver al estudiante la utilidad de los contenidos matemáticos para otras áreas del saber.

ISBN 978-9968-641-33-3

Finalmente, en relación a compartir curiosidades matemáticas en el aula, lo que se busca ante todo es cautivar al estudiante con elementos de la materia poco conocidos e interesantes, que pueden abrir la puerta al deseo de aprender más sobre la Matemática y su naturaleza.

Por otra parte, en relación al tema del humor y su aplicación en las clases de Matemática, los trabajos de Flores (2003) y de Dri y Flores (2008) señalan el valor de éste (expresado por medio de chistes, anécdotas, historietas, curiosidades, entre otras) como recurso didáctico en la enseñanza de la Matemática, dadas las funciones intelectuales y afectivas atribuidas a este elemento.

Según el trabajo de ambos autores, el uso de elementos relacionados con el humor en las clases de Matemática, favorece el establecimiento de un clima de clase favorable para que se den los aprendizajes requeridos, sin que se tenga que incurrir en el establecimiento de ambientes desordenados o poco serios.

En torno a la función afectiva de este elemento, Flores (2003) señala que el humor permite que las personas involucradas en situaciones donde se haga uso de él, tiendan a relajar sus defensas y abrirse a vivir experiencias compartidas (lo que a su vez permite que se rompa con sentidos de soledad), el humor también permite a las personas a que puedan liberar energía y reemplazar la ansiedad mantenida durante largos periodos de tiempo.

Asimismo favorece la comunicación que se da en el aula, al aperturar espacios para que se genere un clima de confianza,

> Confianza en que se va a utilizar un lenguaje común, en que van a prevalecer las intenciones comunicadoras sobre las distanciadoras, y que no se va a hacer uso de las diferencias para herir, como sienten los alumnos algunas veces. El humor puede contribuir a crear esta confianza. (Flores, 2003, p. 54)

Ahora, en relación a la función intelectual del humor, Paul Watzlawick (1980, en Flores, 2003) señala que,

> Precisamente porque el golpe de ingenio, el chiste, se alza soberanamente por encima del sentido y de la lógica de una determinada concepción del mundo, sacude el orden de cualquier mundo y puede por ende convertirse en un instrumento del cambio. (p. 37)

Lo que en opinión de Flores (2003) significa que el humor propiciaría los espacios necesarios para que el estudiantado pueda cambiar sus percepciones sobre el aprendizaje y le daría la posibilidad de contemplar el mundo con otros ojos (con los cuales pueda considerar la incorporación a su conducta ciudadana de recursos propios del razonamiento matemático).

Algunas consideraciones sobre las estrategias didácticas

A continuación se establecen algunas consideraciones necesarias a tomar en cuenta, al pensar en el papel de las estrategias didácticas en el Aula de Matemática.

ISBN 978-9968-641-33-3

1. Las estrategias didácticas en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP)

Los programas de Matemática aprobados en el 2012, han iniciado un proceso de cambio en la organización de las lecciones. En ellos se sugiere "una participación activa y la construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar la competencia matemática" (MEP, 2012, p.41).

En el desarrollo de las lecciones hay dos etapas, la primera es donde se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos y la segunda busca reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes realizados, para ello se propone el siguiente estilo de organización de la lección (MEP, 2012, p.41): 1.Propuesta de problema; 2.Trabajo estudiantil independiente; 3. Discusión interactiva y comunicativa y 4.Clausura y cierre. El cual entre otras cosas

> […] obliga a la preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula (MEP, 2012, p.44).

Todo encaminado a que el desarrollo de la lección de esta manera, sea una estrategia motivante para la mayoría de los docentes y donde se trata de usar pocos problemas a partir de los cuales construir con profundidad los aprendizajes.

La conducción de la lección se sugiere desarrollar mediante la indagación dirigida que involucra formulación de preguntas, tiempo de espera para respuestas, reformulación de preguntas para avanzar y repetición del proceso hasta llegar a un cierre cognoscitivo y pedagógico del tema (MEP, 2012).

En cuanto el tipo de problemas que se deben abordar, éstos están asociados con la naturaleza de la Matemática y sus aplicaciones. Las técnicas o métodos para el diseño de estrategias para resolver problemas se consignan en los siguientes pasos, MEP, 2012): Entendimiento del problema, Diseño, Control y Revisión y comprobación.

Lo que entre otras cosas pretende que el docente pueda promover una concepción de la Matemática más cercana y pertinente para los estudiantes.

ISBN 978-9968-641-33-3

2. Selección de estrategias didácticas

El docente tiene la responsabilidad de proponer y desarrollar los contenidos y procedimientos matemáticos de los programas en la lección, con el fin de lograr aprendizajes en sus estudiantes. Pues como cita Salazar (2012), resulta oportuno que el docente "conozca las estrategias didácticas y evaluativas con profundidad, así podrá saber cuál es el momento más adecuado para utilizarlas y cuáles son más eficientes para desarrollar el pensamiento y el aprendizaje del alumnado" (p.109).

Donde no solo es necesario conocer las estrategias didácticas, sino hay que seleccionar las más adecuadas según el conocimiento que se quiere trabajar, las condiciones del contexto, los estudiantes, el tiempo disponible, entre otras cosas.

3. Planeación de estrategias

La planeación de las estrategias se concibe como un proceso compuesto por las cuatro etapas descritas a continuación.

Fase 1: Ubicación y contexto
Se delimita el nivel, el tema o temas, contexto y condiciones que se tienen, estudiantes que participan.

Fase 2: Marco general
Se contemplan los elementos del diseño instruccional que interviene en el inicio, desarrollo y cierre del tema. Se sugiere realizar un mapa conceptual, esquema o mapa neuronal (conceptos e imágenes) donde se contemplen los elementos del diseño con las decisiones consideradas. (Decisiones referidas a los programas, los elementos de programación que se consideran tales como los objetivos, habilidades, competencias, contenidos, evaluación, entre otros).

Fase 3: Consideraciones para el planeamiento y desarrollo de la lección.
En esta fase se consideran los planteamientos de Lupiáñez (2013), al hablar de contenido de las matemáticas escolares y referirse con ellos a los contenidos que son objeto de enseñanza y aprendizaje; tal delimitación genera un interés en organizar el contenido matemático desde un punto de vista cognitivo, con el interés de identificar logros y aprendizajes en los estudiantes. Considerando pasos del análisis didáctico, el primero es el análisis de contenido matemático, donde se organiza el currículo en: sistemas de representación, que son diferentes maneras en las que se pueden representar el contenido y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos; la fenomenología, que considera los fenómenos (contextos, situaciones y problemas), para dar sentido al contenido considerado y la estructura conceptual, que considera las relaciones de los conceptos y procedimientos implicados en el contenido estudiado. Otro organizador es la historia.

Como segundo paso el análisis cognitivo, donde se considera el aprendizaje de la Matemática, las expectativas, denominadas en objetivos, competencias, habilidades y las oportunidades vistas como tareas matemáticas.

Los pasos siguientes: el análisis de instrucción, centrado en el diseño, selección y secuenciación de las tareas matemáticas, posteriormente el análisis de actuación, que permite valorar en qué medida se ha logrado lo que se pretendía, es el cierre de un ciclo para obtener información de las fortalezas y debilidades de lo planificado y desarrollado, para nuevas experiencias.

Para aplicar estrategias didácticas en las actividades o tareas matemáticas, que se planifican en los pasos del análisis didáctico mencionado, el docente tiene que hacer una selección de los conceptos a

ISBN 978-9968-641-33-3

desarrollar, cuestionarse de cuáles son las diferentes representaciones de ese concepto y su estructura conceptual y cuáles serían los usos y aplicaciones que se le dan al concepto, cuáles serían los conceptos más abstractos que se pueden desarrollar a partir de ellos (número natural-racional). Desarrollo de aspectos conceptuales del desarrollo del tema o temas: conocimientos previos; previsión de errores frecuentes; obstáculos, diferentes representaciones, conexiones con otros conceptos, interdisciplinariedad y alcance de contenidos a desarrollar; nivel de profundidad en el desarrollo de temas y evaluación; actividades y su secuencia; recursos y materiales, tiempo. Uso correcto del lenguaje matemático.

Fase 4: Evaluación y análisis.
Esta fase es la que permite reflexionar y analizar la propia práctica, revisar el logro de aprendizajes y replantear elementos deficientes, elementos de la improvisación en situaciones no contempladas y contar con insumos para la próxima planificación de estrategias. Fase contemplada en el análisis de actuación.

Método

El presente trabajo es del tipo investigación acción, en función de que los docentes involucrados la han utilizado para estudiar diversos elementos y situaciones de la clase. Como forma de indagación autorreflexiva, permite a quienes participan en ella, la comprensión y mejora de situaciones, en este caso, la práctica de aula. Tal y como afirma Elliot (1993, en Latorre, 2005)

> La reflexión sobre la práctica revela la teoría inherente a la misma y permite teorizar sobre la práctica. Esta idea supone un cambio crucial: el profesorado puede investigar sus propuestas educativas y construir valiosas teorías de su práctica. (p.14)

El diseño de la investigación se define en un diseño mixto que dos etapas:

- En la primera etapa se explora en la literatura sobre estrategias didácticas utilizadas en la Enseñanza de la Matemática y se clasifican considerando las afectivas y las cognitivas, tales como: Anécdotas, curiosidades, historietas y humor (estrategia afectiva o de motivación) y Resolución de problemas (estrategia cognitiva), y de forma paralela a dicha revisión.
  Se aplicó un cuestionario a un grupo de estudiantes universitarios (futuros docentes de Matemática) con el fin de conocer sus percepciones sobre las estrategias didácticas y de dónde las aprenden.
- En la segunda etapa, se aplican las estrategias didácticas de resolución de problemas y el uso de anécdotas, curiosidades, historietas y humor, en un grupo de estudiantes de secundaria, con el fin de valorar la identificación de los estudiantes con dichas estrategias, en relación con el interés mostrado, mediante entrevistas abiertas a los estudiantes.

Análisis de la experiencia y resultados

De la aplicación del instrumento a 16 estudiantes universitarios, uno de los resultados que se obtiene es que ellos expresan que han aprendido las estrategias didácticas principalmente de los docentes formadores y con ideas de internet y medios de comunicación. Dichos resultados se presentan en la siguiente tabla.

¿De dónde ha aprendido las estrategias didácticas?

ISBN 978-9968-641-33-3

	Frecuencia	Porcentaje
De los docentes formadores de la Universidad	9	56.3
De libros de texto	1	6.3
De internet y medios de comunicación	3	18.8
De las conversaciones con colegas	1	6.3
De las propias experiencias vividas en la Universidad	2	12.5
Total	16	100.0

Tal y como se desprende de la tabla anterior, los estudiantes para docentes del grupo entrevistado reportan que el aprendizaje de las estrategias lo han adquirido de sus docentes formadores 9/16 (56%), lo que permite reflexionar que los modelos docentes impactan a los futuros docentes en cuanto a su reproducción.

Lo cual podría hacer pensar en la importancia de que no sólo se hable teóricamente de estrategias didácticas, sino que también se

an implementadas por los formadores de formadores.

Posterior a dicha etapa, las investigadoras formulan un planeamiento de clase, tomando en consideración tanto los señalamientos formulados en las cuatro fases de la planeación de estrategias como el modelo de planeamiento establecido por el Ministerio de Educación Pública para el caso de Matemática. Por ejemplo, se analiza el contexto de aplicación de los problemas, al punto que la docente a cargo del grupo considera apropiados los problemas diseñados de acuerdo con los contenidos del programa, en cuanto al lenguaje y nivel de dificultad.

En un siguiente paso, se realiza la experiencia de aplicación de las estrategias, con un grupo de estudiantes de octavo año de una institución pública, cuya calificación en Matemática en promedio es de 60, en una clase con 80 minutos de duración (ver en anexos material utilizado).

En la primera fase de la clase, se observa y escuchan los aportes de las y los estudiantes sobre las curiosidades matemáticas sobre las cuales se les habló. En general, hay un importante grado de satisfacción en torno a “las cosas nuevas que conocieron”, de hecho los y las estudiantes involucrados expresaron asombro y satisfacción porque les pareció interesante conocer de “cosas que no sabían” y que tenían que ver con la Matemática.

Lo cual podría llevar a afirmar (tal y como lo señala la literatura relacionada con la temática) que el establecer conexiones entre los contenidos matemáticos y situaciones de la vida real, por medio del uso de Anécdotas, curiosidades, historietas y humor, propicia ambientes de clase más cálidos, y por ende, más fecundos y útiles para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, porque entre otras cosas despierta el interés, curiosidad y una actitud más positiva del estudiante hacia la disciplina.

ISBN 978-9968-641-33-3

En cuanto a la etapa de resolución de problemas se observan y escuchan reacciones de los y las estudiantes sobre las dificultades experimentadas, entre ellas, la más común de no entender que "es lo que dice el problema qué hay que hacer", la que a su vez se relaciona con la comprensión de lectura.

Debe señalarse que de los seis grupos conformados por 4 estudiantes, solamente uno pudo hallar respuestas a las preguntas planteadas en el primer problema, y que para la formulación de la misma, recurrieron a hacer conversiones de fracciones y cantidades a números enteros (incluso pasaron del uso de kilogramos a gramos) con el fin de entender mejor y llegar a las respuestas. Lo cual evidencia que de parte del estudiante existe el potencial para formular respuestas un tanto desligadas a las formas tradicionales de cómo se ha enseñado la Matemática.

De esta experiencia en particular, también resulta oportuno señalar que la estrategia de resolución de problemas es de interés para los estudiantes, pues le permite "pensar más", comunicarse con los compañeros y verse obligados a "hacer cosas", lo cual también concuerda con los planteamientos pedagógicos de Piaget y Vigotsky acerca de las potencialidades de aprender haciendo.

Finalmente, y aunque no es foco central de esta investigación, es oportuno que los y las docentes, tengan en consideración también los aspectos afectivos y emocionales, así como madurativos y socializantes experimentados por los y las estudiantes, pues los mismos no dejan de tener injerencia en la forma en que los y las adolescentes asumen sus procesos educativos, en ocasiones estos aspectos tienen mayor trascendencia de la que se espera.

Conclusiones

Entre las principales conclusiones se establecen las siguientes:

- La estrategia didáctica debe planearse en estrecha relación con el objeto de estudio, tomando muy en cuenta las características del grupo y las habilidades que se desean desarrollar. Por ejemplo, una misma estrategia puede dar resultados exitosos en un grupo determinado y no en otro.
- La reflexión acerca de las estrategias permite al docente tener criterios para su selección, planificación y aplicación.
- En el desarrollo de estrategias, parte del éxito en su aplicación, tiene que ver con la presentación de la estrategia y la actitud del docente que la aplica.
- Se sugiere a los y las docentes sistematizar aspectos de la aplicación de la estrategia, con el fin de tener insumos para replantearla o modificarla.
- Toda actividad matemática se debe percibir asociada a una situación y no de forma aislada.
- Una buena estrategia permite mantener la motivación de los estudiantes a lo largo de la lección.
- Se recomienda el cuido de detalles para que la estrategia sea exitosa en su desarrollo.
- Se evidencia que no sólo debe hablarse teóricamente de estrategias didácticas, sino que también deben implementarse por los formadores de formadores, ya que los modelos docentes impactan a los futuros docentes en cuanto a su reproducción,

Algunos problemas interesantes[8]

[8] Estos tres problemas referidos han sido contextualizados, pues las ideas han sido tomadas de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

ISBN 978-9968-641-33-3

<table>
<tr>
<td>
Imagen tomada de http://www.revistasumma.com/negocios/32897-queso-turrialba-historia-y-sabor-de-una-denominacion-de-origen.html</td>
<td>1. Maritza compra un queso completo que pesa $3\frac{1}{2}\ kg$. Pagó 10 500 colones por todo el queso. Si su tía Rosa quiere una cuarta parte del total y su prima Ana una quinta parte de esos $3\frac{1}{2}\ k$,
▪ ¿Cuál es el costo de un kilogramo de queso?
▪ ¿Cuántos kilogramos de queso debe de dar a cada una?
▪ Y ¿cuánto dinero debe cobrar Maritza tanto a Rosa como a Ana?</td>
</tr>
<tr>
<td>

Imagen tomada de http://www.behance.net/gallery/1853277/Azucar-Dona-Maria-packaging</td>
<td>2. En su tienda de abarrotes, don Javier va anotando diariamente lo que vende de azúcar y así saber qué cantidad reponer. En la lista de hoy, él anotó nueve veces medio kilogramo y desea saber ¿cuántos kilogramos son en total esas nueve veces medio kilogramo?</td>
</tr>
<tr>
<td>
Imagen tomada de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm</td>
<td>3. Ramiro vende manzanas en el Mercado Central de San José; si a cada caja que recibe le caben $8\frac{1}{4}$ kilogramos de manzanas y el lunes recibió 4 cajas, ¿cuántos kilogramos de manzanas tiene para vender Ramiro?
Ahora, Ramiro vendió, de sus 4 cajas de manzanas, sólo $2\frac{1}{2}$ cajas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas vendió Ramiro?</td>
</tr>
</table>

Curiosidades sobre las fracciones[9]

[9] Las presentes curiosidades han sido modificadas y fueron tomadas de http://www.catedu.es/matematices/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48

ISBN 978-9968-641-33-3

Sabías que:

- Una botella medio vacía es lo mismo que una botella medio llena.
- Muchos de los relojes que hay en los campanarios dan las horas, pero también dan los cuartos y las medias.
- Si das una vuelta completa a la Tierra por el ecuador, sólo habrás recorrido aproximadamente una décima parte de la distancia que hay entre la Tierra y la Luna.
- Dos amigas han comprado un libro y lo han comprado a medias. Cada una pagó la mitad.
- Hay botellas de vino de 1 litro o de 2 litros, pero la mayoría son de 3/4 de litro.
- Hay veces que la Luna está en cuarto creciente, y otras en cuarto menguante.
- De la superficie de nuestro planeta, la Tierra, las tres cuartas partes (3/4) están cubiertas por el agua de los mares y los océanos. Sólo una cuarta parte (1/4) es "tierra".
- ¿Te has dado cuenta que 1/2<3/4<5/6<7/8<9/10<11/12<... y de que 1/2<2/3<3/4<4/5<5/6<6/7<7/8<...?
- Si pones agua en una copa hasta la mitad, ¿está medio llena o medio vacía?
- Un centavo y un céntimo son la misma cosa, CENTAVO viene de CIENAVO CÉNTIMO viene de CENTÉSIMO.
- Un centímetro es la centésima parte (1/100) de un metro. En un metro hay 100 centímetros. Pero un centímetro cuadrado no es la centésima parte de un metro cuadrado. En un metro cuadrado, ¿sabes cuántos centímetros cuadrados caben? Si lo calculas sabrás que un centímetro cuadrado es la diezmilésima parte de un metro cuadrado.
- El sistema solar incluye el Sol, los nueve planetas y sus satélites. Pues bien, sólo una centésima parte de la masa de todo el sistema pertenece a los planetas y sus satélites.
  El sol contiene 99/100 de la masa del sistema solar.
- Sólo 1/8 del hielo de un iceberg está por encima del agua, los restantes 7/8 están bajo el agua.

Bibliografía

Ayala, C., Galve, J., Mozas, L. y Trallero, M. (s.f.). La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas Elementales. Manual del Programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas (¡Pues Claro!). Madrid: Editorial CEPE.

ISBN 978-9968-641-33-3

Charles, R. et al. (1999). Matemáticas Intermedias Curso 2 Edición para el Maestro. Estados Unidos: Scott Foresman Addison Wesley Longman Inc.

Calderón, K. (2003). La didáctica hoy. Concepciones y aplicaciones. San José, C. R.: EUNED.

Cortés, J., Backhoff, E. y Organista, J. (2004). Estrategias de cálculo mental utilizadas por estudiantes del nivel de secundaria de Baja California. Educación Matemática. 16(1) 149-168.

Cruz, J. y Carrillo, J. (2004). ¿Qué aprenden los alumnos para la resolución de problemas? En Giménez, J., Santos, L. y Da Ponte, J. (Coordinadores). La actividad matemática en el aula. 103-115. España: Editorial Graó.

Dri, L. y Flores, P. (Diciembre, 2008). Matechistes de fracciones. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Número 16, 197-214. Recuperado de http://www.gpdmatematica.org.ar/otrosaportes/matechistes.pdf

Ferreiro, R. (2007). Aprendizaje cooperativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 9(2), 1-10. Recuperado de http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-28b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109

Flores, P. (2003). Humor gráfico en el aula de Matemáticas. España: Arial Ediciones.

Fonseca, J. y Sánchez, B. (Segundo semestre, 2010). Algunas relaciones entre algoritmos y resolución de problemas. TEA Tecné, Episteme y Didaxis. 28, 73-87. Recuperado de http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1075/1084

Groenwald, C. y Martínez-Padrón, O. (2007). Juegos y curiosidades en el currículo de Matemática. Entretemas, 4(7), 17-32. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/01-Jueg-Curio-Clau-Osw-2007-Entretemas1.pdf

Salazar, S. F. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente. San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural (CECC/SICA).

García, M. (2003). Mediación pedagógica en la Educación a distancia. Revista Ciencias Matemáticas, 21(1), 1-8. Recuperado de http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-8b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109

Hernán, E., Carrillo, M. y Hernán, L (2008). Curiosidades sobre las fracciones. Recuperado de http://www.catedu.es/matematices/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48

Hernández, R. (2001). Mediación en el aula. Recursos, estrategias y técnicas didácticos. San José, Costa Rica: EUNED.

ISBN 978-9968-641-33-3

Latorre, A. (2005). La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. (3ª ed.). Barcelona: Editorial Graó.

Lupiáñez, J.L. (2013). Capítulo 4. Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En Rico, L., Lupiáñez, J.L. y Molina, M. (Eds) (2013). Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular. Granada, España: Editorial Comares, S.L. 103-120.

Martínez, O. (Junio, 2007). Semblanzas de la línea de investigación: Dominio Afectivo en Educación Matemática. Paradigma, 28(1), 237-252. Recuperado de http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v28n1/art12.pdf

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Estudio de Matemática. San José, Costa Rica.

Salazar, S. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente [multimedio]. San José. C.R.: Coordinación Educativa y Cultural.

Solaz-Portolés, J. y Sanjosé, V. (2007). Resolución de problemas, modelos mentales e instrucción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 70-89. Recuperado de http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen6/ART5_Vol6_N1.pdf

Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. y Solaz-Portolés, J. (2007). Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), 538-561

Unidad II Operaciones con fracciones. Tema 5 Multiplicación de fracciones (s.f.). Recuperado de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

Vadillo, G. y Klingler, C. (2004). Didáctica: Teoría y práctica de éxito en Latinoamérica y España. México: McGraW-Hill Interamericana.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

ETNOMATEMÁTICA:
Una guía para el investigador

Ana Patricia Vásquez Hernández
Universidad Nacional de Costa Rica
patrimate76@gmail.com

Resumen: La etnomatemática es una corriente del saber matemático, que plantea una perspectiva socio-cultural de la matemática; esta se encuentra relacionada con el quehacer y los conocimientos de grupos específicos. Esta ponencia plantea una breve guía de un libro que está en construcción, para quienes desean desarrollar investigación etnomatemática.

Palabras claves: Etnomatemática, contextos socioculturales, etnografía, investigación acción.

Justificación

Desde hace algunos años, se viene promoviendo fuertemente el dar valor a los conocimientos matemáticos que se generan en grupos o sectores específicos de la sociedad, como lo son grupos étnicos, grupos laborales, entre otros.

En Costa Rica la etnomatemática ha sido poco abordada. Una de las posibles causas, quizás no sea la falta de interés de los investigadores, sino la escaza información metodológica existente para su incursión.

La etnomatemática podría ser una de las líneas del saber matemático, que vigorice el sistema educativo costarricense a razón de los cambio en la educación que se han promulgado desde los Objetivos de Desarrollo del Milenio (año 2000), el proyecto PRELAC (año 2002), la nueva Política Educativa Costarricense (2008) y sus implicaciones en el Departamento de Educación Intercultural del Ministerio de Educación Pública.

Por tanto se hace fundamental, iniciar un proceso formal en metodología, que aporte a sumar muchos más investigadores en esta apasionante línea de exploración.

Así, el objetivo de esta ponencia plantea, compartir una breve guía de investigación etnomatemática para la generación de una propuesta metodológica en el área. Este es un trabajo que se encuentra en construcción y se plantea tan solo una parte de su amplio espectro de acción. Su producto surge de la elaboración actual de un libro en esta área.

Marco teórico

Primeramente se plantea que la matemática es una ciencia útil para el ser humano y que se desarrolla de acuerdo al entorno sociocultural donde esté inmerso el individuo. Es así como la matemática es parte fundamental del desarrollo de todos los grupos humanos y que cada uno plantea metodologías de abordaje muy particulares y diferentes de acuerdo a las necesidades del entorno. Estas matemáticas

ISBN 978-9968-641-33-3

particulares a las que se hace mención, se denominan etnomatemática, con el fin de aportar el valor social a cada una de ellas.

Desde la concepción de la etnomatemática, se hace necesario plantear que esta línea del saber matemático, evoca un abordaje sociocultural de la matemática, y que como lo plantea el brasileño Ubiratán D´Ambrosio (1990) -a quien se le conoce, como el padre de la etnomatemática- su investigación debe tomar en cuenta que:

- Es un estudio que involucra grupos específicos o particulares como: grupos culturales, grupos étnicos, sociedades específicas, grupos profesionales, personas en ciertos rangos de edades, entre otros.
- Están implicados los matemáticos, pero también los miembros del grupo que tengan vinculación con el conocimiento matemático específico.
- Es un estudio interdisciplinario de la matemática, la antropología y la historia.
- Incluye una jerga, códigos, símbolos, mitos y hasta sus maneras específicas de razonar e inferir.

Existe una relación estrecha entre la matemática y la antropología social, que actualmente potencia a la etnomatemática y debe evidenciarse y minimizarse el mito que la matemática es una ciencia aislada del ser humano y de su entorno.

Marco metodológico

Para este avance de la guía para el investigador, se trabajó en base a dos textos fundamentales, uno de ellos indispensable de consultar para el desarrollo de cualquier investigación y el otro estrechamente relacionado con el conocimiento indígena. En esta segunda obra a pesar de su vinculación con un sector específico, se hace posible extraer el conocimiento general que debe de abordarse dentro de un trabajo específico como la etnomatemática. Así mismo, se complementa con la experiencia de la autora en el desarrollo de investigación etnomatemática en Costa Rica.

El diseño sistemático para el análisis de los datos está basado en el procedimiento expuesto por Corbin y Strauss (2007) por codificación abierta axial, donde se realizó una revisión de de fuentes bibliográficas, para analizar y generar por comparación constante la selección de categorías de mayor trascendencia para abordar la temática. (Hernández et al., 2010, p. 494).

Resultados

Tipo de investigación

A continuación se presenta un extracto de una guía en construcción que se está elaborando para los investigadores en la etnomatemática, basado en dos autores específicos y la experiencia en investigaciones en esta área.

El diseño del proceso de las investigaciones etnomatemáticas es de corte cualitativo eminentemente, ya que trabaja mediante estudios muy particulares e irreproducibles, muy ajustadas a las realidades y contextos inmediatos, donde existe la posibilidad de reajustar la investigación bajo las necesidades requeridas de acuerdo al entorno.

Bajo la línea de las investigaciones cualitativas, indica Hernández et al. (2010) que existen los siguientes diseños: teoría fundamentada, diseño etnográfico, diseño narrativo, diseño de investigación-acción (p.492). Este mismo autor define cada una de ellas y a continuación se presentará una síntesis.

ISBN 978-9968-641-33-3

- Teoría fundamentada:
  Fundamenta proposiciones teóricas de los datos obtenidos en la investigación y no se basa en estudios previos. Genera el entendimiento del fenómeno ya que es sensible a las expresiones de los individuos en contexto, buscando nuevas formas de entender el proceso social que tiene lugar en ambientes naturales. Se divide en emergentes y sistemático. (p.493)
- Diseño etnográfico:
  Describe y analiza el significado de ideas, creencias, conocimientos, prácticas de grupos, culturas o comunidades. Abarca en ellas la historia, la geografía, la economía, la organización social, el sistema educativo formal e informal, rituales, símbolos, parentescos, entre otros. (p. 501)
  Este se clasifica en: diseño realista o mixto, diseño crítico, diseño clásico, diseño microetnográfico, estudio de casos culturales, metaetnografía, etnografía procesal, etnografía holística, etnografía particularista, etnografía de corte transversal y en etnografía etnohistórica. (p. 502)
- Diseño narrativo:
- Recolecta datos sobre la historia de vida y experiencias de personas para describirla o analizarla (p.504). Por ejemplo: autobiografías, biografías, entrevistas, materiales personales, testimonios, cartas, diarios, grabaciones, entre otros.(p.505)
- Diseño de investigación-acción:
  Trata de resolver problemas del cotidiano, de manera que se pueda aportar información para la toma de decisiones, de manera que se propicie un cambio social, donde estén involucradas las personas afectadas de ese problema (p.509). Es decir debe haber una interacción entre el investigador con la realidad del grupo con el cual trabajará de manera que se observe, piense y luego se actúe (p. 511)

Esencialmente los diseños etnográficos y de investigación-acción, son los dos modelos que más se ajustan al trabajo etnomatemático; uno con el propósito de investigar a profundidad y el otro con el fin de aportar a la solución de problemas en ambientes donde exista la participación del investigador en el entorno y la interrelación de este con los miembros del grupo.

Guía básica de investigación

Los elementos fundamentales a tomar en cuenta, para el desarrollo de la investigación etnomatemática podrían básicamente resumirse en seis categorías.

Algunas de las pautas que se sugieren a continuación, han sido extraídas de Grenier(1999) y adaptadas al tipo de investigación de interés. Otra parte de ellas, surgen de la experiencia de la autora en el trabajo etnomatemático con pueblos indígenas, a pesar que esta guía es creada para investigaciones de esta línea en general.

Así indica Grenier (1999, p. 57) y en la Guía del Instituto Internacional para la Reconstrucción Rural mencionada por Grenier (1999, p. 108), que en una investigación de un grupo específico se debe tener:

I. Actitud apropiada
II. Preparativos del trabajo
III. Protocolo de ingreso
IV. Método y técnicas apropiado
V. Registro de la información

ISBN 978-9968-641-33-3

VI. Final del estudio

Cada una de ellas será abordada desde la óptica de la experiencia en las investigaciones etnomatemáticas. Así se indica:

I. Actitud apropiada

a) El investigador debe reconocer sus propios prejuicios respecto al grupo con el cual trabajará y deberá modificar actitudes y comportamientos, ya que muy posiblemente será evaluado por el grupo en sus actitudes como persona.

b) Su comportamiento y actitudes deben ir acordes con las reglas de pertenencia al grupo y por esto el investigador debe ser muy observador.

c) Debe ser perseverante, ya que el conocimiento matemático no será fácil de identificar y llevará tiempo, esto puede causarle frustración.

d) Se recomienda la paciencia, a veces no se logra la recolección de la información con la premura que se esté acostumbrado. Es el grupo quien va a definir el momento en que compartirá su conocimiento.

e) Atender con absoluta credibilidad y respeto el conocimiento matemática que sea compartido por el grupo, aunque este sea por tradición oral. En muchas ocasiones el conocimiento que se comparte difiera del conocimiento matemático escolarizado al que estamos acostumbrados, y por tanto consideramos el conocimiento nuevo como subordinado, subjetivo, lento y cualitativo frente al conocimiento escolarizado que se considera dominante, objetivo, rápido y cuantitativo.

f) Reconozca la etnomatemática como un trabajo multidisciplinario, así que investigue sobre ciencias sociales.

II. Preparativos del trabajo

a) El investigador debe estar familiarizado con el entorno sociocultural

b) Debe reconocer la jerga o lengua que utiliza el grupo y el significado de los términos locales.

c) Debe identificar en caso que lo necesite, traductores o especialistas en el área, que puedan comprender las explicaciones que son dadas.

d) Seleccione con todo cuidado a los participantes.

e) El diseño de la investigación debe de estar acorde con las necesidades del grupo y prever de alguna manera una relación ganar-ganar, de manera que se pueda generar la investigación, pero que a la vez esta provea algún mecanismo para el bienestar de los miembros del grupo.

f) Debe realizar una exhaustiva búsqueda de bibliografía que muestren la visión general del grupo en todas sus áreas, no solo matemática.

III. Protocolo de ingreso

ISBN 978-9968-641-33-3

a) Todo grupo o comunidad cuenta con un protocolo de ingreso a ella, a veces plasmado en un documento o a veces es verbal. Por tanto se debe consultar a priori cuál es la forma apropiada de ingresar al grupo.

b) Es fundamental el consentimiento del grupo para desarrollar la investigación y en muchas ocasiones el grupo necesite tiempo para evaluar la investigación y el investigador.

c) Debe de procurar primero las relaciones interpersonales y el "raport", antes que el trabajo de investigación.

IV. Método y técnicas apropiado

a) Los métodos deben ser aceptables para el grupo, ya que de lo contrario podría causar incomodidad y crear una barrera entre el investigador y el grupo.

b) El método debe responder a unos objetivos bien definidos y claros.

c) La recolección de la información será guiada por el grupo, por tanto el raport es fundamental.

d) Utilice técnicas que sea posible triangular al final.

e) Tome en cuenta personas de todas las edades y género.

f) Trate que los integrantes del grupo le muestren los procedimientos que utilizan para el desarrollo de las actividades, esto hace que se inviertan los papeles, los miembros del grupo son los expertos (Grenier, 1999, p. 64).

g) Utilice entrevistas semi-estructuradas, ya sean individuales, o en pequeños grupos y tome en cuenta la entrevista etnográfica

h) Utilice los investigadores locales, que serían las personas que puedan ayudar a realizar la investigación, y que se encuentren inmersos en el grupo (Grenier, 1999, p. 66)

i) Para validar la información recabada se deben utilizar métodos comparativos de la información en caso que se realice la investigación en varios grupos.

V. Registro de la información

a) El registro de la información debe realizarse por medio de técnicas que sean del agrado de los participantes.

b) Se sugiere pedir permiso para tomar apuntes, fotografías, filmar, grabar, entre otras.

c) Sea creativo, construya técnicas con el grupo, donde participen en conjunto para su elaboración.

VI. Final del estudio

a) Una vez que esté finalizado el estudio, debe de entregarse una copia del mismo al grupo.

b) Deben de compartirse los resultados del mismo y que el grupo tenga la oportunidad de reaccionar al respecto.

ISBN 978-9968-641-33-3

c) Tome en cuenta a los líderes para que participen también en la presentación de esta información y que cuenten sus experiencias al respecto.

d) Brinde un agradecimiento sincero a las personas que participaron.

e) Realice una actividad de cierre donde integre a todas las personas que participaron.

Conclusiones

Esta guía que se plantea para la investigación etnomatemática, recaba los elementos básicos de una investigación de campo, la cual todavía está en construcción.

El valor de la misma, es brindar a la comunidad de educadores de matemática una metodología que apoye los trabajos etnomatemáticos que se deseen desarrollar.

Una de las áreas que más debe fortalecer el investigador en la etnomatemática, es su área humana y su sensibilidad en cuanto al grupo. Se debe aprender a valorar el ser humano desde su esencia, y por tanto el conocimiento implícito en el, por más sencillo que parezca.

La oralidad ha logrado preservar conocimientos milenarios en algunos grupos específicos, por tanto debemos iniciar una labor de apreciación de esta técnica y reconocer que es tan válida como la escritura misma.

Costa Rica, necesita crecer en esta área y fortalecer los trabajos multidisciplinarios, ya que la matemática está inmersa el todas las áreas del saber, desde la música y el arte, hasta la biología y la medicina por ejemplo.

La identidad nacional, también debe ser reconstruida, para que volvamos los ojos a nuestras raíces y otorguemos el valor real y no subestimado del conocimiento matemático local.

Recomendaciones

1. Se recomienda la lectura de los derechos a la propiedad intelectual, para respetar al grupo y a cada uno de sus miembros participantes.
2. Tenga en cuenta que la investigación etnomatemática es sensible en cuanto a género, porque los hombres y las mujeres tienen conocimientos diferentes.
3. Seleccione un consejo de expertos interno al grupo y un consejo asesor externo, para guiar la investigación de una manera adecuada especialmente bajo la experiencia de los asesores.
4. El poder está presente en todo grupo, por tanto se debe identificar esa relación de poder.
5. Muchos grupos trabajan bajo el enfoque del intercambio, por tanto debe pensarse en dar antes que en recibir. El grupo será quien defina el momento en que el investigador está listo para compartir con él, el conocimiento etnomatemático. Desarrolle un compromiso sincero, no se aproveche y no cree falsas expectativas que luego no pueda cumplir.
6. Identifique sus propios límites como investigador y como persona y busque ayuda cuando la necesite. No replique la actitud de investigadores en el pasado que han dañado a muchos grupos.
7. Y por último, Grenier (1999, p. 67) indica que una excelente forma de conocer un grupo es pernoctar en el sitio, correspondería a que los investigadores convivan y vivan con el grupo en

ISBN 978-9968-641-33-3

estudio, ya que esto facilita la interacción y enseña al investigador a mirar las cosas como los miembros del grupo las ven.

Bibliografía

D' Ambrosio, U. (1990). Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. Sáo Paulo, Brasil: Editorial Ática SA

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Perú: Mc Graw Hill

Grenier, L. (1999). Conocimiento indígena: guía para el investigador. Costa Rica: Editorial Instituto Tecnológico de Costa Rica y el Centro Internacional de Investigadores para el Desarrollo (Canadá).

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Etnomatemáticas en diseños precolombinos de Costa Rica

Doctor Alejandro Jaén
Universidad de la Salle
ajaen24@yahoo.com

Resumen: En dicha ponencia se realiza un análisis etnomatemático del diseño de un metate del museo de Jade Costarricense. Primero se trata de descifrar el código donde se guardó la información, luego se construye los elementos simbólicos para realizar la lectura. Al final, se presenta una hipótesis de construcción de calendarios e información relativa a diversos astros del sistema solar.

Palabras claves: Etnomatemáticas, diseños y sellos precolombinos.

Introducción

Muchos son los diseños que encontramos en la cerámica, la joyería, la escultura o la arquitectura precolombina costarricense.

Con gran frecuencia, sobre dichos diseños se manejaron algunas tesis no muy claras, pero que se podrían resumir como:

- Lo diseños son puramente ornamentales y reflejan la actitud y la imaginación del artista indígena en ese momento. Tienen un carácter eminentemente artístico.
- Los diseños tienen representaciones de carácter simbólico pero que en general desconocemos la historia mítica que les dio origen. A lo sumo podemos decir entonces, que es claro que adoraban los jaguares, los monos u otros animales representados en los diseños o la escultura.
- Muchos diseños guardan información codificada, pero ignoramos los elementos esenciales de dicha codificación y por lo tanto son ilegibles.

En cierta medida yo pertenezco a ese tercer grupo, porque también considero que hay mucha información codificada. Sin embargo, me separo de dicho grupo en el sentido que considero que en muchos casos, con gran esfuerzo de nuestra parte, es posible leer la información que fue plasmada en un diseño hace 600, 1000 o 1500 años.

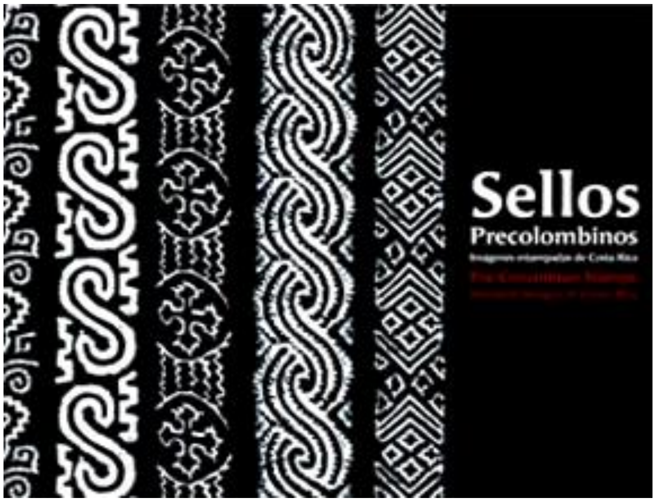
Creo que allí donde los indígenas precolombinos utilizaron estructuras matemáticas, nos dejaron la posibilidad de caminar por los mismos caminos que ellos recorrieron, aunque tengamos que ir lentamente, tanteando a oscuras, huella tras huella, indicio tras indicio, idea tras idea.

Sobre esos esfuerzos por dilucidar, traer a la luz, o tratar de interpretar esos diseños es que versa esta ponencia.

Los diseños y la matemática en la Costa Rica precolombina

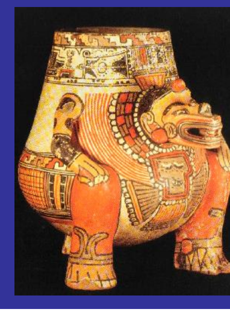
Muchos son los diseños en los que podemos encontrar ideas matemáticas en el legado de los indígenas precolombinos costarricenses. Sin embargo, dichas ideas no siempre aparecen con claridad, no siempre las podemos interpretar.

ISBN 978-9968-641-33-3



Vasija C 044 Museo de Jade Costarricense

Figura Humana con indumentaria felina. Tipo Pataki Policroma
Periodo: 1000 – 1350 DC.



Cuadrícula a dos colores en el lado posterior

Por ejemplo, si observamos una vasija policroma como la vasija C 044 del Museo de Jade Costarricense, podemos ver claramente su belleza, la expresión de un ser humano con indumentaria felina, los atuendos que lleva, entre otros.

No voy a realizar, por ahora, un análisis a profundidad de dicha vasija, solo quiero llamar la atención de un detalle en particular. A mí me interesa el hecho de que en su parte posterior se haya utilizado una doble cuadrícula, donde algunas líneas están en negro y las otras en rojo.

¿Por qué me interesa esa cuadrícula? Porque la base de la matemática precolombina mesoamericana y posiblemente de todo el continente Americano está fundada sobre el uso de cuadrículas. Encontrarla plasmada en una vasija costarricense es un buena noticia, es un buen indicio. Luego volveremos sobre dicho asunto.

Otros artefactos donde encontramos motivos y diseños precolombinos son en los sellos. Cuando encontramos sellos precolombinos vemos claramente varios diseños significativos como los expresados en el libro Sellos Precolombinos del Museo de Oro Costarricense.

Allí vemos diseños claramente serpentinos, diseños que se repiten una y otra vez, o diseños que nos recuerdan curiosas cruces. Casi todos estos diseños nos conectan de una u otra forma con una tradición mesoamericana.

En muchos de estos diseños nos es muy difícil expresar ideas claras de carácter matemático, porque desconocemos los códigos sobre los que trabajaron. Podríamos pensar en simetrías, sistemas especulares, entre otros. Sin embargo, mi búsqueda va en otra dirección.

Podemos establecer alguna idea de carácter simbólico recurriendo a otras culturas costarricenses o mesoamericanas.

Los bribrí y los cabécares consideran, aun hoy, que cada estrella es una serpiente. Así, podríamos pensar que, un diseño serpentino precolombino guarda alguna relación con las estrellas. No avanzamos mucho en términos simbólicos, porque saltamos de una cultura a otra, y de una época a otra. Y en términos matemáticos no avanzamos nada. Lo único que nos queda es un pequeño indicio, delgado, frágil, que nos dice que “cada estrella es una serpiente”.

Pero podemos seguir ese pequeño indicio, esa pequeña huella, que se borra entre la bruma del tiempo y, pesar que, para trabajar los enigmas, las antiguas historias míticas nos marcan una dirección. Hay que levantar la vista y mirar hacia el cielo, hacia el cielo nocturno.

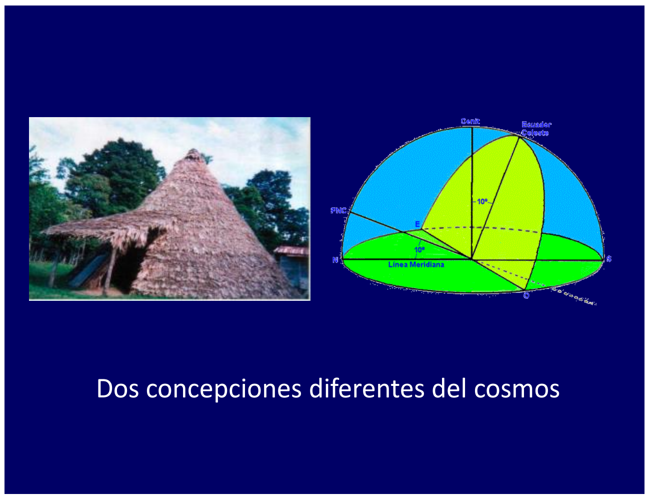
ISBN 978-9968-641-33-3

Una lectura literal de las historias míticas, nos podría colocar en la posición de pensar que toda serpiente es una estrella y, representarlo de la siguiente manera.

Se nos quedaría como un conocimiento cultural de un pueblo, pero para nuestros efectos, en términos matemáticos avanzaríamos muy poco.

Sin embargo, si continuamos interrogando la historia mítica, sabemos que existen otras referencias a las estrellas. En algunas historias míticas de los bribrí y los cabécares se establece la analogía entre estrella, serpiente, bejuco, enfermedad.

Cuando estos indígenas piensan en el cielo nocturno lo ven con otros ojos, desde otra perspectiva, diferente de la nuestra y, lo representan y lo visualizan de otra forma. Lo que para nosotros es la bóveda celeste, para ellos es un rancho cónico. Por supuesto, para ellos el centro de cielo termina en una punta, porque es un cono.



Donde nosotros hablamos de la esfera celeste ellos vieron un reflejo del rancho cónico, formando un modelo especular. Sobre las diferencias sobre dichos modelos no me quiero referir ahora, porque ya lo hice en la otra ponencia que presenté a este congreso. Quiero regresar sobre el tema de las estrellas.

Para los bribrí y los cabécres, el cielo nocturno es como un rancho cónico y, en su interior, brillan las estrellas. Cada amarra con la que tejen el techo de la vivienda es una estrella.

ISBN 978-9968-641-33-3

Cuando vemos la forma en que tejen las palmas para cubrir los ranchos, es muy clara la relación entre amarra, bejuco y serpiente. Pero… ¿por qué una estrella?

En la primera clase de astronomía a simple vista, encontramos la respuesta a la dirección que imponen las historias míticas.

Cuando vemos los astros que se mueven en el cielo, nos damos cuenta que establecen movimientos serpentinos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Si observamos el planeta Marte, a lo largo de varios meses, vemos claramente los movimientos retrógrados de dicho planeta y como luego continua su ruta. En este caso vemos una serie de fotografías superpuestas, tomadas aproximadamente con un intervalo de una semana.

En otros casos, cuando seguimos la ruta de los planetas a lo largo de varios años, también encontramos diseños serpentinos.

Todo parece indicar que la analogía entre bejuco, serpiente y estrella, que encontramos en las historias míticas bribrí y cabécar, fueron concebidas en un pueblo que tenía una larga trayectoria como astrónomos.

Una vez que tenemos claro ese conocimiento, regresemos a los objetos precolombinos, sobre todo aquellos en forma de serpiente, o los que, de una u otra manera, tienen su forma de serpentear.

Objetos serpenteantes los encontramos en muchos artefactos precolombinos, como metates, cerámicas, objetos en jade y en oro. Para iniciar esta reflexión trataré de concentrarme en los sellos precolombinos.

ISBN 978-9968-641-33-3

En los sellos vemos figuras serpenteantes porque el sello tiene dicha forma o porque el diseño que deja grabado produce formas serpentinas.

Uno de ellos me llamaba poderosamente la atención y me decidí a realizar su estudio. Era un diseño que tenía varias figuras serpenteantes entrelazadas.

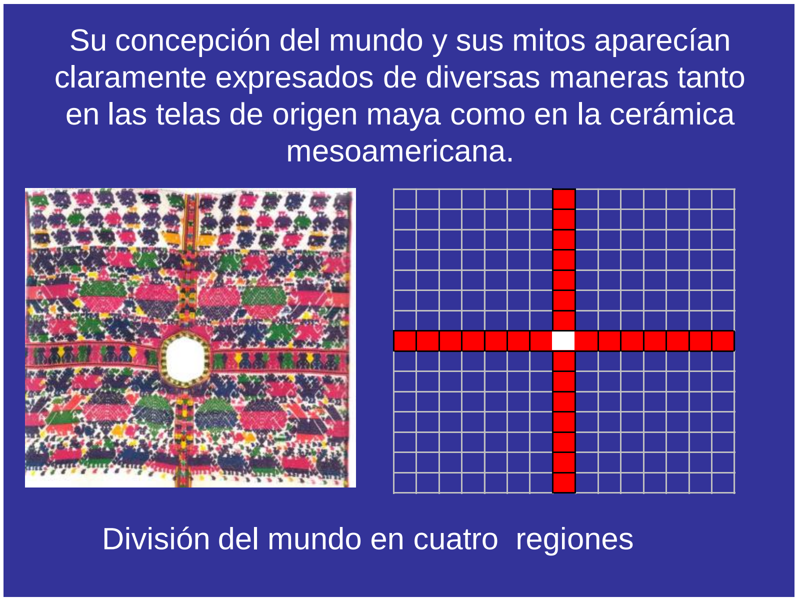
Dicho sello fue catalogado como el sello C 731 del Museo de Jade Costarricense.

Una de las cosas que me llamó la atención de primera entrada es que la forma en que dividía el espacio no era la usual, al menos no la más usual en Mesoamérica.

En el mundo maya, por ejemplo, es muy corriente que tengamos un modelo de división del mundo en cuatro cuadrantes exactos, divididos por una cruz central. Se trata de un sistema similar a la división que tenemos en un plano cartesiano.

El güipil de la izquierda muestra claramente la división en los cuatro cuadrantes con la cruz central.

ISBN 978-9968-641-33-3



Para todos los efectos, este es uno de los modelos más difundidos en Mesoamérica.

En el güipil el centro es hueco porque es el lugar que ocupa la cabeza.

Eso mismo se establece en el plano precolombino.

Volvamos ahora a nuestro sello C 731 del Museo de Jade costarricense. Siempre existe la división en cuatro cuadrantes pero esta vez, se dividen de manera irregular a partir del centro, formando cuatro rectángulos. Dicha división se parece a las utilizadas para crear espirales como la de Arquímedes.

Partí del supuesto de que había una cuadrícula original de base sobre la cual el artista indígena realizó su sello en arcilla. Nuevamente regresamos a las cuadrículas. El modelo resultante fue el siguiente:

ISBN 978-9968-641-33-3

Al contar la información de las diversas líneas rojas y blancas obtuvimos un gráfico que nos indicaba que el resultado total eran dos números posible: o 624 o 625.

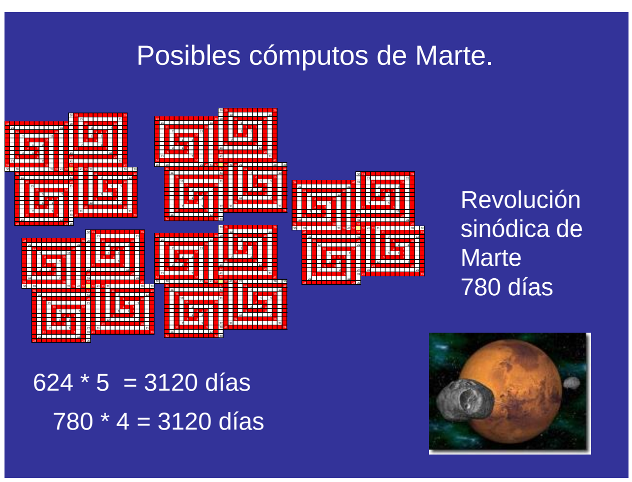
El origen de la controversia era el espacio central. Opté por guiarme nuevamente por la historia mítica y partí de que el centro era hueco. Así el número que tenía en el sello era el 624.

El resultado total me sorprendió porque ya conocía dicha cifra, solo que en otro contexto, en pueblos más al norte, entre Guatemala y México: la zona de influencia maya y azteca.

El 624 es un número que lo podemos descomponer en dos cifras muy significativas en el espacio mesoamericano precolombino. 364 + 260 = 624.

Eso significaba que, teníamos, aquí en Costa Rica, la evidencia de dos de los calendarios más importantes del mundo mesoamericano, pero con una característica muy particular, porque se trata de un sello, es decir, de un artefacto cuya función es repetir, reiterar. ¿Qué pasa si reiteramos la información encontrada en el sello? ¿Qué pasa si aprendemos a usarlo?

Tras las huellas del planeta Marte



ISBN 978-9968-641-33-3

Al reiterar la información encontrada en el sello lo primero que surgió fue una clara correlación con el planeta Marte. La revolución sinódica de Marte es de 780 días. Con lo cual podíamos establecer la correlación de 5 sellos = 4 revoluciones de Marte.

Recordemos que el número 624 es un número compuesto por dos calendarios, razón por la cual podríamos representarlo de otra manera para observar sus claras connotaciones calendáricas.

En una greca escalonada podemos llevar las cuentas de los 3 calendarios más importantes de la Mesoamérica precolombina: 364, 365 y 260.

En color, en la greca escalonada llevo los cómputos del calendario de 364 días y del calendario de 365 días. La diferencia entre ambos se estable si cuento, o no cuento el centro. A los lados, en amarillo, llevo la cuenta del calendario sagrado de 260 días, posiblemente el calendario más importante para mayas y aztecas.

Al descontar la información del centro quedamos nuevamente con los 624 días del sello C 731.

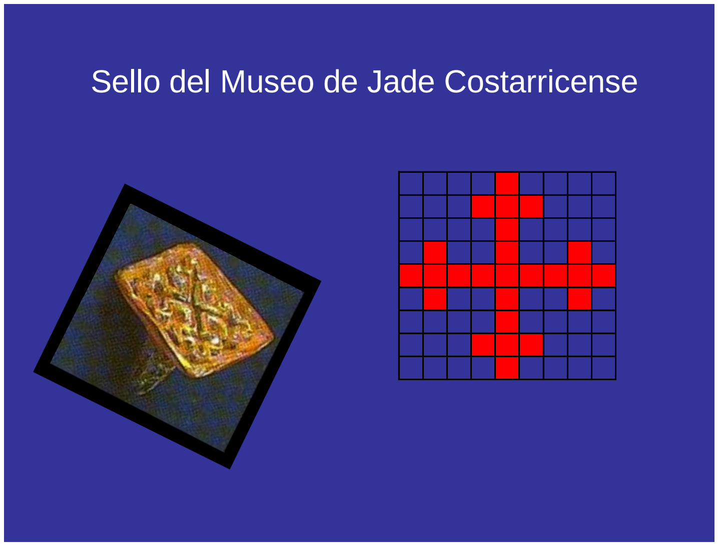
Esto es muy importante porque significa que podemos llevar varios calendarios, juntos, unificados, y además ligarlos a las revoluciones sinódicas de Marte.

Si reiteramos la información de ambos diseños podemos ver claramente sus relaciones.

En los tres casos tenemos la misma información es decir, 624 * 5 = 3120 días. Todo ello equivalente a 4 revoluciones de Marte.

ISBN 978-9968-641-33-3

Un nuevo sello

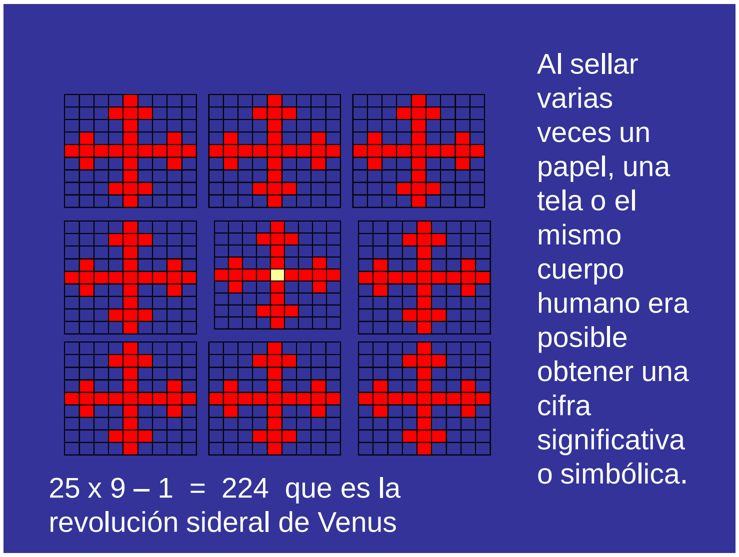


En este otro sello, también del Museo de Jade Costarricense, tenemos un diseño que resulta interesante.

Podríamos pensar que se trata de un sello de repetición similar al anterior y tendremos que contar de 25 días si se trata del sello completo o 24 días si pensamos que el centro es hueco.

ISBN 978-9968-641-33-3

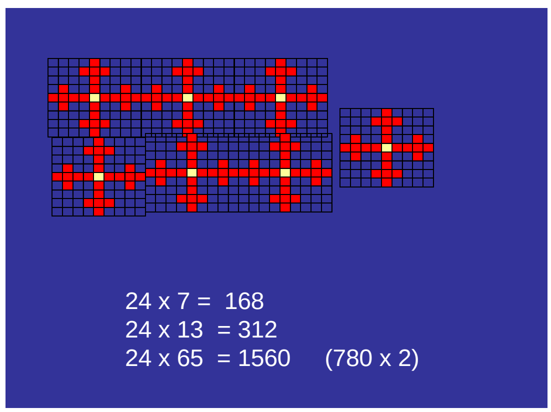
Partamos primero de que se trata de 25 días hasta encontrar una suma significativa



Al repetirlo nueve veces y restar el centro del sello central tenemos 224 días que es la revolución sideral de Venus.

Sin embargo hay una segunda hipótesis que resulta también muy significativa.

Si partimos de que el sello cuenta 24 espacios porque el centro es hueco tenemos lo siguiente. 24 x 7 = 168 suma muy significativa porque es = a 13 al cuadrado menos 1. Además, 24 x 13 = 312 y 312 duró uno de los soles. Por otro lado 24 x 65 = 1560 que son equivalentes a dos revoluciones de Marte de 780 día, cada una.



Solo el tiempo determinará si debemos ir en una dirección, en la otra, o en ambas, de manera simultánea.

Otro de los sellos parece hacer una clara referencia al sistema de numeración utilizado por los mayas y los aztecas.

ISBN 978-9968-641-33-3

Muchos son los cálculos, en la América Precolombina, donde interviene el número 20 y me parece un recurso de gran utilidad 20 x 13 = 260 (un calendario sagrado)

Los meses de mayas y aztecas también eran de 20 días. Puede ser que este sello nos indique que para este grupo indígena, el sistema de numeración era también en base 20. Es aún prematuro para hacer una aseveración categórica sobre el significado de dicho sello, pero, para los que disfrutamos del trayecto, del proceso de los descubrimientos, también tiene su encanto el saber navegar sobre el enigma.

Conclusión

Es claro que al interrogar los artefactos precolombinos tengamos que hacer un largo recorrido para materializar una idea clara y precisa, porque no tenemos maestros que nos guíen, ni gran cantidad de documentos que nos permitan corregir el rumbo, cuando nos desviamos del camino.

Al guiarnos, por las historias míticas de diversos pueblos y, seguir sus tradiciones culturales, o de reflexión, logramos comprender los principios esenciales de otros sistemas lógicos, o de otras formas de aprender y guardar conocimiento.

En este caso la preocupación por la ruta de las estrellas y el análisis de los sellos precolombinos nos permitió engarzar diversos calendarios mesoamericanos y ligarlos con la revolución del planeta Marte.

Otra de las cosas que aprendimos es que el tiempo de los calendarios no solo hay que entenderlos, valga la redundancia, en términos temporales, sino también, y sobre todo, en términos espaciales.

Para los indígenas bribrí de la actualidad tiempo y espacio se expresan con la misma palabra: Kó.

Tal vez, para el pueblo que diseño estos sellos, el tiempo no solo era importante en términos temporales, sino en la forma que ese tiempo se manifestaba gráficamente.

Bibliografía

Aveni, A. (1991). Observadores del cielo en el México Antiguo. México, D.F: Ed. Fondo de Cultura Económica.

Cabrera E. (1992). La Cosmogonía Maya. San José: Ed. Liga Maya Internacional.

Calderón H. (1966). La ciencia matemática de los Mayas. México D.F: Ed. Orión.

Caso A. (1971). El Pueblo del Sol, México: Ed. fondo de Cultura Económica.

Caso A. (1967). Los Calendarios prehispánicos., México: Ed. UNAM.

Chaves S y Fontana A**.** (1993). Lítica Precolombina- Artefactos de Piedra en la colección del I.N.S. San José: Ed. INS.

Escalona A. (1940). Cronología y Astronomía maya-mexicá. México. D.F: Ed. Fides.

Esparza D. (1975). Cómputo Azteca. México: Ed diana.

García A. y Jaén A (1996). Ies Sa Yilite. Nuestros Orígenes, Historias Bribrí. San José: Centro Cultural

ISBN 978-9968-641-33-3

Español.

Fernández P. (2004). Museo del Oro Precolombino. San José: Ed. Banco Central.

Fernández P. (2008). Sellos Precolombinos. San José: Ed. Banco Central.

Jaén A. (1996). Las Pirámides: números de Piedra. San José.:Ed. Liga Maya Guatemala.

González A. y González F. (1989). La Casa Cósmica Talamanqueña. San José: Ed. EUNED.

Hasselkus H. Wooh. (1993). Introducción al conocimiento de los códices mayas. México, D.F: Imprenta Catatonia.

Noriega R. et al. (1976). Esplendor del México Antiguo. México D.F: Ed. Del Valle de México.

Tompkins Peter. (1987). El misterio de las Pirámides Mexicanas. México D.F: Ed. Diana.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Fomentar la lectura de libros de matemática: Una necesidad en estudiantes universitarios que debe iniciarse desde la secundaria

Lorena Salazar Solórzano
Universidad Nacional de Costa Rica
lsalaz@una.ac.cr

Resumen: Este documento presenta los resultados de dos experiencias de aula, en donde se incorporaron tareas de comprensión de libros de texto de matemática, una de ellas realizada con estudiantes de primer ingreso a la universidad, en un primer curso básico de matemática y la otra realizada con estudiantes de segundo año, en un tercer curso no básico de matemática. Los estudiantes con más de un año universitario, presentaron las mismas debilidades de comprensión de lectura matemática que los principiantes, razón por la cual esta es una tarea docente que debe iniciarse y fomentarse en el aula, ojalá desde la secundaria. Se dan algunas evidencias además, de que la introducción de estas tareas, logra desarrollar en los estudiantes, algunas destrezas mentales de pensamiento, razonamiento, argumentación, comunicación, inducción, deducción, categorización e interpretación, lo que favorece la comprensión de conceptos matemáticos y por ende, incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Palabras claves: educación matemática, diseño de tareas, comprensión de lectura

Introducción

Recientemente, muchos estudios reportan que los adolescentes, en todo el mundo, tienen cada vez más problemas con la comprensión de lectura. El Programa Internacional para la Evaluación (PISA), reporta unos resultados preocupantes, no solo en la parte lectora, sino también en matemáticas. No es de extrañar entonces, que los estudiantes en las universidades, tengan serias deficiencias en comprensión de lectura de libros de texto en general, y estas deficiencias se tornen alarmantes cuando se trata de lectura de libros de matemática. Es claro, que estos últimos, añaden un elemento de dificultad adicional propio de la disciplina, que es el lenguaje en que se expresa la matemática, y que el estudiante de primer ingreso o no, usualmente desconoce. Es por esto, que es una necesidad, enseñarles primero el lenguaje matemático y luego inducirlos en la lectura de libros de matemática, si se quiere éxito en esta materia. De nada sirve, los esfuerzos realizados por muchos autores de libros de matemática, si estos no son leídos. Por supuesto, que el libro escogido, debe seleccionarse con mucho cuidado, tomando en cuenta la población y el nivel de los estudiantes. Se debe cambiar la cultura, el desinterés en el estudio y la carencia de hábitos de lectura en matemática, y esto debe iniciarse en el aula. El profesor nunca debe asumir que los estudiantes saben cómo leer el libro de matemáticas, debe motivarlos y enseñarles a hacerlo. En mi experiencia como docente, he notado a lo largo de muchos períodos, que los estudiantes no usan el libro de texto asignado al curso de matemática, y mucho menos buscan otras referencias adicionales, limitándose a consultar en los libros, la página de ejercicios, cuando el profesor les deja una tarea, o cuando mucho a leer algún ejemplo resuelto. Esto tiene el inconveniente de que, para su estudio solo usan las notas del profesor, que usualmente escribe en la pizarra, lo que los mantiene ocupados, a tal

ISBN 978-9968-641-33-3

punto que no prestan atención a las explicaciones del profesor, perdiéndose de lo que podría ser un complemento a una lectura previa y a consolidar los conceptos matemáticos.

Por un lado los estudiantes no leen libros de matemática, mientras que los profesores establecen una relación de dependencia con estos, a tal punto que hacen una presentación de sus lecciones siguiendo el esquema de algún libro, usualmente con la formalidad de seguir definición, ejemplo y teoremas. Cooney (1985), mencionado por Pino ,Castro, Godino y Font (2013), señalan que los libros de texto son la influencia primaria para las concepciones curriculares de los maestros, así como para su estilo de presentación en la clase. Estos últimos autores mencionan una cita de Nathan y Koedinger (2000), quien manifiesta que "Es razonable suponer que el uso de los libros de texto en la estructuración diaria de las lecciones de clase, tareas semanales y la secuencia curricular anual, lleva a los profesores a internalizar la imagen de las matemáticas que implícitamente transmiten" (p. 228).

La hipótesis de este documento, es que al igual que se educa al estudiante a mejorar su comprensión de lectura en general, mediante estrategias y técnicas experimentadas, estas pueden adaptarse a la disciplina matemática y así facilitar comprensión de los libros de matemática y mejorar así su rendimiento académico.

Cuestionario aplicado a los estudiantes:

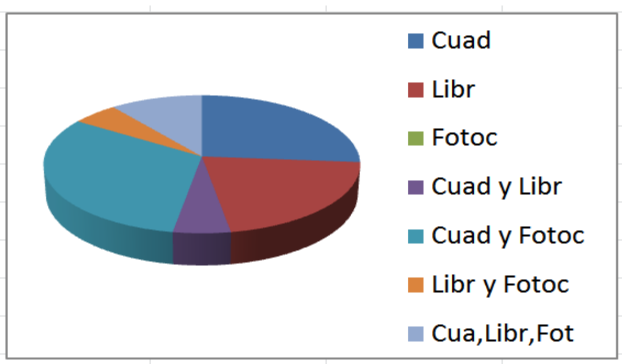
Se aplicó un cuestionario a 38 estudiantes del grupo de Topografía, los cuales ya tienen experiencia universitaria. Los principales resultados se señalan a continuación.

1. En la secundaria, ¿qué fuente usaba usted más para estudiar matemática?
   ( ) El cuaderno de matemática
   ( ) El libro de texto de matemática
   ( ) De material fotocopiado que le daba el profesor
   ( ) Otro: ____________________________

Como puede observarse en la gráfica siguiente, la mayoría de los estudiantes encuestados, indica que en secundaria, usaban como fuente principal para su estudio, el cuaderno de matemática y material fotocopiado que le daba el profesor, especialmente listas de ejercicios (32%), mientras que los que usan el libro junto con el cuaderno, es solamente un 5%.

Fuentes primarias para estudiar matemática en secundaria

Items	#	%
Cuad	10	26
Libr	8	21
Fotoc	0	0
Cuad y Libr	2	5
Cuad y Fotoc	12	32
Libr y Fotoc	2	5
Cua,Libr,Fot	4	11
Total	38	100

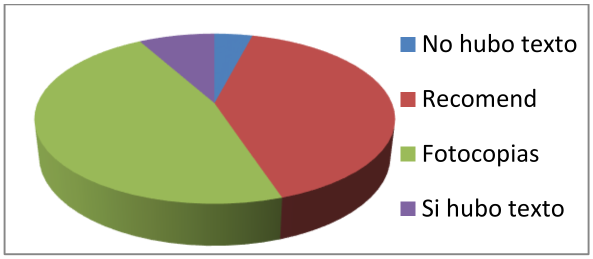


Fuente: Resultados de un cuestionario a estudiantes del estudio

ISBN 978-9968-641-33-3

Podría pensarse que esta situación se debe a que los estudiantes a nivel de secundaria, no tienen la madurez de consultar libros en general, pero que esta situación debería cambiar al ingresar a la universidad. Sin embargo los resultados de la siguiente pregunta, aplicada a los estudiantes de segundo año, indican que siguen quedándose con lo que el profesor les da, aunado a material fotocopiado, a pesar de ser el tercer curso de matemática que ya han llevado.

Fuentes primarias para estudiar matemática en la universidad

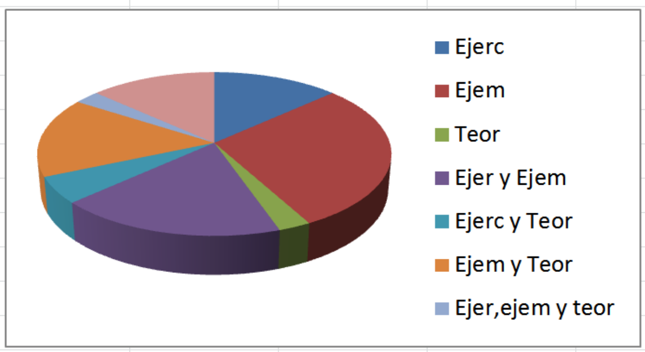


Fuente: Resultados de un cuestionario a estudiantes del estudio

En la universidad, se les recomienda una bibliografía para cada curso, pero lamentablemente los estudiantes no la consultan, y los profesores no los instan a usarla. Más bien pareciera que los docentes fomentan el uso de material fotocopiado, con listas de ejercicios, en muchas ocasiones por el alto costo de los libros y que los estudiantes no pueden pagar. Con respecto al uso que los estudiantes dan a los libros de matemática, puede verse en la siguiente gráfica que una mayoría usan el libro para ver ejemplos resueltos, pero muy pocos, solo un 2.5% indica lo hacen para leer la teoría.

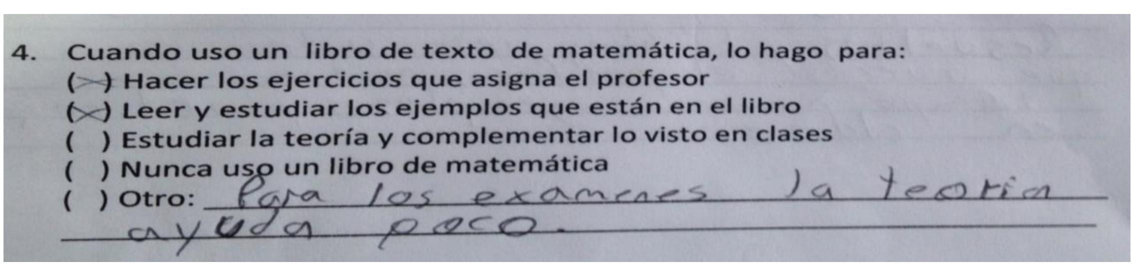
Uso que se da a los libros de texto en la universidad

Items	#	%
Ejerc	5	13
Ejem	11	29
Teor	1	3
Ejer y Ejem	7	18
Ejerc y Teor	2	5
Ejem y Teor	6	16
Ejer,ejem y teor	1	3
No uso libro	5	13
Total	38	100



Fuente: Resultados de un cuestionario a estudiantes del estudio

Triste resulta el siguiente comentario de uno de los estudiantes, que indica que la teoría no es necesaria para los exámenes.



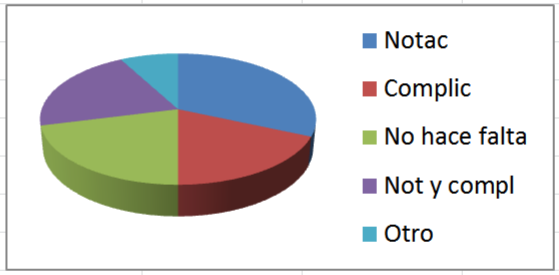
4. Cuando uso un libro de texto de matemática, lo hago para:
(X) Hacer los ejercicios que asigna el profesor
(X) Leer y estudiar los ejemplos que están en el libro
( ) Estudiar la teoría y complementar lo visto en clases
( ) Nunca uso un libro de matemática
( ) Otro: Para los examenes la teoria ayuda poco.

ISBN 978-9968-641-33-3

Efectivamente, en cursos para otras carreras, hay una tendencia a evaluar meramente aspectos de procedimientos y cálculos, por lo que este estudiante, no deja de tener razón. Sin embargo, entristece que no exista conciencia de estudiar más que para un examen. Ante la pregunta sobre las razones por las cuales, no les gusta leer los libros de matemática, los resultados indican que una mayoría no entiende la notación y les resulta complicado la lectura de libros de matemática.

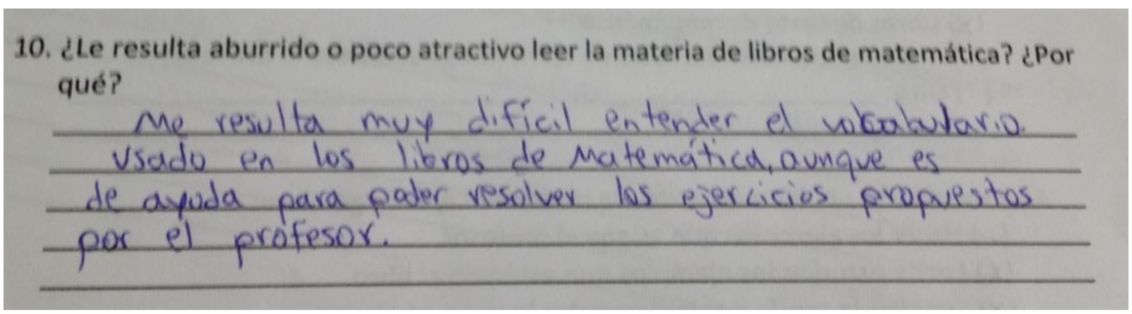
Razones por las que los estudiantes no leen libros de matemática

Items	Cant	%
Notac	12	32
Complic	7	18
No hace falta	8	21
Not y compl	8	21
Otro	3	8
Total	38	100

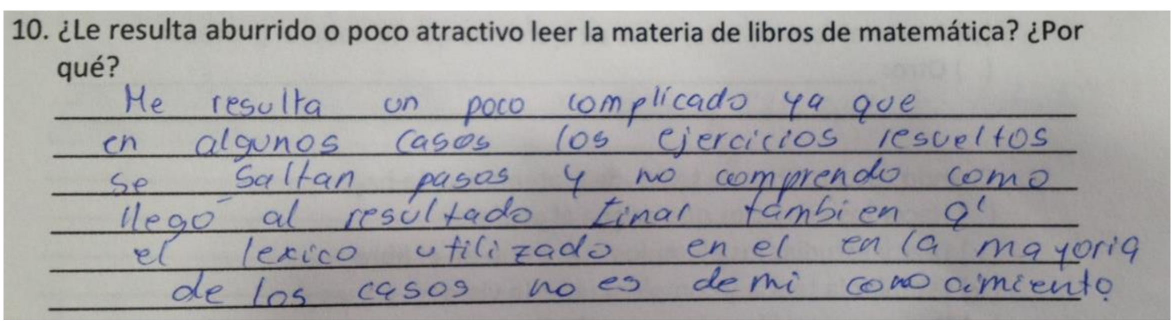


Fuente: Resultados de un cuestionario a estudiantes del estudio

El vocabulario, es una razón que ponen muchos de los estudiantes, la notación les resulta complicada, razón de más para educarlos primero al respecto. Al respecto se pueden ver los siguientes comentarios.


10. ¿Le resulta aburrido o poco atractivo leer la materia de libros de matemática? ¿Por qué?

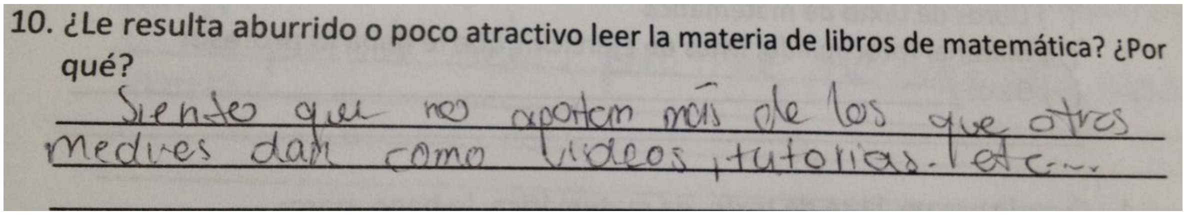
Me resulta muy difícil entender el vocabulario usado en los libros de Matemática, aunque es de ayuda para poder resolver los ejercicios propuestos por el profesor.


10. ¿Le resulta aburrido o poco atractivo leer la materia de libros de matemática? ¿Por qué?

He resulta un poco complicado ya que en algunos casos los ejercicios resueltos se saltan pasos y no comprendo como llegó al resultado final también q' el lexico utilizado en el en la mayoria de los casos no es de mi conocimiento

Llama la atención el comentario siguiente, quien alude al uso de tecnologías, en lugar de leer un libro de matemáticas. Es claro que las nuevas generaciones prefieren usar diferentes medios innovadores y tecnológicos para lograr el aprendizaje, como el uso de tecnologías, pero debemos formar profesionales capaces de buscar información por sí mismos, dado que el conocimiento es mucho hoy en día, y no se logra retener todos los conocimientos. Usar un libro, leerlo siempre le devolverá el conocimiento olvidado, y para el cual ya no tendrá un profesor a su lado que se los explique.

ISBN 978-9968-641-33-3


10. ¿Le resulta aburrido o poco atractivo leer la materia de libros de matemática? ¿Por qué?

Siento que nos aportan más de los que otros medios dan como videos, tutorias. etc...

Metodología

Esta experiencia se desarrolló con dos grupos, uno de primer ingreso a la universidad y otro de segundo año universitario. La primera experiencia se dió durante el I ciclo del 2013 en el curso “MA0213 Matemática para Economía y Estadística I” de la Universidad de Costa Rica, en el que participaron 30 estudiantes. Esta materia es el primer curso de matemática tanto del plan de estudios de la carrera de Economía como la de Estadística, y es un curso básico de cálculo diferencial e integral en una variable, con la diferencia de que en este, se hacen algunas pruebas formales sencillas de resultados matemáticos.

La segunda experiencia se desarrolló a inicios del I ciclo del 2014, en el curso “MAY442 Matemática III” de la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA), en el que participaron 17 estudiantes, que cursan el segundo año de la carrera de Topografía. Se trata de un curso de nivel intermedio que desarrolla varios temas de cálculo, iniciando con aplicaciones de la integral definida, integrales impropias, sucesiones y series y termina con cálculo en varias variables.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para el desarrollo de las tareas diseñadas, se usó la observación no participante y registro detallado en un diario donde se fue anotando todo lo que fue ocurriendo en el aula, percepciones sobre la actitud e interés de los estudiantes, expresiones verbales de los participantes, tiempo de ejecución de las tareas, etc. Se recolectaron evidencias escritas por los grupos de trabajo en el desarrollo de las sesiones de trabajo. Al final de la experiencia se realizaron preguntas a los estudiantes, por separado para determinar el grado del logro del objetivo planteado, la aceptación o no aceptación de la actividad. Una semana después de concluida la experiencia, se realizó una prueba específica escrita individual, con el fin de evaluar la comprensión de los conceptos matemáticos.

Tipo de tareas propuestas

Según Nacimba (2013), para dominar un contenido y estudiarlo, se debe hacer dos tipos de lectura: lectura explorativa (una mirada rápida al libro) y lectura comprensiva (que conlleva a repetir y registrar). Con base en esto, surgen estrategias de lectura, utilizadas y recomendadas para libros de texto en general; una de ellas se conoce como EPL-Triple R y que consiste en varios pasos: Examinar, Preguntar, Leer, y las tres erres, Repetir, Registrar y Revisar. Se diseñaron varias tareas cuyas consignas respondieran a dichos procesos, con el fin no solo de lograr la comprensión del texto, sino también lograr la asimilación del conocimiento matemático.

Tipología de Tareas	Actividades	Competencias matemáticas

ISBN 978-9968-641-33-3

Lectura selectiva	Revisar el autor, año, índice, prólogo, notación y simbología, si es didáctico, si tiene respuestas a ejercicios.	Categorización, inducción y deducción.
Lectura simultánea	Interpretar y expresar en palabras propias los enunciados de definiciones, ejemplos, teoremas y ejercicios.	Comunicación, argumentación, lenguaje técnico, simbólico y formal.
Lectura detallada	Cuestionar los resultados, rellenar detalles no explícitos en las pruebas de teoremas, de soluciones y ejercicios.	Pensamiento, razonamiento y argumentación, conexiones de ideas.
Lectura retentiva	Repetir, por escrito e individualmente los argumenos de los ejemplos del libro y las pruebas de los teoremas recomendados por la docente.	Pensamiento y razonamiento, utilización de operaciones, uso de herramientas y recursos, lenguaje técnico, simbólico y formal, conexiones de ideas.
Lectura de síntesis	Registrar y resumir. Realizar fichas con resúmenes de resultados notables, procedimientos y argumentos y elementos que considere importante.	Síntesis, comunicación, deducción, inducción, utilización de lenguaje técnico, simbólico y formal.
Lectura aplicada	Resolver los ejercicios planteados al final de la sección leída.	Pensamiento y razonamiento, comunicación, utilización de operaciones, uso de herramientas y recursos.
Lectura extra	Revisar otros libros, de diferente autor y repetir el proceso anterior. Complementar ideas, argumentos.	Comparación y categorización, pensamiento y razonamiento, comunicación.

Delimitaciones

Dado que el interés de esta investigación, era lograr la motivación a la lectura del libro de matemáticas, el tipo de tareas propuestas estuvieron relacionadas con la lectura explícita del libro escogido. No se les pidió el uso de otras herramientas como tecnología o contextualizaciones de problemas, por ejemplo, para reafirmar los conceptos. Es claro que todas estas herramientas son válidas y muy eficaces en estas generaciones, pero el propósito de la investigación, era investigar el efecto de las tareas de lectura.

Libros usados

Para la actividad se les pidió a los estudiantes formarse en grupos de 5 personas. A cada grupo se les solicitó, con anterioridad, pedir prestado en la biblioteca 5 ejemplares, uno para cada integrante del grupo, de cualquiera de los libros de texto de cálculo diferencial e integral, a saber:

ISBN 978-9968-641-33-3

- Larson, R, Hostetler, R y Edwards, B. “Cálculo y geometría analítica”.
- Thomas,R, Finney, R. “Cálculo en una variable”.
- James Stewart, Cálculo.
- Edwuards y Penney. “Cálculo con geometría analítica”.

Cabe mencionar que en la biblioteca de la universidad de Costa Rica, existe una gran cantidad éstos libros de cálculo, que lamentablemente los estudiantes no consultan, y que ocupan varios estantes y no están siendo utilizados. La escogencia de estos libros, estuvo condicionada por la accesibilidad de ellos en la biblioteca, además de que todos contienen el tema a desarrollar.

Experiencia con el grupo de primer ingreso a la universidad

La experiencia se realizó en dos sesiones consecutivas de 1,5 horas cada una y usando la modalidad de grupos de 5 personas. Cabe mencionar que antes de realizar la experiencia, el contenido del curso incluye un capítulos de lógica simbólica, donde se les hace referencia al lenguaje matemático y a las formas más comunes de demostración. El tema para esta experiencia fue el de máximos y mínimos. Se inició con la lectura selectiva, mediante la siguiente tarea:

Tarea 1: Examinar rápida y selectivamente
Lea el título, el autor, fecha de publicación y el índice del libro de matemática escogido.
Lea y comente con sus compañeros de grupo, el prólogo y revise, en caso de que si el autor indica algunos símbolos a usar en el libro, así como apreciaciones de lo que desarrolla en cada capítulo. Revise si tiene respuestas a los ejercicios.
Dé una rápida mirada por las páginas internas, para ver el formato seguido, el tipo de letra, si es agradable o no a la vista. ¿Qué impresión le da el libro?

Esta tarea los ubicó con el libro, e indicaron que era la primera vez que revisaban de esta manera inicial, un libro de texto. Cabe mencionar, que muchos de ellos anotaron con cuidado el autor, nombre del libro y edición, con la idea de ir a buscar un ejemplar a la biblioteca. Seguidamente, se les pidió iniciar, en grupos, la lectura, en voz alta y los demás siguiendo la lectura del libro, sin saltarse nada, empezando en cada caso, en el tema de “extremos relativos de funciones”. Al llegar a la primera definición, debían hacer lo que se llama lectura simultánea, es decir tenían que explicar lo leído con sus propias palabras.

Tarea 2: Lectura simultánea
Lea la definición de máximo absoluto y máximo local y luego explique con sus propias palabras, que es lo que entendió de la misma, intercambiando ideas con sus compañeros. Utilice los gráficos ilustrativos, si los hay, y si no cree alguno propio, para ayudar a la comprensión de la definición. Luego defina formalmente, el **mínimo absoluto** y el **mínimo local** de f en *D.*

Definición: Una función *f* con dominio D, se dice que tiene un **máximo absoluto** (ó **máximo global**) en c si $f(c) \geq f(x)\ \ \forall x \in D$. El número $f(c)$ se llama valor máximo de f en *D.* Una función *f* tiene un **máximo local** (ó **máximo relativo**) en c si $f(c) \geq f(x)\ \ \forall x \in D$ tal que $|x-c| < \delta$ donde $\delta > 0$. El número $f(c)$ se llama valor local de *f* en *D.*
Los valores máximo y mínimo de *f* se conocen como **valores extremos** de f.

ISBN 978-9968-641-33-3

Los estudiantes presentaron problemas al interpretar los cuantificadores universales, el para todo y el existe. A pesar de que se habían estudiado estos elementos en la parte de lógica formal, la práctica demuestra que la conexión a enunciados matemáticos, no es tan inmediata. Leen en voz alta, pero no comprenden lo que leen, por ejemplo no entienden que "c" es un valor fijo y no variable. Se les dio la siguiente guía de preguntas para que comprendieran paso a paso, línea a línea la lectura.

Tarea 3: Guía de preguntas

- ¿Quién es f? ¿Quién D? ¿Quién es c? ¿Quién es f(c)?
- En lenguaje coloquial, ¿en qué se diferencian las palabras global y local?
- Usando palabras coloquiales, como "más grande ó más alto que ", diga qué significa que $f(c) \geq f(x) \ \forall x \in D$.
- Usando propiedades de valor absoluto, diga que significa que $|x-c| < \delta$
- Diga que significa entonces que $f(c) \geq f(x) \ \forall x \in D$ tal que $|x-c| < \delta$
- ¿Cuál es la diferencia entre máximo global y máximo local**?**
- Haga un esbozo de una gráfica de una función y señale un máximo local y el máximo absoluto.
- Adapte la definición anterior para definir lo que es un mínimo global y un mínimo local.

Este tipo de tarea se repitió con cada uno de los elementos de la lectura, incluyendo los bordes verticales, donde aparecen gráficas de funciones, ilustrando los conceptos y algunas notas históricas.

La siguiente tarea, se les solicitó repetir la lectura de la misma sección, pero en un segundo libro, de modo que hagan comparaciones entre las dos presentaciones.

Finalmente se les pidió hacer una síntesis con los resultados más importantes de la sección leída, expresada en sus propias palabras.

Tarea 4: Resumir y Registrar

Escriba en una ficha las ideas más importantes de la lectura, los enunciados de los teoremas incluyendo algún gráfico significativo. Escribe lo que usted sienta que es importante recordar.

Experiencia con el grupo de estudiantes de segundo año en la universidad

Con el grupo de estudiantes con más experiencia en la universidad, se repitió la experiencia, pero esta vez con el tema de integrales impropias. De igual manera, se les pidió traer alguno de los libros de cálculo mencionados anteriormente. Análogamente, se les dio la consigna de examinar rápida y selectivamente el libro.

ISBN 978-9968-641-33-3

Tarea 1: Examinar rápida y selectivamente
Lea el título, el autor, fecha de publicación y el índice del libro de matemática escogido.
Lea y comente con sus compañeros de grupo, el prólogo y revise, en caso de que si el autor indica algunos símbolos a usar en el libro, así como apreciaciones de lo que desarrolla en cada capítulo. Revise si tiene respuestas a los ejercicios.
Dé una rápida mirada por las páginas internas, para ver el formato seguido, el tipo de letra, si es agradable o no a la vista. ¿Qué impresión le da el libro?

Inmediatamente, iniciaron la lectura de la sección, mostrando problemas similares a los estudiantes de primer ingreso, falta de comprensión de los cuantificadores existenciales, no comprensión del lenguaje matemático y la forma de expresar las ideas matemáticas.

Tarea 4: Leer detalladamente

Definición: Sea f continua para $x \geq a$. Si existe $\lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx$, se dice que la función f tiene una integral impropia convergente desde $x = a$ $x = a$ hasta ∞. El valor de ese límite se denota:

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx$$

Dado que no comprendieron la definición de integral impropia, se les dió la siguiente guía de preguntas para ayudarles con la comprensión de la misma.

Tarea 4: Leer detalladamente

- ¿Qué indica cada una de las variables a, b, x en la definición anterior?
- ¿Qué significa que f es continua para $x \geq a$? Represente un bosquejo de una función que sea continua en un intervalo como este. ¿En qué casos se dice que un límite existe?
- ¿Qué significa $\lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx$ exista? ¿Es f integrable en el intervalo $[a,b]$? ¿Qué dice el Teorema Fundamental del Cálculo? Justifique. En la definición de integral impropia hay involucrados un límite y una integral, cuál se debe calcular primero?

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx$$

Con mucha dificultad, finalmente lograron comprender la definición, y empezaron a interesarse en la lectura, dado que poco a poco fueron superando las dificultades.

Algunos incluso comentaban con alegría y un poco de sorpresa “no puedo creerlo, entendí...”.

La siguiente tarea les pedía leer y rellenar los detalles de los ejemplos desarrollados de la sección, ilustrando con una gráfica el concepto de integral de primera, segunda y tercera especie.

ISBN 978-9968-641-33-3

Tarea 4: Lectura detallada

Ilustre con una gráfica como se calculan los otros casos de integrales impropias de primera especie.

a) $$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

b) $$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{a}^{\infty} f(x)dx + \int_{-\infty}^{b} f(x)dx$$

Ilustre con una gráfica como se calculan las integrales impropias de segunda y tercera especie.

Cabe mencionar que varios de ellos copiaron los datos del libro, con la idea de ir a buscar un ejemplar en la biblioteca.

Análogamente, debían también repetir, registrar y revisar los elementos fundamentales de su lectura. En la segunda sesión se les pidió que los grupos intercambiaran de libro de texto, hicieran la lectura de la sección correspondiente y compararan la presentación de la teoría entre los dos libros leídos e hicieran algunas conclusiones sobre si esto les ayudaba o no a la comprensión de los conceptos matemáticos.

Finalmente se les hizo una prueba de evaluación de los contenidos estudiados.

Conclusiones

La introducción de tareas de comprensión de libros de matemática, resultó positiva. Los estudiantes perdieron el miedo a leer, y comprobaron la importancia no solo de leer un libro, sino al menos dos de ellos, para complementar sus conocimientos. La evaluación de este tema, en un examen corto, arrojó mejores resultados que en otros temas, donde no se había realizado la actividad, en ambos grupos. Sin embargo, el grupo que tenía más tiempo en el ámbito universitario, logró mejores resultados, no solo en la evaluación realizada, sino que en su actitud posterior, pues después de esta actividad, empezaron a llevar a clases diferentes libros de texto. Este tipo de tareas, aunque demandaron más tiempo de una clase tradicional, fue recompensado en temas posteriores, donde se ganó tiempo en la comprensión de los conceptos matemáticos.

Debe haber cambios en la actitud docente en cuanto al manejo y uso de libros de texto, para propiciar el cambio en los estudiantes. El dejar fotocopias en algunos puestos, o en forma digital, está moldeando un estudiante que no lee pues no siente la necesidad de hacer el esfuerzo. El problema es que las notas del profesor solo desarrollan algunos ejemplos, y el estudiantado busca fórmulas para desarrollar los cálculos, sin entender por qué de aquello, lo que hace que olvide rápidamente lo aprendido. El asunto es más serio de lo que a primera vista parece, pues está dando una formación débil en los estudiantes. Os docentes debemos hacer esfuerzos por cambiar esta metodología, aprovechar los espacios que da la universidad de comprar más libros de matemática e inducir a los estudiantes a que motiven a sus estudiantes a la lectura y uso de estos textos.

Bibliografía

Larson,R; Hostetler, R y Edwards, B. Cálculo I. Octava edición.

ISBN 978-9968-641-33-3

Margolinas, C (2013), Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22, 1, 581-590). Oxford: ICMI

Mason, J. y Johnston-Wilder, S. (2004). Designing and Using Mathematical Tasks. London: Tarquin.

Nacimba, A. (2013). "La comprensión lectora y su influencia de los estudiantes de octavo grado de educación general básica paralelo A y B del colegio nacional mixto Tarqui de la ciudad de Quito, cantón Quito, provincia de Pichincha". Universidad de Técnica de Ambato: Ecuador.

Pino-Fan, L ; Castro,W; Godino,J y Font,V. (Diciembre, 2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. PARADIGMA, *24*(2), 123-150.

Stewart,J. Cálculo de una variable. Sexta edición. Thomson 2008.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

How we came to use a combination of emic, etic and dialogical approaches in the field research ethnomodeling

Daniel C. Orey, Ph.D.
Centro de Educação Aberta e a Distância
Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
oreydc@cead.ufop.br

Milton Rosa, Ed.D.
Centro de Educação Aberta e a Distância
Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
milton@cead.ufop.br

Abstract: In this paper we offer an alternative goal for research, which is the acquisition of both emic and etic knowledge for the implementation of ethnomodeling. Emic knowledge is essential for an intuitive and empathic understanding of mathematical ideas of a culture. We have come to see it as essential for conducting effective ethnographic fieldwork. Furthermore, emic knowledge is a valuable source of inspiration for etic hypotheses. Etic knowledge, on the other hand, is essential for cross-cultural comparisons, and the essential components of ethnology, because such comparison demands standard units and categories to facilitate communication. We also offered here a third approach for ethnomodeling research; which is the dialogical approach that makes use of both emic and etic knowledge traditions through processes of dialogue and interaction. Finally, we have defined ethnomodeling as the study of mathematical phenomena within a culture because it is a social construction and is culturally bound

Key words: Etic, Emic, Ethnomodeling, Culture, Ethnomathematics, Mathematization.

Introduction

In this paper, we would like to share how we have come to use a combination of emic, etic and dialogical approaches in our research field. When investigate forms of knowledge possessed by members of distinct cultural groups, we easily find unique and interesting mathematical ideas, characteristics, procedures, and practices that are forms of ethnomathematics. This information can be used to express and explore the relationship between culture and mathematics. Our work incorporates the term ethno, which describes characteristics related of a group's cultural identity such as language, codes, values, jargon, beliefs, food and dress, habits, and physical traits. To us the term ethnomathematics expresses a broader view of mathematics and includes diverse forms ciphering, arithmetic, classifying, ordering, inferring, modeling and the ability to communicate and dialogue about it (D'Ambrosio, 2001).

Any outsider's understanding of cultural traits is based on unique interactions and interpretations that may emphasize inessential features to the misinterpretation of distinctly unique and culturally mathematical forms of knowledge. The challenge that arises from this understanding is how culturally bound mathematical ideas are better understood without letting the culture of the researcher-investigator interfere with the culture of the members of the cultural group under study. This is not easy, and may

ISBN 978-9968-641-33-3

only happen when the members of cultural group under study share the same interpretation of their culture (emic), as opposed to an outsider's interpretation (etic)[10].

Emic perspectives are the factors such as cultural and linguistic backgrounds, social, moral values, and lifestyle that directly influence mathematical ideas, procedures, and practices developed by the people of their own culture and context. Over time, different cultural groups have shared, developed and evolved different ways of doing mathematics in order to understand and comprehend their own cultural, social, political, economic, and natural environments (Rosa, 2010). Every cultural group has developed many unique and distinct ways to mathematize their own realities (D'Ambrosio, 1990). Mathematization is the process in which we come up with different mathematical tools that help us to organize, analyze, solve, and model specific problems located in the context of our own real-life contexts and situations (Rosa & Orey, 2006). This allows us to identify and describe specific mathematical ideas, procedures, or practices by schematizing, formulating, and visualizing problems in different ways, discovering relations and regularities, and transferring real world problems to academic mathematics through the process of mathematization.

As increasingly diverse elements engage with each other, it is important to search for alternative methodological approaches in order to record mathematical ideas, procedures, and practices that occur in different cultural contexts. One alternative methodological approach to this is ethnomodeling, which we consider the practical application of ethnomathematics (Rosa & Orey, 2010a). This need for a culturally bound form of mathematical modeling is rooted in the theory of ethnomathematics developed by Ubiratan D'Ambrosio (1990).

Ethnomathematics

Ethnomathematics is wider than traditional or academic concepts of mathematics, ethnicity or common ideas found in multiculturalism[11]. It is the intersection of cultural anthropology, mathematics, and mathematical modeling, which is used to help us understand and connect diverse mathematical ideas and practices found in our communities to traditional and academic mathematics (Rosa, 2000). Figure 1 shows how ethnomathematics is an intersection of these three research fields.

[10] The concepts of emic and etic were first introduced by the linguist Pike (1954) who drew upon an analogy with two linguistic terms. Phon***emic***, which are the sounds used in a particular language and phon***etic***, which are related to general aspects of vocal sounds and the actual sound produced in language. In other words, all the possible sounds human beings can make constitute the phonetics of language. However, when people actually speak a particular language, they do not hear all its possible sounds. In this regard, as modeled by linguists, not all sounds make a difference because they are locally significant, or they are the phonemics of that language

[11] We describe ethnomathematics as the arts and techniques (*tics*) developed by members from diverse cultural and linguistic backgrounds (*ethno*) to explain, to understand, and to cope with their own social, cultural, environmental, political, and economic environments (*mathema*). *Ethno* refers to distinct groups identified by cultural traditions, codes, symbols, myths, and specific ways of reasoning and inferring. Detailed studies of mathematical procedures and practices of distinct cultural groups most certainly allow us to further our understanding of the internal logic and mathematical ideas of diverse groups of people (D'Ambrosio, 1990).

ISBN 978-9968-641-33-3

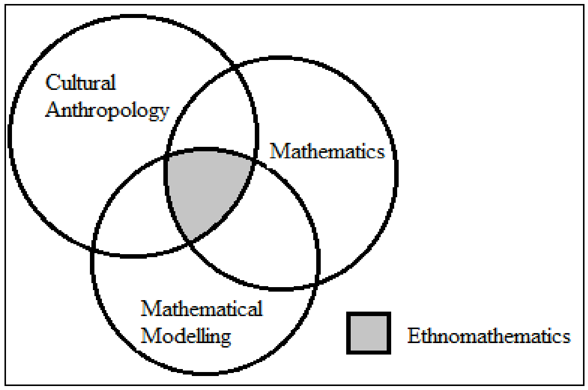


Figure 1 - Ethnomathematics as an intersection of three research fields (Rosa 2000)

Ethnomathematics, as well, is a program of study that allows us to understand, comprehend, articulate, process, and ultimately use mathematical ideas, procedures, and practices that enable us to solve problems related to our daily activities (Rosa, 2000). This helps students reflect, understand, and comprehend the relations among components of systems under study. As educators we can learn to analyze the role of our students' ethnoknowledge in the classroom (Borba, 1990).

Ethnomodeling

Ethnomodeling as the study of mathematical ideas and procedures elaborated by members of distinct cultural groups involves mathematical practices developed, used, practiced, and presented in diverse situations in the daily life of the members of these groups (Rosa & Orey, 2010a). This allows those engaged in this process to study mathematics as a system relative to their own contextual reality in which there is an equal effort to create an understanding of all components of these systems as well as the interrelationship among them (D'Ambrosio, 1993; Bassanezi, 2002; Rosa & Orey, 2003).

Researchers and investigators such as Ascher (2002), Eglash (1999), Gerdes (1991), Orey (2000), Urton (1997), and Rosa and Orey (2009) revealed a diversity of elegant and extremely sophisticated mathematical practices that include the geometric principles in craft work, architectural concepts, and practices in the activities and artifacts of many indigenous and local cultures (Eglash, Bennett; O'Donnell; Jennings; & Cintorino, 2006). Many of these concepts are related to the numerically-based relations found in measuring, calculating, gaming, divining, navigating and astronomy, modeling, and a wide variety of other mathematical procedures and artifacts (Eglash at al, 2006). From this context, ethnomodeling is the intersection of cultural anthropology, ethnomathematics, and mathematical modeling, which as "a tool towards pedagogical action of an ethnomathematics program, students have been shown to learn how to find and work with authentic situations and real-life problems" (Rosa & Orey, 2010a, p. 60). Figure 2 shows ethnomodeling as an intersection of three research fields.

ISBN 978-9968-641-33-3

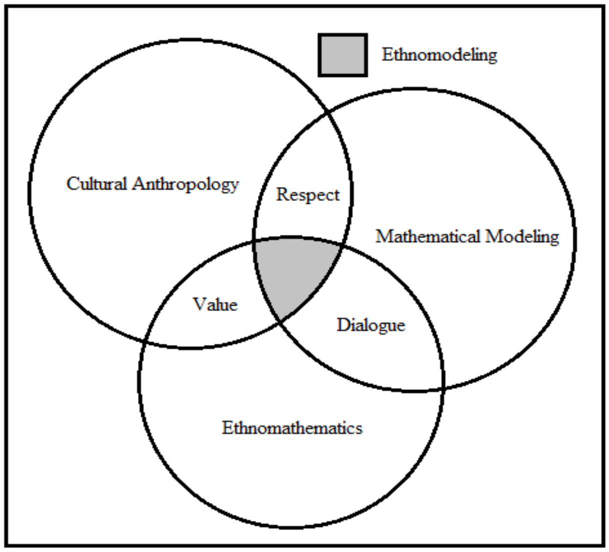


Figure 2 - Ethnomodeling as an intersection of three research fields (Rosa e Orey, 2010a)

We have come to use the term translation to describe the process of modeling local cultural systems (emic) and which may have a western-academic representation (etic) (Eglash et al., 2006; Rosa and Orey, 2006). An effective use of ethnomathematics makes use of modeling in order to establish relations between local conceptual frameworks (emic) and the mathematics embedded in relation to local designs. More often than not local designs have been analyzed and interpreted from a western view (etic). One example of this practice might include the applications found in the symmetry and classifications in crystallography to indigenous textile patterns. In some cases, “the translation [of mathematical procedures and practices] to Western mathematics is direct and simple such as counting systems and calendars” (Eglash et al, 2006, p. 347). However, there are cases in which mathematical ideas and concepts are “embedded in a process such as the iteration found in bead work, or in the Eulerian paths in sand drawings” (Eglash et al, 2006, p. 348). And so it is that this act of translation as applied in this process is best referred to as ethnomodeling where mathematical “knowledge can be seen as arising from emic rather than etic origins” (Eglash et al, 2006, p. 349).

An emphasis of ethnomodeling takes into consideration processes found in the construction and development of mathematical knowledge and can includes the “curious and unique” aspects as well as patterns of collection, creativity, and invention. It has become impossible for us to imprison mathematical concepts in one form of reality because, as we are seeing when many of our communities interact in a globalized context, distinct systems provide unambiguous representations of reality (Craig, 1998).

Curious enough, and because its principles, concepts, and foundations are not always the same everywhere, mathematics may no longer be conceived entirely as a universal language (Rosa, 2010). The choice among equivalent systems of representation can be founded on considerations of modeling simplicity, and for no other consideration than simplicity, can justly “adjudicate between equivalent systems that univocally designate reality” (Craig, 1998, p. 540). The dynamic processes found in the production of a diversity of mathematical ideas, procedures, and practices operate in the register of interpretative singularities that regard possibilities for a symbolic construction of knowledge in different cultural groups (Rosa & Orey, 2006).

Mathematical Phenomena and their Subsequent Ethnomodels

ISBN 978-9968-641-33-3

Researchers and investigators have made extensive use of mathematical procedures ranging from statistical methods for the interpretation of patterns in behavior to mathematical representations in the processes of local conceptual and logical systems. Mathematical modeling has been considered as a pedagogical tool and by others as a way to understand anthropological and archaeological perspectives of mathematics. Yet, others have decried the use of the mathematical, and in particular, the statistical and quantitative modeling as fundamentally in opposition to a humanistic approach to understanding human behavior and the knowledge that takes into account contingency and historical embeddedness and in turn, decries universality. Traditional mathematical modeling practices have not fully taken into account widespread implications of diverse aspects of human social behavior.

It seems to us that this cultural component is critical, and emphasizes “the unity of culture, viewing culture as a coherent whole, a bundle of [mathematical] practices and values” (Pollak & Watkins, 1993, p. 490) that often appears incompatible with the rationality and the elaboration of traditional mathematical modeling process. However, in the context of mathematical forms of knowledge, what is meant by the cultural component varies widely and ranges from viewing mathematical practices as learned and transmitted to and from members of diverse groups to mathematical practices viewed as abstract symbolic systems with a deep internal history and logic that provides a symbolic system to its mathematical structure.

If the former is considered, then it is the process by which knowledge transmission can take place from one person to another, which is central to elucidating the role of culture in the development of mathematical knowledge (D’Ambrosio, 1993). If the latter is considered, then culture plays an important role in the constructive role with respect to mathematical practices that we cannot induce through observation and study (Eglash et al, 2006).

Mathematical knowledge developed by members of a specific cultural group and that consists of abstract symbol systems is the consequence of a unique internal logic and historical-cultural events. Then it is that people have developed transmitted, diffused, and learned instances and definite usages of symbol systems. What is derived from those instances forms a cognitively-based understanding of the internal logic of unique mathematical symbolic systems. Cognitive aspects needed in this framework become primary decision-making processes by which members either accept or reject an ethnomodel as part of their own repertoire of mathematical knowledge. The conjunction of these two scenarios appears to be adequate to the depth needed to encompass a full range of cultural mathematical phenomena.

There are two ways in which we learned to recognize, represent and make sense of the diverse mathematical phenomena we encounter. First, there appears to be a level of cognition that we all share, to varying degrees, with the members of our own and other cultural groups. One can say this is part of the overall human cognitive endowment. This level includes cognitive models that we elaborate on at a non-conscious level, which serves to provide an internal organization of external mathematical phenomena in order to provide the basis upon which diverse mathematical practices take place. Second, there are any numbers of culturally constructed representations of external mathematical phenomena that provide us with a sense of an internal organization. However, this representation arises through the formulation of abstract and conceptual structures that provide forms and a sense of organization for external phenomena we encounter. Cultural constructs provide us with representations for systems taken from reality. The implications for this form of mathematical modeling are that these models engage cultural constructs and are considered symbolic systems organized by an internal logic of the cultural group members themselves. Models built without a first-hand sense for the world being modeled should be viewed with suspicion (Eglash et al, 2006; Rosa and Orey, 2010b). Researchers and investigators, if not blinded by their own cultural backgrounds are profoundly influenced by the paradigm in which they are immersed, which includes all prior theory and ideology they have absorbed. If they are aware of this

ISBN 978-9968-641-33-3

they should come out with an informed sense of distinction that makes a difference from the point of view of the mathematical knowledge of the work being modeled. In so doing, they will in the end be able to tell outsiders (etic) what matters to insiders (emic).

The Emic and Etic Constructs of Ethnomodeling

In using an ethnomodeling approach, the emic constructs are accounts, descriptions, and analyses expressed in terms of conceptual schemes and categories regarded as meaningful and appropriate by the members of the cultural group under study (Lett, 1996). This means that an emic construct is in accordance with the perceptions and understandings deemed appropriate by the insider's culture. The validation of emic knowledge comes through consensus, which is the consensus of local people who must agree that these constructs match the shared perceptions that portray the characteristic of their culture (Lett, 1996). The emic approaches investigate mathematical phenomena and their interrelationships and structures through the eyes of people in a particular cultural group. It is important to note here that the particular research technique used in acquiring emic mathematical knowledge has nothing to do with the nature of that knowledge. In this regard, the "emic mathematical knowledge may be obtained because it is possible that objective observers may infer local perceptions" (Lett, 1996, p. 382) about mathematical ideas, procedures, and practices.

It is necessary to state that etic constructs are considered accounts, descriptions, and analyses of mathematical ideas, concepts, procedures, and practices expressed in terms of the conceptual schemes and categories that are regarded as meaningful and appropriate by the community of scientific observers, researchers, and investigators (Lett, 1996). An etic construct is precise, logical, comprehensive, replicable, and observer-researcher independent. In so doing, the validation of the etic knowledge thus becomes a matter of logical and empirical analysis, in particular, the logical analysis of whether the construct meets the standards of comprehensiveness and logical consistency, and then the empirical analysis of whether or not the mathematical concept has been replicated (Lett, 1996). It is important to emphasize that particular research techniques used in the acquisition of etic mathematical knowledge that may have little bearing on the nature of that knowledge. The etic knowledge may be obtained at times through questioning as well as observation, because it is entirely possible that informants possess scientifically valid knowledge (Lett, 1996). Researchers and investigators must come to acknowledge and recognize that local people possess both scientifically and mathematically valid knowledge (D'Ambrosio, 1990).

The Dialogical Approach in Ethnomodeling Research

If we come to make any analogies in regard to ethnomodeling, it may be possible to state that emic perspectives are concerned with differences that make mathematical practices unique from the insider's view point. We argue that emic ethnomodels are grounded in what matters in the mathematical world of those being modeled. On the other hand, many ethnomodels are etic in the sense that they are built on data gleaned from the outsider's view that is being modeled. Etic ethnomodels therefore represent how the modeler thinks the world works through systems taken from reality while emic ethnomodels represent how people live in such worlds think these systems work in their own reality. It is important here to emphasize how etic perspectives play an important role in ethnomodeling research, yet at the same time emic perspectives should be taken into consideration in this process. Emic ethnomodels sharpen questions related to what an agent-based model should include in serving practical goals in modeling.

ISBN 978-9968-641-33-3

Thus, etic mathematical ideas and procedures can be compared across cultures using common definitions and metrics while the focus of the analysis of these aspects are emic if the mathematical ideas, concepts, procedures, and practices are unique to a subset of cultures that are rooted in diverse ways in which etic activities are carried out in a specific cultural setting.

The debate between the emic-etic dynamism is one of the most intriguing questions in ethnomathematics and mathematical modeling. Researchers continue to deal with two major questions:

1. Are there mathematical patterns that are identifiable and/or similar across cultures?
2. Is it better to focus on these patterns particularly arising from the culture under investigation?

While emic and etic are often thought of as creating a conflicting dichotomy, Pike (1967) originally conceptualized them as complementary viewpoints. According to this context, rather than posing a dilemma, the use of both approaches deepens our understanding of important issues in scientific research and investigations (Berry, 1999). A suggestion for dealing with this dilemma is to use a combined emic-etic approach, rather than simply applying emic or etic dimensions to study or examine mathematical procedures and practices employed by members of distinct cultural groups. A combined emic-etic approach requires researchers to attain the emic knowledge developed by members of cultural groups under study. This encourages researchers to put aside any perceived or unperceived cultural biases so that they may be able to become familiar with the cultural differences that are relevant to the members of these groups (Berry, 1990).

Usually, in ethnomodeling research, an emic analysis focuses on a single culture and employs descriptive and qualitative methods to study a mathematical idea, concept, procedure, or practice of interest. Its focus becomes the study within a cultural context in which a researcher examines internal characteristics or the logic found in the cultural system itself. In this perspective, meaning is gained relative to the context and therefore not easily, transferable to other contextual settings. The primary goal of an emic approach is a descriptive idiographic orientation of mathematical phenomena because it puts emphasis on the uniqueness of each mathematical idea, procedure, or practice developed by the members of cultural groups. Thus, if researchers and educators wish to highlight meanings of these generalizations in local or emic ways, then they will need to refer to precisely specified mathematical events.

In contrast, an etic analysis is comparative, and examines cultural practices by using standardized methods (Lett, 1996). The etic approach tries to identify lawful relationships and causal explanations valid across different cultures. Thus, if researchers and educators wish to make statements about universal or etic aspects of mathematical knowledge, these statements need to be phrased in abstract ways.

On the other hand, an etic approach may be a way of examining the emics of the members of cultural groups because it may be useful for discovering and elucidating emic systems (Pike, 1954). In so doing, while traditional concepts of emic and etic aspects are important points of view for understanding and comprehending cultural influences on mathematical modeling, we propose a different view of ethnomathematics and modeling which is dialogical in its approach (Martin & Nakayama, 2007). In this approach, the etic perspective claims that the knowledge of any given cultural group will have no real priority over the emic. It is necessary then that we make use of "acts of translation between emic and etic perspectives" (Eglash et al, 2006, p. 347). In other words, cultural specificity may be better understood with the background of communality and the universality of theories and methods and vice versa. It is important to analyze the insights that have been acquired through subjective and culturally contextualized methods. The rationale behind any emic-etic dilemma is found in the dialogue and argument that the mathematical phenomena possesses in their full complexity and can only be understood within any context of culture.

ISBN 978-9968-641-33-3

The Wine Barrel: The Dialogical Ethnomodel

One classic example ethnomodeling and accompanying methodology was elaborated by a group of Brazilian students who studied wine production in the south of Brasil. They wanted to find the volume of wine barrels by applying techniques learned by their Italian ancestors who came to Brasil as immigrants in the early twentieth century.

Initially, when the students began their research, they visited wineries in order to conduct interviews with the wine producers themselves. Data was then collected and supplemented by a literature review. The ethnological and historical research theme of the construction of wine barrels formed the first stage of the ethnomodeling process. In the ethnological portion of the study, students identified characteristics of this particular group so that they were able to understand some of the cultural elements that shaped their mathematical thinking (BASSANEZI, 2002). Students found that, in addition to actually producing wine, wine producers constructed their own wooden wine barrels by using geometric schemes inherited from their Italian ancestors.

The Wine Barrel Ethnomodels

During their research, students found that in order to construct barrels with pre-established volumes, it was necessary for producers to cut wooden staves to fit perfectly together. This process drew the attention of the students who were interested in exploring the inherited mathematical idea that wine producers used; that is their geometric scheme in constructing barrels. For example, figure 3 shows one geometric scheme made by the wine producers in the construction of wine barrels.

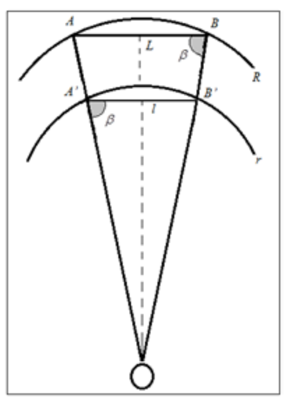


Figure 3-Geometric scheme made by wine producers in the construction of wine barrels (Bassanezi 2002)

In the scheme in figure 3, L is the maximum width of the stave, ℓ is the width to be determined and β is the fitting angle between the staves, which depend on the initial width of the stave L and the volume required for the wine barrel. In figure 4, the larger circle (R) represents the base of the barrel while the smaller circle (r) represents its cover. The wine producers constructed barrels shaped like truncated cones by interlocking wooden staves whose dimensions are 2.5 cm in length and width ranging from 5cm to 10cm (BASSANEZI, 2002).

ISBN 978-9968-641-33-3

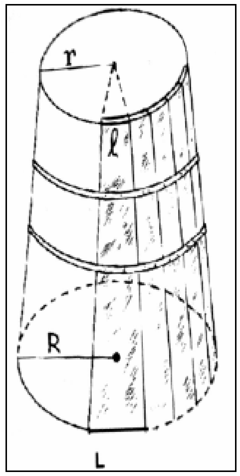


Figure 4 - Wine barrel shaped like a truncated cone (Bassanezi 2002, p. 48)

In order to determine the volume of the wine barrel, wine producers approximate the volume of the barrel by applying a procedure named average cylinder (BASSANEZI, 2002) which is given by formula I:

$$V \cong \pi \bullet {r_m}^2 \bullet H$$

They also apply the average radius procedure, which is given by formula II:

$$r_m = \frac{r+R}{2}$$

By replacing formula II into formula I, formula III is given by:

$$V \cong \pi \bullet \left(\frac{r+R}{2}\right)^2 \bullet H$$

Figure 4 also shows that the fitting angle β between the two wooden staves is obtained by considering that:

- R is the radius of the base of the wine barrel.
- L is the width of the wooden stave of the wine barrel in its base.
- All juxtaposed wooden staves form a circumference at the base of the wine barrel.

In this process, it is possible to observe that the scheme used in figure 3 is an orthogonal projection of one of the wine barrel wooden staves as shown in figure 5.

ISBN 978-9968-641-33-3

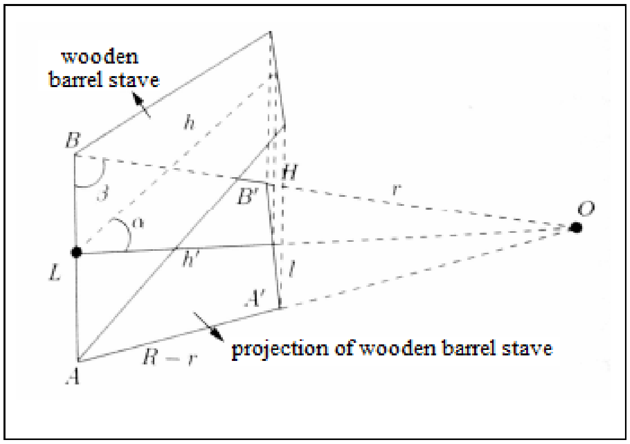


Figure 5: Orthogonal projection of a wine barrel wooden slate (Bassanezi 2002, p. 49)

According to etic approach by developing a mathematical modeling process used in academic mathematics, the volume of the truncated cone is given by the formula:

$$V = \frac{1}{3} \bullet \pi \bullet H \bullet \left(R^2 + rR + r^2\right)$$

In the emic approach by developing an ethnomodeling process used by wine producers; the volume of the wine barrel is given by the formula:

$$V \cong \pi \bullet \left(\frac{r+R}{2}\right)^2 \bullet H$$

This model, investigated an ethnomathematics perspective as the cultivation of vines and production of wine barrels with strong links to the history and culture of people in that particular region of Brazil. The process of the construction of the wine barrel is an excellent example and certainly typifies any connection between ethnomathematics and mathematical modeling (D'Ambrosio, 2002) through ethnomodeling. Thus, this method presents us with an approximated calculation for the area of the volume of the wine barrel as employed by this specific cultural group.

Some Considerations about the ethnomodeling of the Wine Barrel Construction

An emic observation of this mathematical practice sought to understand it for constructing wine barrels from the perspective of internal dynamics and relationships as influenced within the culture of wine producers. On the other hand, an etic perspective provides a cross-cultural contrast and comparative perspective by using aspects of academic mathematics that translate this practice in order to create a new understanding of those from a different cultural background. This approach is necessary to comprehend and explain this mathematical practice as a whole from the point of view of that from the outside.

In this context, the emic viewpoint clarifies intrinsic cultural distinctions while the etic perspective seeks objectivity as an outside observer across cultures. This is the dialectical approach, which concerns the stability of relationships between these two different cultural approaches. In our point of view both perspectives are essential to understand human behaviors (Pike, 1996), especially, social and cultural

ISBN 978-9968-641-33-3

behaviors that help to shape mathematical ideas, procedures, and practices developed by the members of distinct cultural groups.

Finally, one of the latest trends in Mathematics Education points to a need to integrate the teaching of this science with other knowledge areas in an interdisciplinary fashion at all levels of education. In order for this process to be successful as well as the mathematics to be valued, contents we consider unique and valuable creations can use ethnomodeling in order to link the theory into practice, and by including a dialogical approach.

Final Considerations

Today, numerous and diverse mathematical knowledge systems and traditions are at risk of becoming extinct because of rapidly changing natural and socio-cultural environments fueled by a fast pacing economic, social, environmental, political, and cultural changes occurring on a global scale. Many ancient and local mathematical practices disappear because of the intrusion or imposition of “foreign” etic knowledge value systems and technologies and come to from the development of concepts that promise short-term gains or solutions to problems faced by cultural groups without considering the emic knowledge, values or contexts to solve these very same problems. Not unlike the loss of global tropical rainforests, the tragedy of the impending disappearance of indigenous and local knowledge is most obvious when a diversity of skills, technologies, and cultural artifacts, problem solving strategies and techniques, and expertise are lost to all of us before being archived, understood and/or saved.

Defined in that manner, the usefulness of both emic and etic distinctions are evident. Like all human beings, researchers, educators, and teachers have been enculturated to some particular cultural worldview; we all therefore need a means of distinguishing between the answers we derive as enculturated members of “my” group and the answers we derive as observers of “our” group. Culture is a lens, shaping reality; it can be considered a blueprint, specifying a plan of action, by utilizing the research provided by both approaches, we gain a more complete understanding of the cultural groups of interest for all of us.

Bibliographical References

Ascher, M. (2002). Mathematics elsewhere: An exploration of ideas across cultures. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Bassanezi, R. C. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática [Teaching and learning with mathematical modeling]. São Paulo, SP, Brazil: Editora Contexto.

Berry, J. W. (1990). Imposed etics, emies and derived emics: Their conceptual and operational status in cross-cultural psychology. In T. N. Headland & M. Harris (Eds.). Emics and etics: The insider-outsider debate (pp. 84-89). Newbury Park, CA: Sage.

Berry, J. W. (1999). Emics and etics: A symbiotic conception. Culture & Psychology, 5, 165-171.

ISBN 978-9968-641-33-3

Craig, E. (1998). Routledge encyclopedia of philosophy: Questions to sociobiology. New York, NY: Routledge.

D'Ambrosio, U. (1990). Etnomatemática [Ethnomathematics]. São Paulo, SP, Brazil: Editora Ática.

D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa [Ethomathematics: a program]. A Educação Matemática em Revista, 1(1), 5-11.

D'Ambrosio, U. (2001). What is ethnomathematics and how can it help children in schools? Teaching Children Mathematics, 7(6), 308-310.

Eglash, R. (1999). African fractals: Modern computing and indigenous design. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press.

Eglash, R., Bennett, A., O'Donnell, C., Jennings, S., & Cintorino, M. (2006). Culturally situated designed tools: Ethnocomputing from field site to classroom. American Anthropologist, 108(2), 347-362.

Lett, J. (1996). Emic-etic distinctions. In D. Levinson & M. Ember (Eds.). Encyclopedia of Cultural Anthropology (pp. 382-383). New York, NY: Henry Holt and Company.

Lovelace, G. (1984). Cultural beliefs and the management of agro-ecosystems. In T. Rambo & P. E. T. Sajise (Eds.). An introduction to human ecology research on agricultural systems in South East Asia (pp. 194-205). Honolulu, HI: East–West Centre.

Martin, J. N., & Nakayama, T. K. (2007). Intercultural communication in contexts. Boston, MA: McGraw-Hill.

Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In H. Selin, (Ed.). Mathematics across culture: The history of non-western mathematics (pp. 239-252). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Pike, K. L. Emic and etic standpoints for the description of behavior. Glendale, IL: Summer Institute of Linguistics, 1954.

Pike, K. L. (1996). With heart and mind: A personal synthesis of scholarship and devotion. Duncanville, TX: Adult Learning Systems.

Pollak, R., & Watkins, S. (1993). Cultural and economic approaches to fertility: Proper marriage or mésalliance? Population and Development Review, 19, 467-496.

ISBN 978-9968-641-33-3

Rosa, M. (2010). A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leader about English language learners (ELL): The case of mathematics. (Doctorate dissertation). College of Education. California State University, Sacramento.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: Etnomatemática e modelagem! [Wine and cheese: ethnomathematics and modeling!]. BOLEMA, 16(20), 1-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2006). Abordagens atuais do programa etnomatemática: Delinenando-se um caminho para a ação pedagógica [Current approaches in ethnomathematics as a program: delineating a path toward pedagogical action]. BOLEMA, 19(26), 19-48.

Rosa, M., & Orey, D. (2009). Symmetrical freedom quilts: The ethnomathematics of ways of communication, liberation, and art. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2(2), 52-75.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2010a). Ethnomodeling as a pedagogical tool for the ethnomathematics program. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 3(2), 14-23.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2010b). Ethnomodeling: A pedagogical action for uncovering ethnomathematical practices. Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(3), 58-67.

Urton, G. (1997). The social life of numbers: A Quechua ontology of numbers and philosophy of arithmetic. Austin, TX: University of Texas Press.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

La importancia del pensamiento matemático en la comprensión de los números fraccionarios

Alexandra Figueroa Lara
alexa.figueroa@uabc.edu.mx
Víctor Armenta Sánchez
viicttoor20@gmail.com
Alma Adriana León Romero
adriana.leon@uabc.edu.mx

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa
http://pedagogia.mxl.uabc.mx/

Resumen: Una de las dificultades que presentan los estudiantes de educación primaria en el proceso educativo es el estudio de las fracciones. Esta investigación tiene como objetivo analizar los factores que intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático e identificar las estrategias que favorecen su desarrollo para facilitar la comprensión de los números fraccionarios en lo que se refiere a lectura, escritura y su comprensión para la resolución de problemas.

Palabras claves: Pensamiento matemático, fracciones, comprensión, resolución de problemas.

Introducción

En el trabajo cotidiano, los docentes de educación primaria se enfrentan a diferentes obstáculos que obstruyen el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Éstos suelen ser ocasionados por diversos factores relacionados, directa o indirectamente, con su práctica educativa; indagar sobre una problemática en especial, motivada por la experiencia del día a día, favorece la comprensión de lo que sucede al interior de la escuela y ofrece alternativas de solución útiles para superar las dificultades.

Por ejemplo, cuando los estudiantes inician su estudio de las fracciones les resulta una tarea difícil porque llevarlas a la práctica sigue siendo tradicional, es necesario que los estudiantes tengan la oportunidad de adquirir experiencias de aprendizaje donde identifiquen, relacionen y apliquen lo que conocen teóricamente y lo lleven a la aplicación en la solución de un problema (Corbalán, 2008).

Justificación

Las matemáticas son consideradas universalmente imprescindibles para que todas las personas cuenten con los conocimientos y habilidades necesarios que les permitan convertirse en actores participantes dentro de la sociedad. En este sentido, el conocimiento de los números fraccionarios es tan necesario como el de los números naturales (Skemp, 1999), ya que a los alumnos con frecuencia enfrentan

ISBN 978-9968-641-33-3

situaciones de la vida cotidiana que hacer uso de ellos como el reparto de algún material, dividir un espacio, comprar 750 gramos de azúcar, tomar medio vaso de agua o poner ¾ de taza de leche a la mezcla de un pastel.

Todas estas situaciones va acompañadas de un problema que el estudiante debe resolver y, entonces surge la necesidad de recurrir a los conocimientos, habilidades, actitudes y valores con los que se cuenta para darle solución; de ahí la importancia de rescatar la intención primordial de la escuela que es que los estudiantes "puedan desenvolverse satisfactoriamente en cualquier ámbito en el que decidan continuar su desarrollo" (SEP, 2011, p.43); y para que su comprensión se desarrolle a tal grado de poder aplicar el aprendizaje a las situaciones antes mencionadas es necesario que el estudiante cuente con un pensamiento matemático que le permita identificar, analizar y relacionar lo que ya conoce con el nuevo conocimiento.

Problemática

Las matemáticas significan un área del conocimiento vulnerable porque las consideran complejas, es una asignatura en donde se está destinado a fracasar (Gairín, 1990). Al respecto Nieto (2009) comenta que la mayoría de los alumnos creen que las matemáticas son difíciles, pesadas, aburridas, ya que las han aprendido memorizando procedimientos y resolviendo operaciones sin sentido; unas matemáticas alejadas de la vida diaria, de la escuela y de las demás ciencias.

En los primeros grados de la educación primaria no surge una problemática severa en lo que se refiere a los contenidos matemáticos, porque los temas son muy concretos y van muy relacionados con el entorno de los estudiantes; pero cuando se presentan temáticas como los números fraccionarios, se necesita un pensamiento abstracto y creativo que le permita al estudiante hacer comparación entre una expresión y otra para buscar la relación que existe entre ellas, descomponer los elementos de un problema y volverlos a ordenar para dar una solución o tener la visión de analizar una situación desde distintas perspectivas que le permitan comprenderlo y explicarlo. El paso de lo concreto a lo abstracto es definitivo en el desarrollo de habilidades de pensamiento, es entonces donde estudiantes y maestros se preguntan ¿en dónde nos perdimos?

Tomando en cuenta la experiencia, los alumnos no comprenden completamente los conceptos y procedimientos que deben emplear para resolver un problema porque las bases sobre las que se pretende construir el nuevo conocimiento carecen de firmeza y claridad; por ello, los alumnos no logran encontrar las soluciones, se confunden y se les dificulta resolver los problemas porque no piensa matemáticamente. Según Alsina (2009), el pensamiento matemático "implica descubrir relaciones y patrones; conocer aspectos cuantitativos de la realidad; tener un conocimiento del espacio relativo a tres aspectos: posición, forma y cambios de posición y de forma" (p.35).

Ahora bien, cuando el alumno se enfrenta a un aprendizaje más complejo como el de números fraccionarios es necesario que "construya un modelo para estas unidades cortadas y combinadas" (Skemp, 1999, p.191); de tal modo que puedan establecer relaciones de lectura, escritura, operaciones fundamentales y resolución de problemas como lo hacen con los números naturales. Pero algo sucede en el proceso de aprendizaje, quizá 1) los estudiantes no cuentan con los conocimientos previos necesarios para asimilar el nuevo conocimiento; 2) hace falta el interés y la disposición para el trabajo por parte de los estudiantes; 3) la práctica docente no va acompañada de las estrategias y materiales didácticos adecuados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes; o 4) el ambiente de aprendizaje no se adecúa a las necesidades y características del grupo.

Para indagar en los aspectos antes mencionados se plantearon las siguientes preguntas que guiaron la investigación: ¿Qué factores influyen en los estudiantes para que desarrollen un pensamiento matemático? ¿Por qué al estudiante de le dificulta el aprendizaje de las fracciones y al maestro su

ISBN 978-9968-641-33-3

enseñanza? ¿Qué puede hacer el docente para apoyar a los estudiantes en el desarrollo del pensamiento matemático y mejorar su capacidad de comprender los números fraccionarios?

Objetivo general

Analizar los factores que intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de educación primaria para facilitar la comprensión de los números fraccionarios mediante la resolución de problemas que impliquen la lectura, la escritura y su comparación.

Marco Teórico

La evolución de la sociedad ha trascendido gracias a la evolución del conocimiento, muchos personajes de la historia han dedicado su vida a explicar el génesis del conocimiento y sus implicaciones. Para Piaget, por ejemplo, el conocimiento es considerado un proceso de asimilación propio, es una representación personal del mundo real; no es una copia de la realidad sino una interpretación subjetiva que se da en la relación objeto-sujeto (Hernández y Soriano, 1997).

Por su parte, Aebli (2002) explica que el conocimiento surge a partir de acciones, como buscar, investigar, observar y reflexionar, mismas que se ejercen sobre el objeto hacia un fin determinado, que implica una representación mental y produce un significado vivencial en la realidad. Al llevar a cabo estas acciones, ocurre un proceso de construcción e interiorización del conocimiento que da como resultado las representaciones mentales como el pensamiento matemático; “se trata de un pensamiento que considera de modo abstracto la realidad y el propio obrar" (Aebli, 1997, p. 177).

Figura 1
Proceso de construcción e interiorización del pensamiento matemático
(Aebli, 2002)

El pensamiento matemático se ha formado a partir de la práctica cotidiana y de las relaciones concretas que se hacen en la realidad; la práctica diaria tiene que ver con las diferentes acciones que realiza el niño mientras interactúa con el entorno estableciendo relaciones que construye e interioriza a través de sus sentidos (Aebli, 2002); de igual forma las operaciones concretas se construyen a partir de un proceso complejo que implica acciones que se interiorizan a través de la intuición y la percepción.

Piaget considera dos posturas de asimilación pues “entre las representaciones y los conceptos del pensamiento existen relaciones cualitativas”, pero también “el pensamiento matemático surge a partir de la acción" (Aebli, 2002, p.178); sin embargo, existe una tercera forma de asimilar el conocimiento: la construcción de operaciones-sistema, que es cuando el niño puede formar en la mente una operación como una acción abstracta, por ejemplo cuando establece relaciones mentales en una serie de números como las multiplicaciones.

ISBN 978-9968-641-33-3

Se puede concluir entonces, que el pensamiento matemático es complejo porque es un proceso de construcción propio que se enriquece con las experiencias vividas de la interacción con el entorno; es importante que el niño tenga un acompañamiento adecuado para enfrentarlo a estos encuentros con el entorno y favorecer estas experiencias que estimulen su proceso de acción, relación y asimilación del conocimiento en sus ideas y representaciones mentales.

Por ello, el reto de la educación matemática es diseñar estrategias curriculares y didácticas que ofrezcan al alumnado oportunidades de adquirir y perfeccionar habilidades de pensamiento, mismas que le permitan analizar y resolver problemas de forma autónoma y eficiente en cualquier ámbito de su vida, de ahí la importancia de considerarlo prioritario (SEP, 2011).

Pero, ¿qué es desarrollar un pensamiento matemático? Para lograr la resolución de problemas, cada persona depende del acervo de conocimientos, habilidades, actitudes, aptitudes y valores, así como destrezas, creatividad e intuición, la calidad y eficacia de las soluciones. En este sentido, entre más experiencias tenga la persona, sus estrategias serán mejores y más efectivas.

Para proveer a los alumnos de estas experiencias es indispensable la planeación de trabajo docente en donde se promuevan situaciones didácticas que favorezcan esta movilización de saberes; para ello, Fernández (2001) sugiere retomar cuatro capacidades esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático (figura 2).

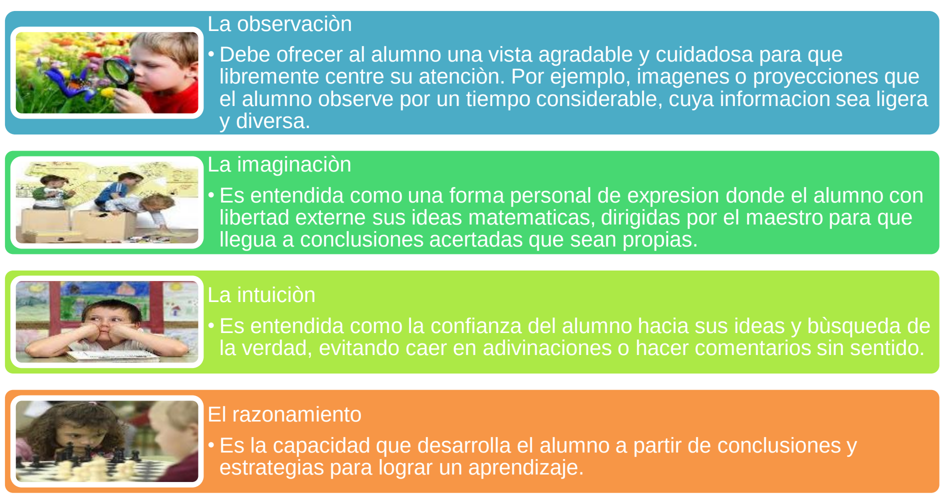


Figura 2 Aspectos a considerar en la planeación
(Fernández, 2001)

Conjuntamente, en la planeación se deben considerar otros elementos importantes para lograr el desarrollo del pensamiento matemático como el uso de material didáctico porque permite al alumno manipular físicamente el aprendizaje y utilizar todos sus sentidos en asimilar el conocimiento; tiene una visualización clara y concreta del concepto, además motiva a los alumnos y mantiene el interés en la actividad pues se ponen en juego otras habilidades que complementan su aprendizaje como la observación, la comparación, el diálogo, la experimentación (Arrieta, 2006); otro factor importante a considerar es la creación de ambientes de aprendizaje, esto significa crear un espacio donde los alumnos puedan expresar las dudas, contrastar opiniones y debatir puntos de vista en un ambiente de confianza, respeto y cooperación (Ferreiro, 2007).

ISBN 978-9968-641-33-3

Como se ha visto, el desarrollo del pensamiento matemático es una habilidad que se construye día a día, con las experiencias adquiridas de la práctica cotidiana; éstas deben ser originales y diversas permitiendo al alumno apropiarse de un repertorio de alternativas de acción variadas que podrá utilizar para resolver problemas que se le presenten en la práctica y construir un conocimiento que no sea fragmentado sino de ideas claras y vivenciales relacionadas con lo que conoce (Aebli, 2002).

Sánchez (2001) considera varias dificultades del aprendizaje de las fracciones relacionadas con la construcción de representaciones y el desarrollo de habilidades de pensamiento (Figura 5). Éstas se pueden presentar al momento de combinar significados entre los números naturales y los racionales, ya que ambos comparten los mismos símbolos solo que en unos se genera un significado independiente y en los otros un significado de conjunto.

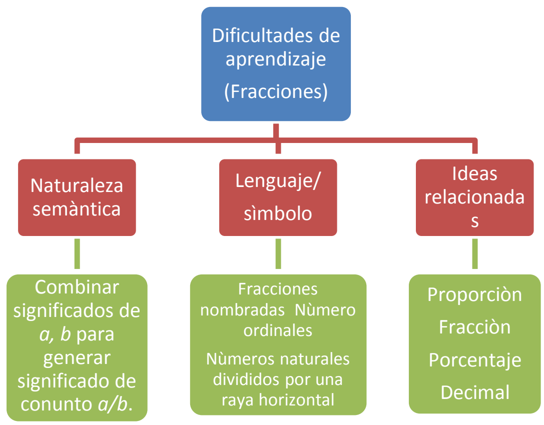


Figura 6 Dificultades de aprendizaje asociadas con las fracciones (Sánchez, 2001)

Lo anterior se relaciona directamente con el conflicto que se genera en la relación lenguaje/símbolo, ya que los símbolos para los números naturales son los mismos que para los números racionales, solo que a estos últimos se les incluye una raya horizontal entre uno y otro; y, para nombrarlos, se utilizan los números ordinales. La necesidad de relacionar las ideas en torno a la interpretación diversa de las fracciones requiere ofrecer a los alumnos experiencias “múltiples y diversas” si se quiere lograr a la comprensión del concepto (Sánchez, 2001).

Aunque se hacen esfuerzos por conservar el vínculo entre la experiencia y el procedimiento existe una resistencia por parte del alumno hacia las matemáticas pues prevalece la idea de su dificultad, principalmente cuando se trata del estudio de las fracciones (Imagen 1).

Imagen 1 Ideas sobre el estudio de las fracciones

ISBN 978-9968-641-33-3

(Flores, 2006)

Por ello se sugiere considerar la propuesta del Aprendizaje Significativo de Ausubel, por la necesidad que presentan los alumnos para relacionar las fracciones en su vida cotidiana y comprendan el significado de su utilidad en situaciones reales. La idea es que la construcción del conocimiento se dé a partir de las experiencias previas del alumno y que éstas sirvan de enlace entre lo conocido y lo nuevo por conocer. El aprendizaje significativo se da en función de la conexión que logre establecer el maestro, mediante el diagnóstico, entre los conocimientos previos y el nuevo conocimiento, tomando en cuenta que éste debe ser claro, relevante y funcional (Tirado, 2010).

Como ya se dijo, la conceptualización de las matemáticas es un logro personal, es la apropiación significativa del concepto en la estructura mental de cada alumno, lo que comprende. La comprensión del concepto ha de ser estructurada lógicamente y socializada dentro del grupo de estudiantes. Carabús (2004) estructura el proceso de comprensión de un concepto o conjunto conceptual en cuatro niveles: intuitivo (operatorio), declarativo (comunicativo), argumentativo (validación) y estructural (institucionalizado); para que se logren estos cuatro niveles de comprensión es necesario organizar situaciones o momentos didácticos como lo propone Brousseau en su teoría de las situaciones didácticas (Figura 3).

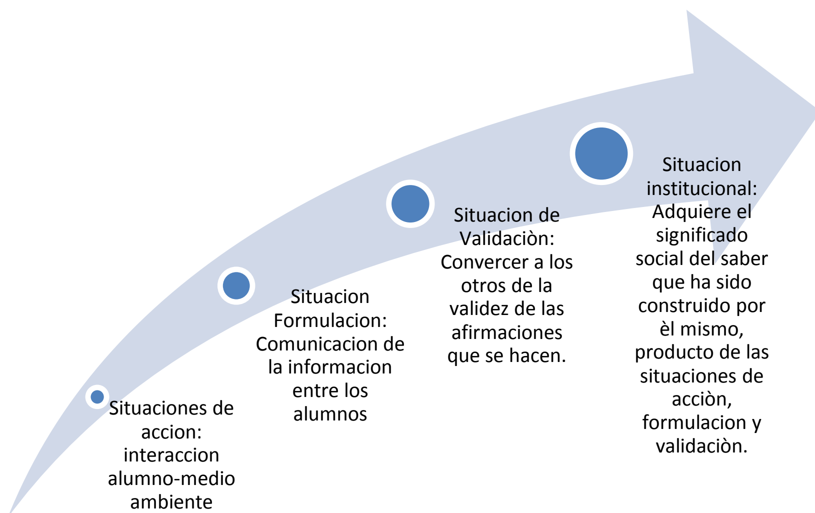


Figura 3 Situaciones didácticas de Guy Brousseau
(Carabús, 2004, p.55)

El compromiso del maestro como diseñador, planificador y facilitador de las situaciones didácticas determina el éxito de la construcción significativa del conocimiento, permitiendo que el alumno utilice su aprendizaje de forma efectiva en la resolución de problemas cotidianos.

Metodología de la investigación

Al escuchar hablar al docente referente al curso de matemáticas, el problema que más aqueja a los alumnos de educación primaria es la falta de pensamiento matemático para poder resolver problemas que implican el uso de números fraccionarios. El abordaje de este tema es importante porque del manejo de los números fraccionarios depende que el estudiante inicie con la comprensión de conocimientos matemáticos más complejos que forman su pensamiento matemático. De igual manera, el uso cotidiano

ISBN 978-9968-641-33-3

de términos relacionados con los números fraccionarios hace necesario su conocimiento y uso como herramienta útil en la resolución de situaciones en la vida cotidiana.

La metodología de investigación permite organizar sistemáticamente el conocimiento recopilado en la revisión de la bibliografía y el trabajo de campo, para dar respuesta a las preguntas de investigación y cumplir con el objetivo que se definió al principio de la misma. De acuerdo con la problemática y el contexto donde se desarrolla el objeto de estudio se considera apropiada la investigación cualitativa pues tiene como objetivo principal hacer una descripción de cualidades del fenómeno; el tipo de investigación cualitativa considerada es la investigación-acción porque permite trabajar con la problemática en dos momentos: el primero donde se estudia la relación entre el objeto de estudio y el contexto donde se desarrolla para describir cuidadosamente la problemática, identificar sus casusas y consecuencias para su análisis para dar posibles soluciones; y, en un segundo momento, retomar los hallazgos para implementar un plan de acción que solucione, en medida de lo posible, la problemática (Mendoza, 2006).

Las técnicas de recopilación de datos son seleccionadas a partir de las necesidades y características de la población estudiada; en su diseño se toma en cuenta la información obtenida de la revisión bibliográfica, las observaciones y la práctica dentro del grupo. En esta ocasión se considera la entrevista, el cuestionario, la encuesta y la observación.

Para su diseño, la entrevista se dirige al docente frente a grupo, se conforma de preguntas abiertas para dar lugar al desenvolvimiento del experto y dejar un margen para indagar en aspectos que se considere relevante retomar en el trascurso del diálogo; la encuesta se dirige a los alumnos del grupo 6to. “A”, el cuestionario trata temas relacionados con la experiencia de aprendizaje en la asignatura de matemáticas, así como las fortalezas y debilidades con el tema de las fracciones por parte del docente; el cuestionario está dirigido al maestro titular del grupo con la finalidad de obtener información sobre su práctica educativa en el área de matemáticas y las fracciones; y, la observación participante se realiza al momento de la clase principalmente; privilegiando las actitudes e interés de los alumnos ante la clase, el ambiente de aprendizaje y los recursos didácticos que utiliza el maestro. El diario de clase y listas de cotejo son los instrumentos utilizados para documentar las observaciones.

La escuela primaria Luis Donaldo Colosio Murrieta está ubicada en el centro del Fraccionamiento Valle del Pedregal, entre la carretera federal Mexicali-San Luis y Boulevard Lázaro Cárdenas en el área sureste de la ciudad. El fraccionamiento cuenta con todos los servicios públicos como pavimento, luz mercurial, agua potable, drenaje, recolección de basura, entre otros. Las características de las casas son muy particulares, son de interés social, por lo que son muy pequeñas y con poco espacio entre ellas; casi no tiene patio y las calles son muy angostas también.

Las personas que viven ahí, en su mayoría trabajan en fábricas y maquiladoras o se dedican al comercio informal. Su condición social es media baja, por comentarios de la maestra de grupo, la comunidad no apoya mucho a la escuela en cuestión de vigilancia o seguridad. El grupo de alumnos seleccionados cursan el sexto grado de educación primaria.

El grupo de 6to. “A”, alumnos de 11 – 12 años, se compone de 35 alumnos donde 18 son mujeres y 17 son hombres. Es un grupo participativo e inquieto, se preocupa por cumplir con el trabajo y se muestra interesado durante la clase, pero se les dificulta realizarlo por sí mismos. En ocasiones les hace falta disposición para aprender y esfuerzo por comprender y aplicar lo que se está aplicando de manera autónoma. Asisten en forma regular a sus clases, generalmente cumplen con tareas.

A partir de la recolección de los datos en el trabajo de campo a través de la implementación de la encuesta a los alumnos, el cuestionario a la maestra frente a grupo, una entrevista a un docente externo y las observaciones obtenidas durante las clases se elaboraron tablas de tres entradas de cada uno de los

ISBN 978-9968-641-33-3

instrumentos donde se concentró la información obtenida de los instrumentos de investigación de tipo empírico dando como resultado las siguientes categorías: 1) Pensamiento matemático: desequilibrio y significado en el mundo de las fracciones, 2) La comprensión es un rompecabezas para armar, y 3) ¿Qué estrategias y recursos didácticos son eficaces en el aprendizaje de las fracciones?

Algunas manifestaciones reales sobre el tema de estudio

- Los fines de la educación consideran a las matemáticas como indispensables en la formación de habilidades para resolver problemas pues dentro de la sociedad; en este sentido las opiniones de los alumnos son que las matemáticas son importantes y útiles, pero también aceptan que se sienten confundidos, las consideran difíciles, complicadas incluso sentimientos de nerviosismo al estudiarlas.
- La idea es que los alumnos perciban las fracciones en su pensamiento con significado y comprendan su utilidad en situaciones reales, por se considera que actividades lúdicas y concretas son más eficaces a la hora de trabajar con las fracciones porque los alumnos involucran todos sus sentidos.
- De acuerdo con Aebli (2002) el conocimiento surge a partir de acciones que involucran la participación activa de los alumnos; por ejemplo, los alumnos consideran el trabajo en equipo provechoso para su aprendizaje, reciben ayuda y trabajan mejor, les da confianza en las tareas a realizar porque entre compañeros se pueden explicar y hacer un intercambio de experiencias, procedimientos y conclusiones.
- Las acciones que realizan los alumnos se deben guiar hacia la búsqueda de experiencias diversas y originales de aprendizaje que fomenten el interés y motivación investigar y reflexionar, para evitar la formación de ideas confusas y fragmentadas producto de la rigidez de los conceptos (Aebli, 2002). Los alumnos pierden el interés cuando los ejercicios se vuelven mecánicos y repetitivos.
- La comprensión es un proceso gradual y siempre respetando la actividad significativa relacionada con la realidad. Sánchez (2001) comenta que el aprendizaje de las fracciones debe su complejidad a su similitud con términos y símbolos propios de otros entes matemáticos como los números ordinales y los números naturales. Por ello, el diseño de estrategias debe resaltar estas diferencias en múltiples ocasiones para ir aclarando el pensamiento del alumno.
- La relación de la teoría con la práctica es fundamental para que el alumno contextualice el concepto de las fracciones.
- Flores (2006) sugiere establecer una secuencia lógica entre los temas para que durante su aplicación se estructure un pensamiento organizado, significativo y permanente, tomando en cuenta que la relación entre la teoría y la práctica es fundamental para que los alumnos contextualicen el concepto de fracción.
- Arrieta (2007) sostiene que el uso de material didáctico ayuda al alumno a aprender manipulando físicamente el objeto que aprende, y lo principal es que involucra todos sus sentidos permitiéndole asimilar con mayor facilidad el conocimiento ya que lo relaciona desde diferentes perspectivas haciendo su percepción más sensible y su conocimiento más duradero.

Conclusiones

Como resultado de la presente investigación se concluye lo siguiente:

ISBN 978-9968-641-33-3

- El pensamiento matemático es un proceso de construcción, por lo que es necesario hacer un diseño didáctico que privilegie esta construcción gradual del conocimiento a través de propiciar experiencias significativas de práctica estrategia en la resolución de problemas.
- Diversificar las situaciones de aprendizaje es fundamental para que el alumno estructure su pensamiento matemático porque permite que el conocimiento previo y el nuevo se relacione, se comprenda y se aplique.
- Apoyar la clase de matemáticas con materiales y recursos didácticos para que los alumnos adquieran un aprendizaje significativo y más duradero.
- Diseñar y organizar la clase incluyendo estrategias y recursos didácticos estimula el interés y asimilación del conocimiento en los alumnos.
- Aunque los alumnos reconocen sus debilidades hacia el aprendizaje de las matemáticas y las fracciones, reconocen también la importancia de su compromiso como estudiantes en mejorar su actitud, trabajar en sus hábitos de estudio y el cumplimiento con trabajos y tareas.

Bibliografía

Aebli, H. (2002). Doce formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la psicología. : España: Narcea

Alsina, A. (2009). Matemáticas en la educación infantil. En N. Planas y A. Alsina (cood.). Educación matemática y buenas prácticas. Barcelona: Grao.

Arrieta, M. (2006). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. Universidad del País Vasco. En: www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/download/275/272

Carabús, O. (2004). Creatividad, actitudes y educación. Argentina: Biblos.

Corbalán, F. (2008). Las matemáticas de los no matemáticos. España: Grao.

Fernández, F. y Soriano, E. (1997) La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria. Una experiencia didáctica. Servicio de publicaciones: universidad de Murcia.

Ferreiro, R. (2007). Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo: el constructivismo social, una nueva forma de enseñar. México, Ed. Trillas

Flores, P. (2006) Didáctica de las matemáticas para programar clases en educación primaria. En Programación didáctica y del aula: de la teoría a la práctica docente. Coords. Ángel Greno Cano y Emilio Nieto López. España: UCLM

Gairìn, J. (1990) Las actitudes en Educación. Un estudio sobre educación matemática, España: Editorial Boixureu

Godino, J. (2003) Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Universidad de Granada, en: http://www.matesup.utalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf

Mendoza, R. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa. Diferencias y limitaciones. Perú: Piura. En: rudy_mendoza2@yahoo.es

ISBN 978-9968-641-33-3

Nieto, N. (2009). ¿Qué es matemática educativa? Culcyt, año 6, núm. 35. Noviembre-diciembre.

Sánchez, M. (2001) Dificultades especificas en el aprendizaje de las fracciones. Estudio de caso. Implicaciones para la formación de maestros. En Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. España: MECD

SEP (2011). Plan de estudio. Educación básica. 2011. México: SEP.

SEP (2011) Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación básica. Primaria. Sexto grado. México :SEP

Skemp, R. (1999). Psicología del aprendizaje de las matemáticas. España: Morata.

Tirado, F. (2010) Psicología educativa para afrontar los desafíos del siglo XXI. México: Mc Graw Hill.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

La integración de habilidades mediante el planteo y desarrollo de Problemas

Damaris Oviedo Arce
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Montealto School
dama.oa66@gmail.com

Marianela Zumbado Castro
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Universidad Estatal a Distancia
mzumbad2@gmail.com

Resumen: El taller pretende fortalecer en las y los participantes la habilidad de elaborar problemas que desarrollen de manera simultánea habilidades específicas. Se utilizaran fichas de trabajo con una guía para construir problemas y asimismo para efectos de la Memoria del Evento se incluirán problemas que respondan a las fichas de trabajo

Palabras claves: habilidades, resolución de problemas, reforma educativa.

Introducción

La integración de habilidades es una propuesta que nace del Proyecto Reforma de la Educación Matemática como un apoyo para el y la docente, debido a que permite agilizar su gestión en el aula y desarrollar los contenidos curriculares en los tiempos de que disponen los docentes, con esto se permite asegurar el abordaje de todos los conocimientos propuestos durante el curso lectivo para cada nivel.

Se indica en el documento Integración de Habilidades Matemáticas en la acción de aula en Primaria (MEP, 2014) que la integración permite lograr un mejor desarrollo de cada una de las habilidades y potenciar las capacidades que se expresan mediante las habilidades generales que se establecen por ciclo y área.

Con este taller se quiere ofrecer una oportunidad para que él y la docente fortalezcan la habilidad de elaborar problemas para la mediación pedagógica, en concordancia con los programas oficiales de estudio para Matemáticas del Ministerio de Educación Pública que propicien un conjunto de habilidades específicas de manera simultánea.

Desarrollo

A continuación se describen las actividades que se desarrollarán con las/los participantes en el taller:

- Se ubicará a las y los participantes en subgrupos de 4 o 5 personas.
- Se les entregará una ficha de trabajo, que consiste en un conjunto de habilidades específicas y conocimientos de I y II Ciclo para desarrollar una guía de trabajo.
- Las y los participantes expondrán el resultado de la guía de trabajo.

ISBN 978-9968-641-33-3

- Los participantes que funcionan como auditorio, ofrecerán realimentación sobre los productos presentados.

Fichas de trabajo

Ficha #1

Nivel: Cuarto Grado

Área: Relaciones y Álgebra

Habilidades previas del área:

Primer grado

Identificar el doble de un número menor que 10.

Identificar la mitad de un número par menor o igual a 20.

Segundo grado

Identificar el antecesor y el sucesor de un número mayor o igual a cero y menor que 1000.

Determinar el doble de un número natural y la mitad de números pares menores que 100.

Tercer grado

Determinar el triple o el quíntuple de números menores que 100.

Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Representaciones	1. Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras. 2. Construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal. 3. Plantear y resolver problemas formulados verbalmente. 4.	▲Dictar algunas frases para que cada estudiante las escriba utilizando números, símbolos y operaciones matemáticas: ☺ Dicte por ejemplo: a. El triple de cinco, más dos. (Se espera que la respuesta sea $3 \times 5 + 2$) b. Cinco menos siete veces cuatro. c. Cuatro veces seis es menor que veinte y siete. d. Doscientos cincuenta y ocho dividido por dos es mayor que ciento quince. ▲ Se solicita al estudiantado construir una tabla con dos columnas de tal forma que la segunda columna dependa de la primera. ☺ La primera columna contiene los números impares menores que quince, ordenados en forma ascendente. Coloque en la segunda columna números que son cuatro veces los de la primera columna, menos diez. ☺ Pedro tiene el doble de la edad de su hermana Alicia. Hace cinco años Alicia tenía

ISBN 978-9968-641-33-3

		dos años de edad. ¿Cuántos años tiene Pedro actualmente? Se estimula a cada estudiante para que comparta la estrategia utilizada para plantear y resolver el problema.
Relaciones	5. Identificar el número que falta en una expresión matemática, una figura o en una tabla.	Complete la tabla: **9** | **18** | **27** | **45** | **63** | **81** | **14** | **21** | **35** | **49** |

(MEP, 2012, p.233-234)

1. Elabore un problema que permita integrar las habilidades propuestas e indique para que etapa es apto.
2. Realice la solución del problema.
3. Realice el cierre o clausura de los conocimientos propuestos.

Ficha #2

Nivel: Tercer Grado

Área: Medidas

Habilidades previas del área:

Primer grado

Construir el conocimiento de unidad monetaria.
Reconocer el colón como la unidad monetaria de Costa Rica.
Identificar la relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡100.

Segundo grado

Establecer relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡500.

Estimar cantidades monetarias.

Comparar cantidades monetarias.

Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Moneda • Monedas • Billetes • Comparación Estimación	1. Establecer la relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡500 y billetes de hasta ₡ 10 000 para utilizarlas en situaciones prácticas.	▲Se pueden proponer problemas para desarrollar estas habilidades; por ejemplo: Luisa tiene ahorrado cinco monedas de ₡500, trece monedas de ₡100, veinte de ₡50 y ocho de ₡25. Ella quiere cambiar su dinero por billetes. ¿Por cuáles y cuántos billetes podría cambiar su dinero? ▲Recuerde que la respuesta no es única.

ISBN 978-9968-641-33-3

	2. Estimar y comparar cantidades monetarias	Se puede comentar una noticia como la siguiente, desde el punto de vista de su contenido matemático (en lo que concierne al nivel de conocimiento de las y los estudiantes) y su relación con el medio ambiente. Ortíz diseñó con experimentación y de forma autodidacta un prototipo de calentador de agua que redujo su factura de electricidad y le dio beneficios adicionales, además del agua caliente de la ducha, ahora también tenía agua caliente para lavar los platos y la ropa. Su idea no terminó allí sino que creció a un ámbito empresarial para conformar el emprendimiento familiar “H2SOL”, en donde puso a disposición de las empresas su diseño por 300 mil colones, monto que para ella es más bajo y accesible que los que se encuentran en el mercado actual. Sin embargo, Ortíz no es la única que redujo su consumo de electricidad con un calentador. Roque Corrales, vecino de Naranjo, mencionó que en su hogar la factura bajó aproximadamente en 6000 colones por mes gracias al uso de un calentador. Estos equivaldrían a 72 000 colones al año…. Fuente: http://www.crhoy.com/19 de febrero de 2012.

1. Elabore un problema que permita integrar las habilidades propuestas e indique para que etapa es apto.
2. Realice la solución del problema.
3. Realice el cierre o clausura de los conocimientos propuestos.

Respuesta a las fichas de trabajo

Respuesta: Ficha #1

1. Elabore un problema que permita integrar las habilidades propuestas.

   Estas habilidades pueden trabajarse juntas debido a que se complementan, mediante actividades como las que se detallan en las indicaciones puntales. Se pueden generar problemas para la II Etapa como el siguiente:

> Determine:
> - el antecesor del doble de 5.
> - el triple de la mitad del antecesor de 11.

ISBN 978-9968-641-33-3

- la mitad del antecesor del triple de 11.

Realice la solución del problema.

☺ Determine:

- el antecesor del doble de 5.

  La respuesta corresponde a: El doble de 5 es 10, por tanto el antecesor es 9.

- el triple de la mitad del antecesor de 11.

  La respuesta corresponde a: El antecesor de 11 es 10 y su mitad corresponde a 5, por tanto el triple se representa con 15.

- la mitad del antecesor del triple de 11.

  La respuesta corresponde a: El triple de 11 es 33, el antecesor corresponde a 32 y la mitad es 16.

2. Realice el cierre o clausura de los conocimientos propuestos.

   El problema propuesto es para la II Etapa, por tanto el cierre o clausura consistirá en realizar la revisión de las estrategias de solución y las respuestas de los problemas; además, el docente puede aprovechar los resultados obtenidos para retomar los conocimientos involucrados entre ellos: las representaciones y relaciones, puede enfatizar como representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras, construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal. Además, de nociones como: doble, triple, mitad, antecesor y sucesor de un número natural.

Con el objetivo de ampliar la descripción anterior se incluye en el material el Recuadro Nº 24 del Documento de integración de habilidades para Cuarto año. (MEP, 2014, p.30).

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 0, Etapa II: 5)

Indicaciones y ejemplos

Estas habilidades pueden trabajarse juntas debido a que se complementan, mediante actividades como las que se detallan en las indicaciones puntales. Se pueden generar problemas para la II Etapa como el siguiente:

☺ Determine:

- el antecesor del doble de 5.
- el triple de la mitad del antecesor de 11.
- la mitad del antecesor del triple de 11.

Por otra parte, respecto a las indicaciones puntuales, el docente debe valorar si es necesario hacer ajustes antes de exponer a los estudiantes a planteamientos como el siguiente:

a) El triple de cinco, más dos. (Se espera que la respuesta sea $3 \times 5 + 2$)

ISBN 978-9968-641-33-3

Se puede comenzar con expresiones más simples, por ejemplo “el triple de cinco” o “un número más dos”. Luego, se realiza una realimentación después de estas dos frases y se dicta posteriormente “el triple de cinco más dos”

Asimismo, algunas frases pueden ser variadas con el objetivo de favorecer la comprensión (si se plante cinco menos siete veces cuatro $5 - 7 \times 4$, puede ocasionar algún conflicto porque no tienen las herramientas para resolver la operación, aunque esta no es la habilidad que se persigue). La frase anterior se puede cambiar por: treinta menos siete veces cuatro $30 - 7 \times 4$.

Finalmente, se puede dictar la misma representación ($4 \times 2 + 3$) usando dos o más frases diferentes, por ejemplo:

- Cuatro multiplicado por dos más tres
- El doble de cuatro más tres
- Tres más el doble de cuatro

Con el problema planteado para propiciar las habilidades del área de Relaciones y Álgebra, también se aplican conocimientos y se fortalecen habilidades del área de Números, entre ellas la habilidad 3 y 4, que implica reconocer los números pares e impares y sus múltiplos.

Respuesta: Ficha #2

1. Elabore un problema que permita integrar las habilidades propuestas.

   Estas dos habilidades pueden trabajarse con problemas de conexión, además, de algunas actividades atractivas y juegos que favorezcan la adquisición del conocimiento que se está considerando.

   Jimena compró tres cuadernos en ¢ 2 700 cada uno y un paquete de lapiceros en ¢700 para donar a su escuela. Si pagó con ¢10 000, ¿cuánto dinero le sobró?

2. Realice la solución del problema.
   - Se puede realizar una multiplicación o una suma para determinar el precio total de los tres cuadernos:

$$\begin{array}{r} 2700 \\ \times \quad 3 \\ \hline 8100 \end{array}$$

   - Luego se procede a sumar el producto obtenido con el precio del paquete de lapiceros:

$$\begin{array}{r} 8100 \\ + \ 700 \\ \hline 8800 \end{array}$$

ISBN 978-9968-641-33-3

- Por último realizamos una resta para poder determinar el dinero que sobró después de pagar las compras realizadas:

$$\begin{array}{r} 10\,000 \\ -\quad 8\,800 \\ \hline 1\,200 \end{array}$$

- Por lo tanto a Jimena le sobró ₡ 1200.

3. Realice el cierre o clausura de los conocimientos propuestos.

   El problema que se propone es para la I Etapa, lo que permite desarrollar los 4 momentos de la lección. Es importante que el docente durante el trabajo independiente observe las estrategias utilizadas por los estudiantes para determinar la forma en que interpretan la información. Además, por la conexión que presenta con el área de Números permite también la posibilidad de evaluar la colocación de las cantidades y el proceso correcto al resolver las operaciones. Durante el cierre o clausura el docente puede solicitar a los estudiantes que representen la respuesta con billetes y monedas dibujados por ellos. Además, puede aprovechar las estrategias presentadas por los estudiantes para retomar conocimientos involucrados en la solución como la suma, la multiplicación y la resta.

En el recuadro Nº 16 del Documento de integración de habilidades para Tercer año. (MEP, 2014, p.19) se proporciona otras maneras con las que se puede enriquecer los conocimientos que se están trabajando para lograr que sea más significativo para el estudiante.

Número sugerido de lecciones:	4 (Etapa I: 2 , Etapa II: 2)

Indicaciones y ejemplos
Estas dos habilidades pueden trabajarse con problemas de conexión, algunas actividades atractivas y juegos que favorezcan la adquisición del conocimiento que se está considerando.

Ejemplo:

Jimena compró tres cuadernos en ¢ 2 700 cada uno y un paquete de lapiceros en ¢700 para donar a su escuela. Si pagó con ¢10 000, ¿cuánto dinero le sobró?

Un problema como el anterior puede ser trabajado en el aula de diferentes maneras:
1. Se puede pedir a los estudiantes que representen “el vuelto” trazando rectángulos para los billetes y círculos para las monedas en el cuaderno.

2. Se puede solicitar que dibujen los billetes o que empleen material fotocopiado en forma de monedas y billetes para hallar la respuesta.

3. Solicitar que indique de 5 formas diferentes en que pueden recibir su dinero. (Recurriendo a la menor cantidad de billetes y monedas).

4. Se pueden formular problemas contextualizados relacionados con las colectas de la iglesia, la compra y venta de comida en las fiestas patronales, entre otras.

ISBN 978-9968-641-33-3

Al trabajar en la solución de este problema, se están empleando las operaciones básicas con números naturales, por lo tanto se conecta con la habilidad 10 del área de números.

Consideraciones finales

1. Antes de plantear cualquier problema a los estudiantes se deben considerar los conocimientos previos.
2. El uso de problemas contextualizados debe ser apoyado en la lectura del contexto y los intereses de las y los estudiantes.
3. El docente debe revisar el problema mediante la solución para verificar que propicia todas las habilidades seleccionadas y permite realizar un cierre o clausura de los conocimientos involucrados.
4. El docente debe planificar el cierre o clausura, no puede haber improvisación.
5. El docente es el profesional en el aula, por tanto, es quien decide la manera apropiada de integrar habilidades específicas y el tiempo necesario para realizar las dos etapas propuestas por los programas de Matemáticas (MEP, 2012, p.41-43).
6. Las ideas aquí expuestas sobre la integración de habilidades son solamente recomendaciones, las cuales pueden ser modificadas de acuerdo a las condiciones particulares de la población con la que usted trabaja.

Bibliografía

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de estudio de matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014). Documento de integración de habilidades para Tercer año. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014). Documento de integración de habilidades para Cuarto año. San José, Costa Rica: autor.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

La metacognición y habilidades metacognitivas para la resolución de problemas matemáticos

Mónica Verdugo Velázquez
monica.verdugo@uabc.edu.mx
Alma Adriana León Romero
adriana.leon@uabc.edu.mx
Melissa Mercedes Martínez López
l.e.p.melissa.martinez@gmail.com

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa
http://pedagogia.mxl.uabc.mx/

Resumen: Resolver problemas es parte fundamental de la enseñanza de las matemáticas, siendo objeto de estudio de múltiples investigaciones con el fin de mejorar el proceso de solución. El objetivo de esta investigación con carácter cualitativo, es determinar el desarrollo y aplicación de la metacognición de alumnos de nivel secundaria para la resolución de problemas matemáticos, considerando lo observado en la realidad y lo propuesto por teóricos.

Palabras claves: Metacognición, habilidades metacognitivas, resolución de problemas, aprendizaje.

Introducción

En todos los niveles educativos se perciben un gran número de problemáticas que obstaculizan el proceso de enseñanza aprendizaje de todas las asignaturas del plan de estudios establecido por la Secretaria de Educación Pública. Por lo tanto, es importante que en la labor docente se dedique tiempo a indagar y profundizar en una problemática en especial, para conocer los diversos factores que la ocasionan, con la finalidad de ofrecer alternativas de solución.

La presente investigación se enfoca en una de las problemáticas detectadas en un grupo de nivel secundaria en el área de las matemáticas, a través de las prácticas profesionales. La cual, responde a la falta de interés que muestran los alumnos al momento de resolver problemas matemáticos, se puede inferir que se debe a que no implementan la metacognición para la solución de los mismos.

Santaló (1994) expresa que enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas, así como, estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas en base a una perspectiva matemática. Lo mencionado por Santaló y otros teóricos dedicados a la enseñanza de matemática, es la realidad, el aprendizaje de las matemáticas se encuentra estrechamente relacionado con la resolución de problemas matemáticos por ello surge la necesidad de mejorar el proceso de solución.

ISBN 978-9968-641-33-3

Problemática

A nivel de secundaria es común encontrar manifestaciones de desinterés por parte de los alumnos para aprender los contenidos del programa de estudios de la asignatura de matemáticas, situación que necesita cambiar.

> La educación matemática debería consistir en la adquisición de una serie de actitudes, destrezas y conocimientos básicos, que capaciten a cada ciudadano para enfrentarse, en la medida de sus posibilidades, a diversas situaciones de la vida que requieren una perspectiva matemática (Recio, 2010, p. 251).

Además, "La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y la utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea" (García, 2002, p.111).

Con base a la experiencia vivida en un grupo de nivel secundaria, los alumnos no comprenden la importancia de resolver problemas, lo imprescindible que es adquirir esta competencia para desenvolverse en un contexto próximo a ellos. No conocen los procedimientos que deben emplear al momento de resolver un problema, ni utilizan estrategias o métodos específicos para lograrlo. Además, no han desarrollado la capacidad de conocer, controlar y autorregular su propio aprendizaje.

Por lo cual, se pretende construir en los alumnos una nueva perspectiva, una visión diferente respecto al aprendizaje de las matemáticas y la importancia de llevar a cabo procesos cognitivos para alcanzar una meta, en este caso la resolución de problemas matemáticos.

Preguntas de investigación

- ¿Cuál es la importancia de la implementación de la metacognición para la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Qué habilidades metacognitivas necesita desarrollar el alumno para la resolución de problemas?

Supuestos de investigación

Las posibles causas de para que surja este problema son:

- Que el docente no realice actividades que inciten al alumno a interesarse por aprender los contenidos de la asignatura de matemáticas.
- Que los problemas propuestos no estén relacionados a un contexto próximo a ellos o enfocados a la realidad, provocando que no les interese llegar a su solución.
- Que el alumno no haya desarrollado habilidades metacognitivas que le permitan controlar y construir su propio aprendizaje.

Justificación

Son muchas y variadas las situaciones que intervienen en el proceso de aprendizaje en general, el motivo de la investigación es conocer la función de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos, así como, las habilidades metacognitivas que deben desarrollar los alumnos para darle solución a los mismos, con la finalidad de mejorar la educación matemática que radica en la resolución de problemas matemáticos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Todo verdadero problema se caracteriza porque exige en aquel que lo resuelve, el alumno en este caso, comprometa de forma intensa su actividad cognoscitiva, que se emplee a fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento, la elaboración de hipótesis, entre otros. La metacognición es un elemento fundamental en el aprendizaje: es el establecimiento de metas (¿Qué voy a hacer?) la selección de estrategias (¿Cómo lo estoy haciendo?) y la evaluación de los logros (¿Funcionó?) (Landa y Morales, 2004).

Llevar a cabo la presente investigación, permite corroborar lo anterior, aportando nuevos conocimientos y herramientas, que ayuden al docente y al lector en general a comprender la importancia de la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo del alumno en el entorno que lo rodea. Al igual, de conocer lo imprescindible que es implementar la metacognición para llegar a la solución de estos. Además, descubrir posibles soluciones para subsanar a medida de lo posible el problema, siendo esto benéfico para el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Objetivo general

Determinar la importancia de la implementación de la metacognición por alumnos de nivel secundaria para la resolución de problemas matemáticos, a través de la interacción con los mismos, el profesor y lo propuesto por varios autores.

Fundamentación teórica

La fundamentación teórica posibilita conocer, analizar e interpretar la información propuesta por distintos teóricos, sobre la temática que se está abordando. Con la finalidad de hacer una comparación entre la teoría y la práctica.

Ledezma (2010) infiere que la resolución de problemas no es la simple aplicación de fórmulas, tampoco la realización de operaciones para llegar a un determinado resultado, ni depende exclusivamente del grado de aprendizaje que tenga el alumno; sino es de importancia considerar la forma como son comprendidos, abordados y adquieren significado en un contexto, apoyando a la construcción de una cognición humana que se exprese en una práctica social. Por lo tanto, el alumno no debe resolver problemas de manera mecánica como algunos tienen por costumbre, sino propiciar la búsqueda activa de procesos cognitivos interiorizados y de razonamiento, que lo lleven a la solución de los mismos, es concretar un aprendizaje de manera autónoma.

Para entender el proceso llevado a cabo por quienes resuelven problemas matemáticos y poder proponer líneas a seguir en la instrucción matemática, es necesario tomar en cuenta la disciplina, la dinámica del salón de clases y el aprendizaje junto con el proceso de pensar. La enseñanza aprendizaje a través de la resolución de problemas es un intento de modificar el desarrollo habitual de las clases de matemáticas. Los problemas son un método para poner énfasis en los alumnos, en sus procesos de pensamiento y en procedimientos inquisitivos; una herramienta para formar sujetos con capacidad autónoma de resolver problemas críticos y reflexivos, capaces de preguntarse por los hechos, sus interpretaciones y explicaciones, de tener sus propios criterios modificándolos si es necesario, y de proponer diversas soluciones (Schoenfeld, citado por Santos, 2001).

Para que, lo anterior se logre es preciso que haya un clima educativo que beneficie la confianza de cada alumno en sus propias capacidades y criterio, donde no teman a equivocarse o cambiar de opinión, un ambiente donde se disfruten los retos, con la propia actividad intelectual, donde el docente valore cada uno de los procesos y progresos de cada alumno y no solo las respuestas que se obtengan al finalizar el

ISBN 978-9968-641-33-3

proceso de solución; donde se examine más de un punto de vista para abordar un problema; donde se formulen preguntas pertinentes en torno a las situaciones y donde se revisen las propias creencias del alumno.

Respecto a la experiencia propia en la realidad que se vive en un salón de clases se argumenta que llevar a cabo lo anterior es una tarea difícil. Por lo menos en la educación pública a nivel secundaria, a causa de la media de integrantes por grupo la cual varía entre 30 y 60 alumnos, situación que complica la tarea del docente, de vigilar el proceso de aprendizaje de cada alumno, sin embargo, no es imposible llevarla a cabo, siendo esto, obligación de todos los involucrados en el ámbito educativo, por lo que se deben unir fuerzas para mejorar la educación mediante estrategias de enseñanza aprendizaje.

Santos (2001) da a conocer algunas actividades compatibles con la propuesta de aprender matemáticas a través de la resolución problemas:

- El docente debe resolver periódicamente problemas nuevos en el salón de clases. Es decir, es trascendental que los alumnos observen el proceso real de resolver problemas porque permite la ilustración de aspectos como la selección y cambios de estrategias a través del proceso de resolución.
- Que el docente discuta con los alumnos problemas que involucren el uso de varios métodos de solución al igual que la inclusión de varias soluciones. En este contexto, es importante que los estudiantes discutan las cualidades de las diversas formas de resolver un problema y notar que en ocasiones la calidad del método de resolución también es significativo en las matemáticas.
- Es eminente que los estudiantes participen en el proceso de formular o rediseñar problemas. Con esto el estudiante tendrá la oportunidad de evaluar y contrastar las estrategias y contenidos asociados con la resolución del problema con sus compañeros.

Polya (citado por Abrantes y colaboradores, 2002 p.117) expresa un consejo para el docente:

> Deja que los estudiantes hagan conjeturas antes de darles tú la solución, déjales averiguar por sí mismos tanto como sea posible; deja a los estudiantes que hagan preguntas, déjales que den respuestas. A toda costa, evita responder preguntas que nadie haya preguntado, ni siquiera tú mismo.

Polya tiene toda la razón, el docente debe dejar que el alumno llegue al conocimiento por sí mismo, tiene que tomar el rol de un guía de enseñanza, ser el que proporciona las herramientas necesarias para que el alumno logre un aprendizaje significativo.

Metacognición es un término que se usa para distinguir a una serie de operaciones, actividades y funciones cognoscitivas llevadas a cabo por una persona, mediante un conjunto interiorizado de mecanismos intelectuales que le permiten recabar, producir y evaluar información, a la vez ayudan a que dicha persona pueda conocer, controlar y autorregular su propia actividad intelectual. Implica tener conciencia de las fortalezas y habilidades del propio funcionamiento intelectual, y de los tipos de errores de razonamiento que habitualmente se cometen, dicha conciencia ayuda a explotar fortalezas, compensar debilidades y evitar errores (González, 1993).

El desarrollo de la metacognición en un alumno puede incrementar favorablemente su capacidad de aprender independientemente, es decir, por sí mismo. Gracias a que controlaría sus propios procesos cognitivos, estrategias de aprendizaje, al igual que evaluaría el proceso utilizado para llegar a un fin, disminuyendo el error. Los procesos metacognitivos en la resolución de problemas cumplen una función autorregulatoria, la cual permite al alumno; planificar la estrategia con la cual desarrolla el proceso de búsqueda de la solución del problema; aplicar la estrategia y controlar su proceso de desarrollo o ejecución; evaluar el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar posibles errores que se hayan

ISBN 978-9968-641-33-3

cometido; y modificar el curso de la acción cognitiva en función de los resultados de la evolución (Martín y Marchesi, citados por González, 1993).

Conforme a lo señalado por el autor se puede inferir que si los alumnos desarrollan la metacognición y procesos cognitivos para la resolución de problemas, es decir, monitorean, vigilan, supervisan más cuidadosamente, y tienen un mayor sentido de sus propias capacidades y limitaciones como solucionadores de problemas, pueden llegar a convertirse en expertos en el proceso de solución de problemas siendo esto benéfico para el aprendizaje de las matemáticas.

Cuando se habla de procesos cognitivos se hace alusión a las actividades cognitivas que lleva acabo el alumno cuando éste es activo y responsable de su propio proceso de aprendizaje. Cuando se refiere a los problemas matemáticos es fundamental entender que se presume que el alumno es capaz de dirigir su propio proceso de aprendizaje y autorregular su conducta guiada por medio de sus procesos cognitivos (Riveros, citado por Inostroza, 2013).

Inostroza (2013) sustenta que el enfoque del procesamiento de la información en la resolución de problemas reconoce habilidades cognitivas y se orienta a describir los pasos y etapas en el proceso de resolución de una tarea cognitiva. En este sentido, la resolución de problemas como tarea cognitiva, requiere reconocer variables, priorizarlas y tomar decisiones respecto a ellas, lo que implica la utilización de determinadas habilidades cognitivas y ejecución de pasos o etapas específicos para llegar a la solución.

Riveros (citado por Inostroza, 2013) propone en la siguiente tabla algunas habilidades metacognitivas que se deben implementar al momento de resolver problemas:

HABILIDAD METACOGNITIVAS	CONSISTE EN:
Planificación	Comprender y definir el problema, tener los conocimientos necesarios para resolverlo, conocer las condiciones bajo las cuales se debe solucionar y determinar los pasos a seguir para su solución.
Monitoreo o supervisión	Evaluar la marcha del proceso, revisar las estrategias y tener clara la meta a la que se quiere llegar (en este caso la solución de problema); distinguir los elementos para el cambio de planificación de la resolución a medida de que sea necesario.
Evaluación y constatación de resultados	Comparar los resultados con los objetivos y metas, comparar los procesos con metas y objetivos.
Reflexión	Tomar conciencia sobre la opinión propia que se tiene respecto al proceso y los resultados del que hacer en la resolución de problemas.

Tabla 1: habilidades metacognitivas –Riveros (citado por Inostroza, 2013).

Gellatly (citado por Alberto, Rogiano, Roldán y Banchik, 2006) toma en cuenta cinco habilidades cognitivas principales: fluidez, rapidez, automaticidad, simultaneidad y conocimiento.

Las cuales son descritas a continuación conforme a la opinión de Alberto, Rogiano, Roldán y Banchik (2006, pp. 37-38)

ISBN 978-9968-641-33-3

- Una actividad es fluida si sus componentes avanzan juntos en una secuencia integrada e ininterrumpida. Parece probable que la fluidez se origine en dos causas. Una es la superposición en el tiempo de una secuencia de movimientos; es decir, los movimientos preparatorios para la acción B se inician mientras se está desarrollando la acción A. La otra causa es la construcción de un conjunto de acciones al modo de un agrupamiento simple, que se pude controlar y ejecutar como si fuera solo una unidad de conducta. Hay fluidez cuando al hacer una acción se anticipa la siguiente.
- La mayoría de las habilidades incluyen la capacidad de ofrecer una respuesta adecuada rápidamente. La capacidad de ofrecer la respuesta correcta casi inmediatamente es característica en todas las habilidades.
- Una de las características más universales de la automatización es la forma en que se vuelve fácil para quienes las practican. Ya no experimentamos esfuerzo alguno cuando llevamos a cabo alguna habilidad bien aprendida. Sólo se resuelve, sin pensar en ella. Una de las formas de comprobar si una habilidad está automatizada es ver si el ejecutante puede resolver adecuadamente una situación, aun cuando no esté concentrado o no espere que ésta se presente.
- La simultaneidad y el conocimiento son otras dos habilidades importantes. Suele suceder que los alumnos en un examen comprenden, minutos después de salir del aula, lo que deberían haber escrito. Este ejemplo nos permite decir que la habilidad no es una mera cuestión de posesión del conocimiento. Se necesita que ese conocimiento esté disponible en el momento adecuado, en respuesta a la situación que exige su uso.

De acuerdo a la experiencia vivida en grupos determinados a nivel secundaria se puede inferir que los alumnos en su mayoría no cuentan con el desarrollo de las habilidades cognitivas descritas anteriormente, al momento de resolver problemas matemáticos, como consecuente, hay un déficit en el aprendizaje de las matemáticas, que a lo largo de ésta investigación se ha argumentado y fundamentado. Debido a esto es necesario implementar alguna propuesta de intervención que permita erradicar el problema a medida de lo posible.

Metodología de la investigación

Mendoza (2006) expresa que la metodología de investigación permite conocer y revisar la información teórica con la práctica, es decir, con el trabajo de campo, con la finalidad de dar respuesta a las preguntas planteadas en la investigación y lograr el objetivo propuesto en la misma. De acuerdo a la problemática que se aborda y el contexto donde se desarrolla la misma, se considera adecuado realizar investigación cualitativa, ya que, se enfatiza en conocer la realidad desde una perspectiva propia, captar el significado particular de cada hecho al cual se le atribuye su propio protagonista y de contemplar estos elementos como piezas de un conjunto sistemático (Ruíz, 2012).

El método utilizado es la investigación-acción, la cual, es inherente en la enseñanza aprendizaje, debido a que su principal objetivo es identificar las causas y consecuencias del problema y a partir de su análisis proponer soluciones; examinar las mismas para implementar un plan de acción con el que se logre, en medida de lo posible, erradicar la problemática

Las técnicas para la recopilación de información son seleccionadas conforme a las características y necesidades del grupo de estudio; para su diseño se toma en cuenta la información obtenida a partir de la revisión bibliográfica, así como, las observaciones, la práctica e interacción con los participantes dentro del grupo. Las técnicas implementadas son la observación, la aplicación de encuesta semiestructurada a los alumnos y la entrevista al docente.

ISBN 978-9968-641-33-3

El diseño de los instrumentos de investigación son de la siguiente manera; la entrevista se dirige al docente frente a grupo, está conformada por una serie de preguntas abiertas para conocer sin limitaciones la opinión del experto e indagar en aspectos que se consideren relevantes de retomar durante el trascurso de la entrevista; la encuesta se dirige a los alumnos del segundo grado “A”, contiene incógnitas relacionadas al tema de investigación, las cuales están estructuradas de manera que el alumno las comprenda y se le facilite dar respuesta. Técnica que permite conocer las fortalezas y debilidades del alumno, obteniendo información que da oportunidad de percibir la realidad en el grupo para después de analizar la información recabada, realizar una propuesta de intervención para combatir la problemática. Por último la observación participante que se realiza al momento de la clase, de principio a fin de la investigación.

El lugar donde se realiza la investigación y como ende se aplican las técnicas mencionadas anteriormente, es en la Escuela Secundaria Estatal No. 38 “presidente José López Portillo”, la cual, se encuentra ubicada en la Av. Francisco Javier Mina y Río Mocorito, en la Colonia Independencia de la Ciudad Mexicali, Baja California. Receptora de estudiantes de la misma comunidad, a la fecha es una institución de tiempo completo y cuenta con la infraestructura necesaria para la población estudiantil. El grupo de estudio es el segundo grado “A”, de la misma institución, conformado por 42 alumnos entre 12 y 13 años de edad, es un grupo participativo e imperativo, sin embargo, se les dificulta aprender de manera autónoma, por ello, la necesidad de que desarrollen e implementen habilidades metacognitivas para el aprendizaje de las matemáticas.

Primeros resultados

A partir de la aplicación de los instrumentos de investigación señalados anteriormente, se realizó el proceso de formulación de categorías, mediante el apoyo de tablas de elaboración propia, que muestran la información proporcionada por los alumnos, en relación a lo propuesto por teóricos. Al finalizar este proceso se obtienen las siguientes categorías:

- La resolución de problemas matemáticos aplicados a la vida cotidiana como base del aprendizaje de las matemáticas.
- La implementación de la metacognición y habilidades metacognitivas parte fundamental para resolver problemas.
- Un método específico y propicio para resolver problemas matemáticos.

Conclusiones

Desarrollar el trabajo de un investigador permite al alumno en formación docente tener un acercamiento significativo con el contexto escolar y la práctica. Además de analizar la teoría, experimentar el trabajo de campo posibilita conocer los desafíos con los que se encontrará en un futuro en el campo laboral.

Para la mejora de la educación existe una demanda al docente, este debe preocuparse por las problemáticas que enfrenta su grupo, ya que, tiene la capacidad de identificarlas, describirlas e incluso encontrar soluciones; sin embargo, son pocas las ocasiones en las que aterriza en acciones eficaces para prevenirlas o atacarlas, principalmente por falta de tiempo o por ser situaciones que se encuentran fuera de su alcance.

Otras de las conclusiones que se obtienen a lo largo de la investigación realizada, es que el alumno de nivel secundaria debe comprometerse a desarrollar las habilidades metacognitivas que se mencionaron en la investigación, para llegar a alcanzar el objetivo principal del aprendizaje de las matemáticas que

ISBN 978-9968-641-33-3

responde a adquirir la competencia de resolver problemas exitosamente, pero lo más importante es que debe involucrarse al máximo con su aprendizaje y llegar a ser autónomo.

Recomendaciones

Algunas recomendaciones para solucionar la problemática estudiada son:

- Que el docente realice actividades que inciten al alumno a desarrollar procesos cognitivos, que lo lleven al conocimiento de su propio conocimiento, de tal manera que logre conocer, controlar y autorregular su propio aprendizaje.
- Se sugiere que el docente implemente nuevas estrategias para la resolución de problemas matemáticos, además de que estén enfocados a un contexto próximo a ellos y sean reales, para obtener una mejor respuesta por parte de los alumnos y despertar el interés en los mismos, al momento de ejecutar dicha actividad.
- Se propone enseñar a los alumnos métodos específicos para resolver problemas matemáticos, para que se siga una serie de pasos o fases dentro del proceso de solución, sin perder el objetivo ni perder tiempo. Además, que promueva el empleo de la metacognición y habilidades metacognitivas durante el proceso de resolución de problemas con el fin de consolidar las habilidades intelectuales de cada alumno.

Bibliografía

Abrante, P. et al. (2002). La resolución de problemas en matemáticas. Barcelona: Graó.

Alberto, M., Rogiano, C., Roldán, G. y Banchik, M. (2006). Fortaleciendo las habilidades matemáticas de los alumnos ingresantes desde los entornos virtuales. Recuperado de http://www.soarem.org.ar/Documentos/39%20Alberto.pdf

García, J. E. (2002). La resolución de problemas en matemáticas. Barcelona: Graó.

González, F. (1993). Acerca de la metacognición. Recuperado de http://files.procesos.webnode.com /200000019 acffeadfa2/Metacognic%C3%B3n%20art%C3%ADculo.pdf

Inostroza, F. (2013). Dificultades en la resolución de problemas matemáticos y su abordaje pedagógico. Un desafío pendiente para profesores y estudiantes. *Revista espacioLogopedico.com*, artículo publicado el 15/06/2013 en http://espaciologopedico.com/

Landa, V. y Morales, P. (2004). Aprendizaje basado en problemas. Recuperado de http://campus.usal.es/~ofeees/NUEVAS_METODOLOGIAS/ABP/13.pdf

Ledezma, F. (2010). Competencias metacognitivas, modelos expertos de resolución de problemas matemáticos y rendimiento académico de los estudiantes de cálculo. Recuperado de: http://www.didactics.umss.edu.bo/PDFs/DIDACTICS/FatimaFasciculo5.pdf

Mendoza, R. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa: diferencias y limitaciones. Perú: Piura.

ISBN 978-9968-641-33-3

Recio, T. (2010). Temas relevantes de la matemática actual: el reto de la enseñanza secundaria. España: Secretaria general técnica.

Ruíz, J. (2012). Metodología de la investigación cualitativa. España: Deusto.

Santaló, L. y Colaboradores (1994). Enfoques: hacia una didáctica humanista de la matemática. Argentina: Troquel.

Santos, L. (2001) Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de http://fractus.uson.mx/geometria/UnidadIII/Lectura9b.pdf

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

LaTeX hecho fácil con LyX

M.Sc. Alexander Borbón Alpízar
Instituto Tecnológico de Costa Rica
aborbon@itcr.ac.cr

Resumen: LaTeX se ha convertido en un editor de texto estándar dentro de la comunidad matemática mundial, muchas revistas matemáticas internacionales solicitan que sus artículos sea escritos en LaTeX, esto tanto por el control que se tiene sobre el contenido del documento como por el acabado final del mismo; sin embargo, aprender LaTeX inicialmente es complicado y su curva de aprendizaje es muy baja al principio. En este taller se muestra el uso del programa computacional Lyx, con este programa se pueden trabajar documentos en LaTeX pero de una manera más sencilla con una interfaz más amena para el usuario.

Palabras claves: LaTeX, LyX, editor de texto.

Introducción

LaTeX es un editor de textos especializado en la creación de documentos con contenido matemático, este programa se ha vuelto un estándar mundial para la creación de este tipo de documentos y muchas de las revistas de más alto prestigio, tales como The Journal of the American Mathematical Society (http://www.ams.org/publications/journals/journalsframework/jams) o IMA Journal of Applied Mathematics (http://imamat.oxfordjournals.org/) solicitan que los artículos que les son enviados sean realizados en LaTeX.

Aunque LaTeX se ha vuelto cada vez más conocido y se han hecho esfuerzos para que aumente su utilización, todavía es un programa poco usado por la mayoría de los profesores de nuestro país. Esto podría deberse a varias causas: desconocimiento, preferencia por editores de texto visuales (sobre todo el popular Word), pero sobre todo que LaTeX tiene una curva de aprendizaje inicial muy lenta, por lo que cuesta en un inicio aprender y utilizar los comandos y las instrucciones necesarias para realizar un documento.

Para solventar esta dificultad inicial es que se han realizado editores que simplifican el aprendizaje de los comandos de LaTeX tales como TeXMaker o TeXStudio además de programas visuales, entre ellos los más populares son el Scientific Workplace y el LyX. Estos últimos son programas similares, la gran ventaja que tiene LyX sobre el Scientific Workplace es que el LyX es gratuito, además que es un programa multiplataforma (funciona tanto en Windows como en Linux y en Macintosh).

A diferencia de TeXMaker o TeXStudio, LyX es un programa en donde no se deben conocer los comandos de LaTeX para realizar un documento sino que todo se realiza de forma visual, al estilo de Word. En este documento se verá cómo se puede realizar un documento utilizando este programa.

LyX, el procesador de documentos

ISBN 978-9968-641-33-3

Ilustración 1. Logo inicial de LyX

En realidad LyX es una interface para LaTeX, es decir, LyX utiliza en el fondo LaTeX para generar el documento final pero LyX es sólo una "cara" que interactúa con LaTeX.

Lyx se puede descargar gratuitamente de la dirección http://www.lyx.org/Download. Si ya se tiene LaTeX instalado (en su versión MikTeX o TeXLive) se puede bajar la versión pequeña sino se baja la versión completa.

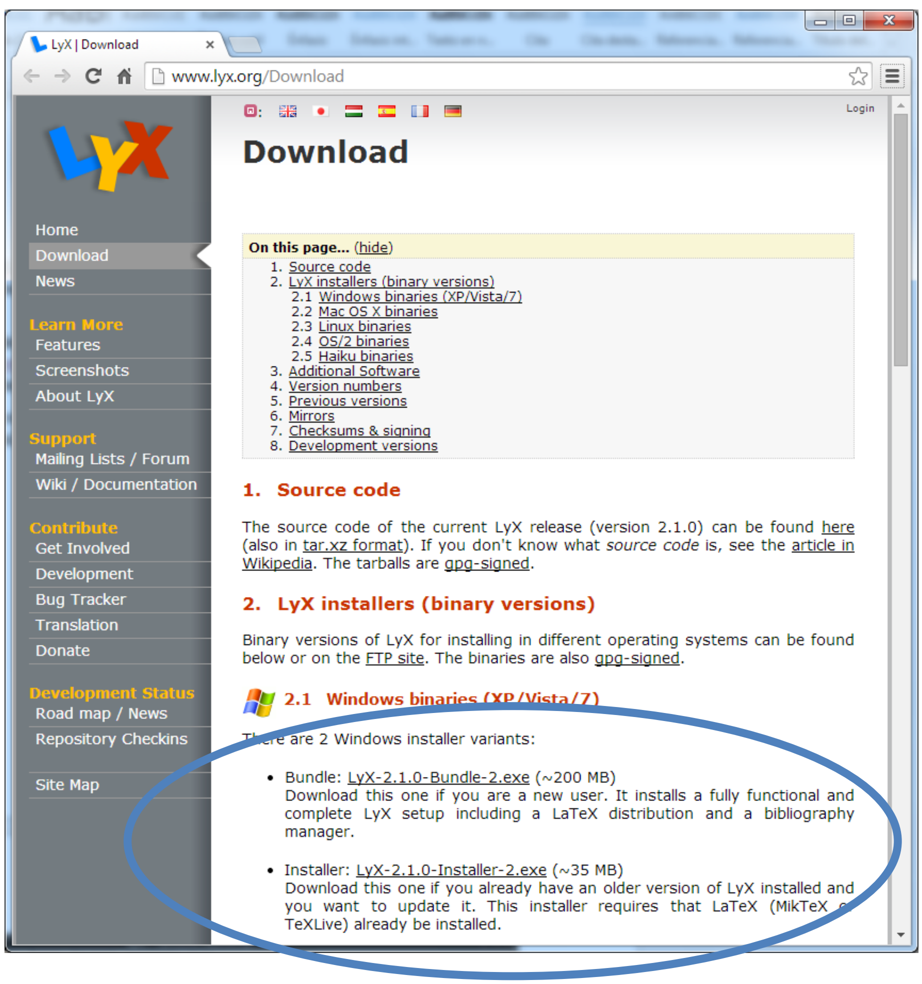


Ilustración 2. Página para bajar el programa LyX.

ISBN 978-9968-641-33-3

Al abrir LyX se nos presenta la ventana simplemente con el logo del programa, al escoger el menú *Archivo-Nuevo* se nos abre un documento en blanco. También se puede utilizar el botón de Nuevo documento.

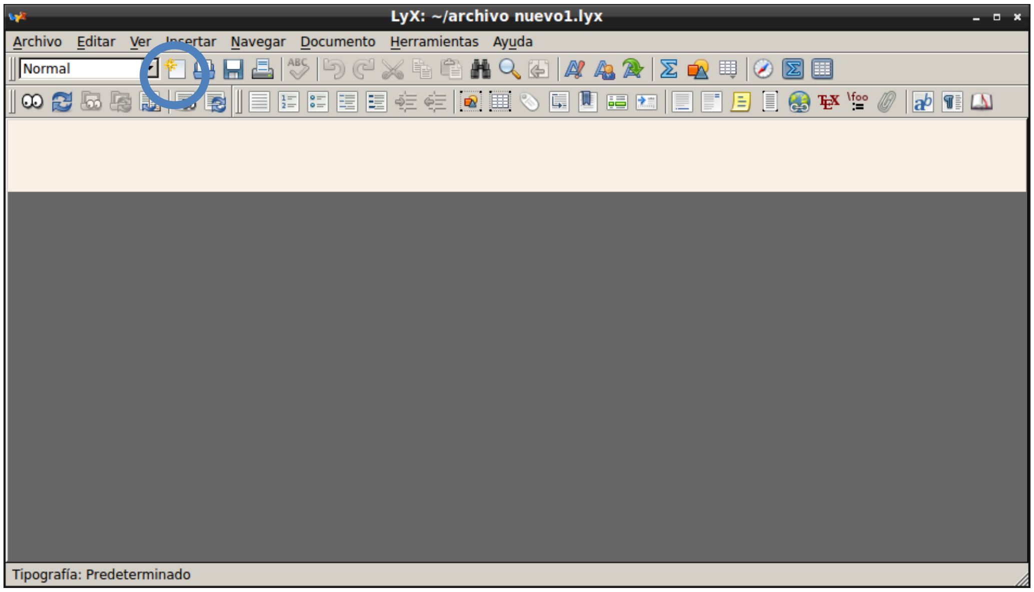


Ilustración 3. Documento en blanco

Lo primero que se debe hacer es configurar el documento, en el menú *Documento-Configuración…* se puede indicar la clase de documento que se realizará: artículo (article), libro (book), carta (letter), reporte (report), etc.

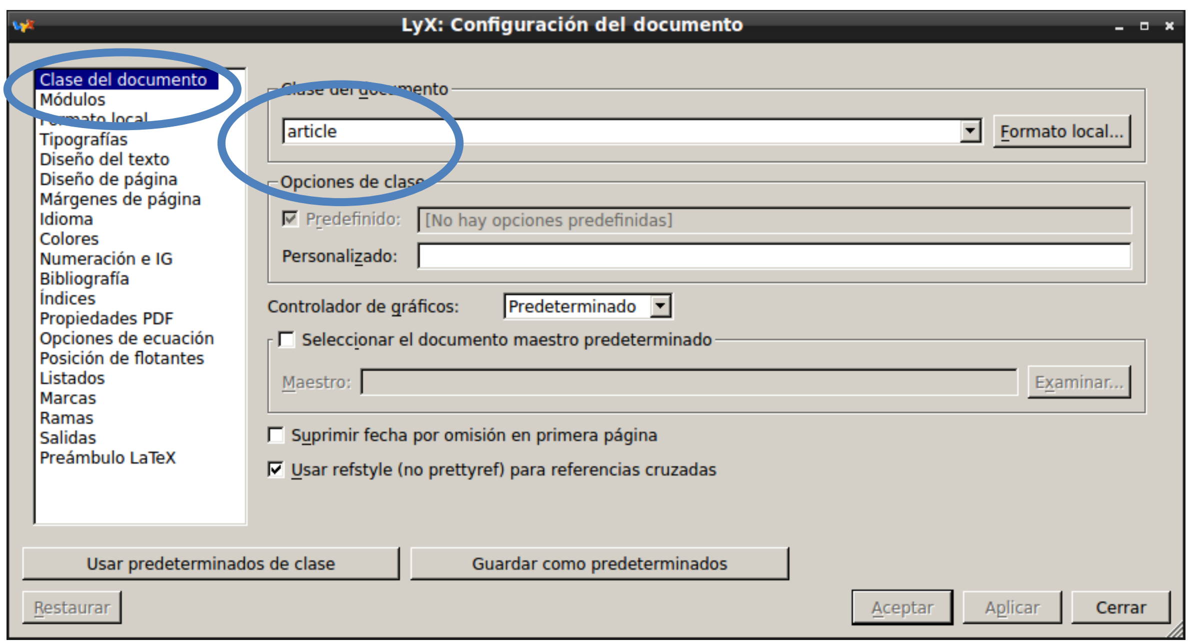


Ilustración 4. Clase de documento.

ISBN 978-9968-641-33-3

Posteriormente es conveniente definir el idioma en el que se trabajará el documento, esto para que acepte las tildes y las eñes del idioma español.

Ilustración 5. Idioma del documento

Luego en el diseño de página se escoge el tamaño del papel.

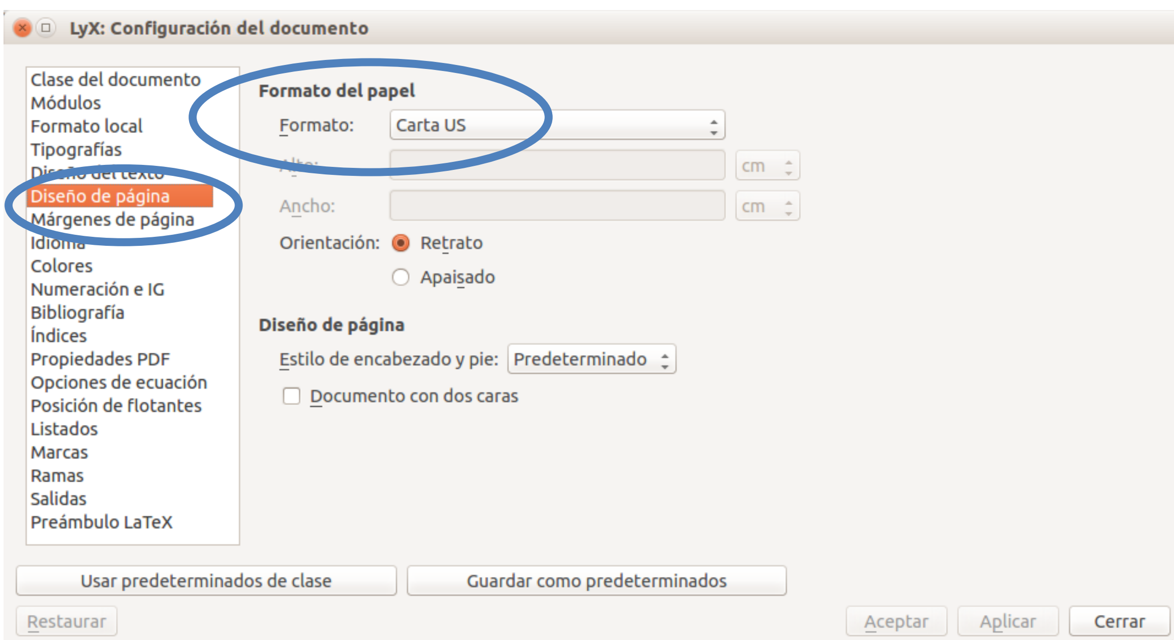


Ilustración 6. Tamaño del papel

ISBN 978-9968-641-33-3

Con respecto a la configuración del documento, lo último que se define serán los márgenes que tendrá el documento.

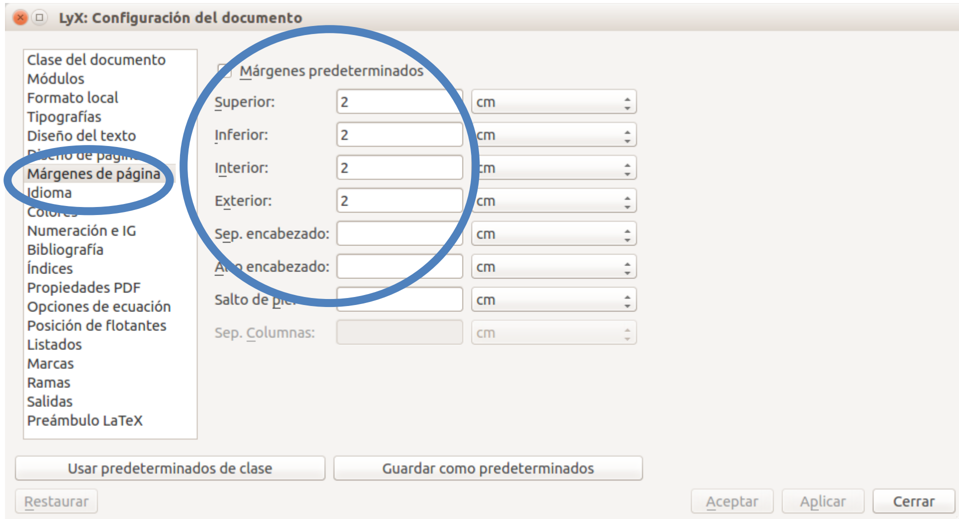


Ilustración 7. Márgenes de la página.

Existen otras configuraciones del documento que se pueden explorar pero las indicadas son las básicas.

Ahora se debe iniciar el documento, las distintas partes dependen del tipo de documento que se está realizando, por ejemplo, si es un artículo se debe definir el título, el o los autores, la fecha, el resumen, las distintas secciones (y subsecciones, si las hay) y, por último, la bibliografía. Si el documento es un libro tendrá además partes y capítulos, pero no tendrá resumen. También LaTeX acomodará las distintas páginas dependiendo del tipo de documento, por ejemplo, en un artículo el título, autor, fecha, resumen y el texto van desde la primera página mientras que en un libro se hacen en páginas distintas.

Para definir las distintas partes del documento, LyX nos presenta una lista desplegable al lado superior izquierdo de la ventana.

ISBN 978-9968-641-33-3

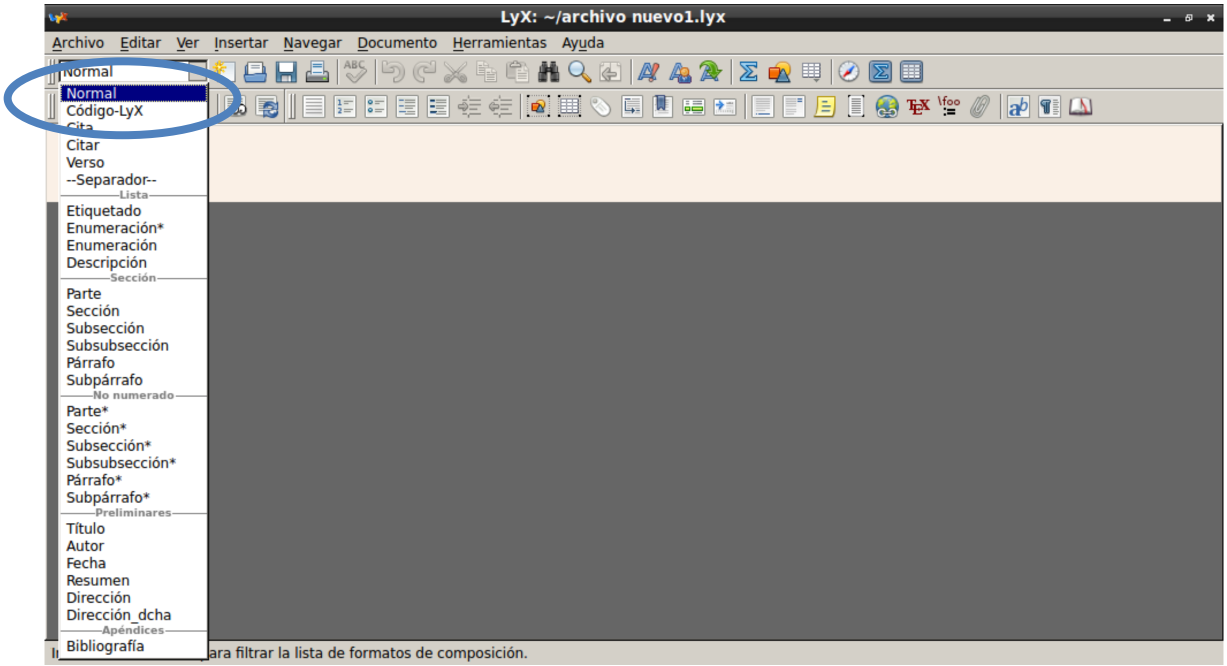


Ilustración 8. Lista desplegable para seleccionar las partes del documento.

Así simplemente escribimos el texto (el título, por ejemplo) y posteriormente elegimos el tipo de elemento que es.

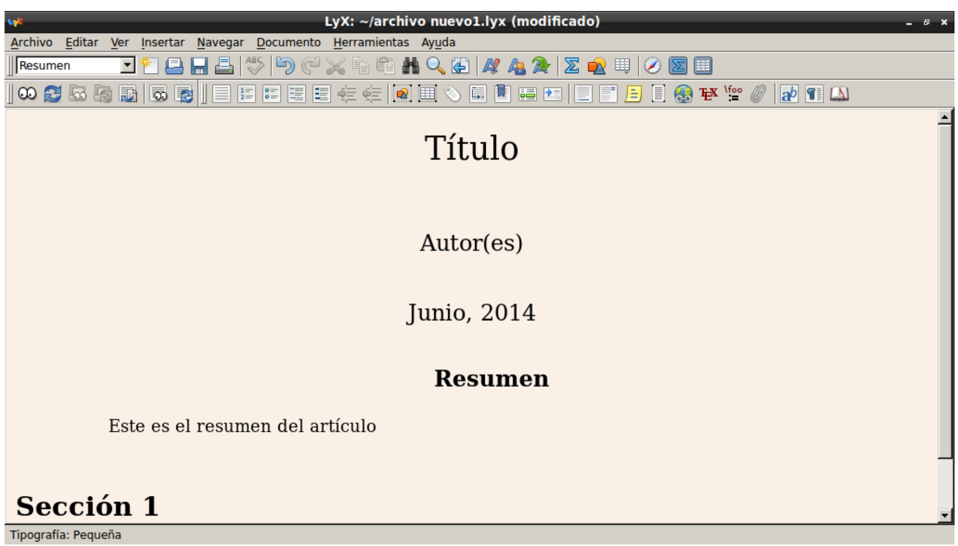


Ilustración 9. Definiendo las distintas partes del documento.

Como se mencionó anteriormente, LaTeX se especializa en escribir texto con expresiones matemáticas y, por supuesto, LyX también. Para introducir una expresión matemática simplemente se debe elegir el botón *Insertar ecuación* de la barra de herramientas.

ISBN 978-9968-641-33-3

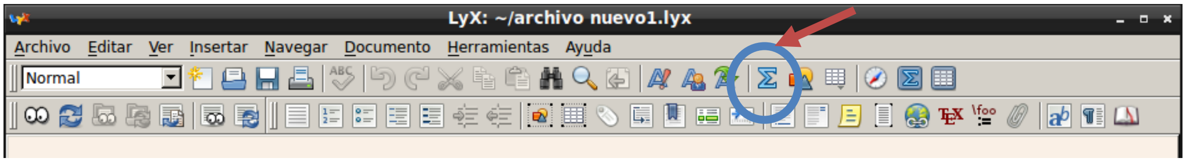


Ilustración 10. Botón para introducir expresiones matemáticas.

Posteriormente se eligen los símbolos matemáticos de forma visual desde la barra de fórmulas de abajo (tal y como se hace, por ejemplo, con el editor de ecuaciones de Word).

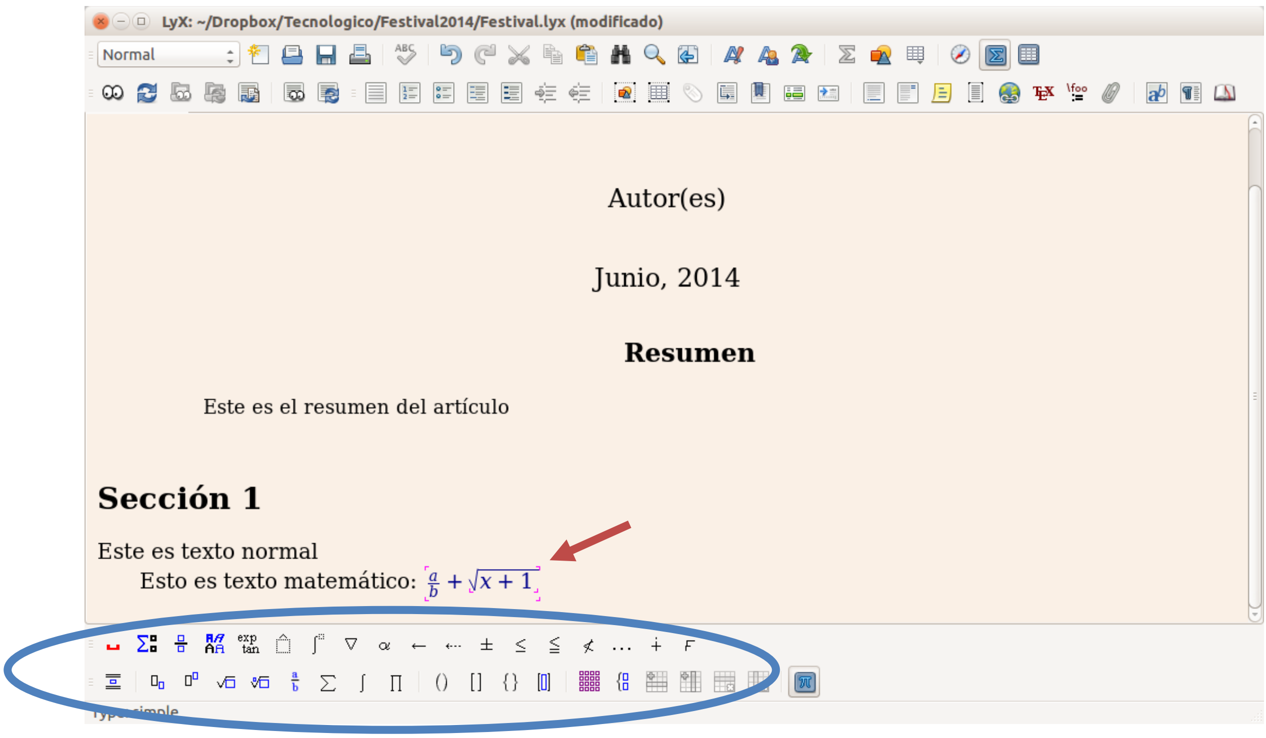


Ilustración 11. Introduciendo texto matemático.

Para introducir imágenes se puede utilizar el botón *Insertar imagen* ( ) en la barra de herramientas, las imágenes también se pueden poner en ambientes flotantes con el botón *Insertar flotantes de figura* ( ), de esta forma LaTeX las acomode en el lugar donde, según el programa, la imagen se ve mejor.

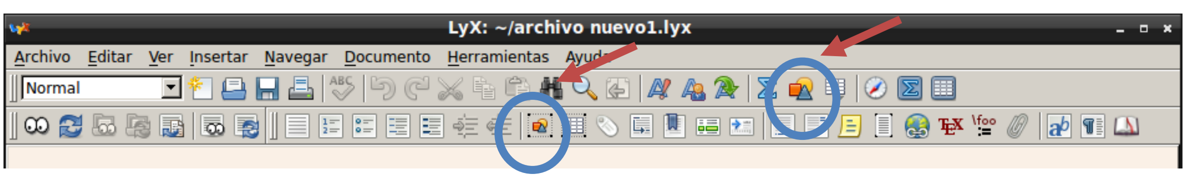


Ilustración 12. Botones para introducir imágenes.

ISBN 978-9968-641-33-3

Si se quiere introducir una imagen en un ambiente flotante primero se escoge primero el botón *Insertar flotantes de figura* ( ) y luego de poner el título de la imagen se introduce la imagen arriba del título con el botón *Insertar imagen* ( ).

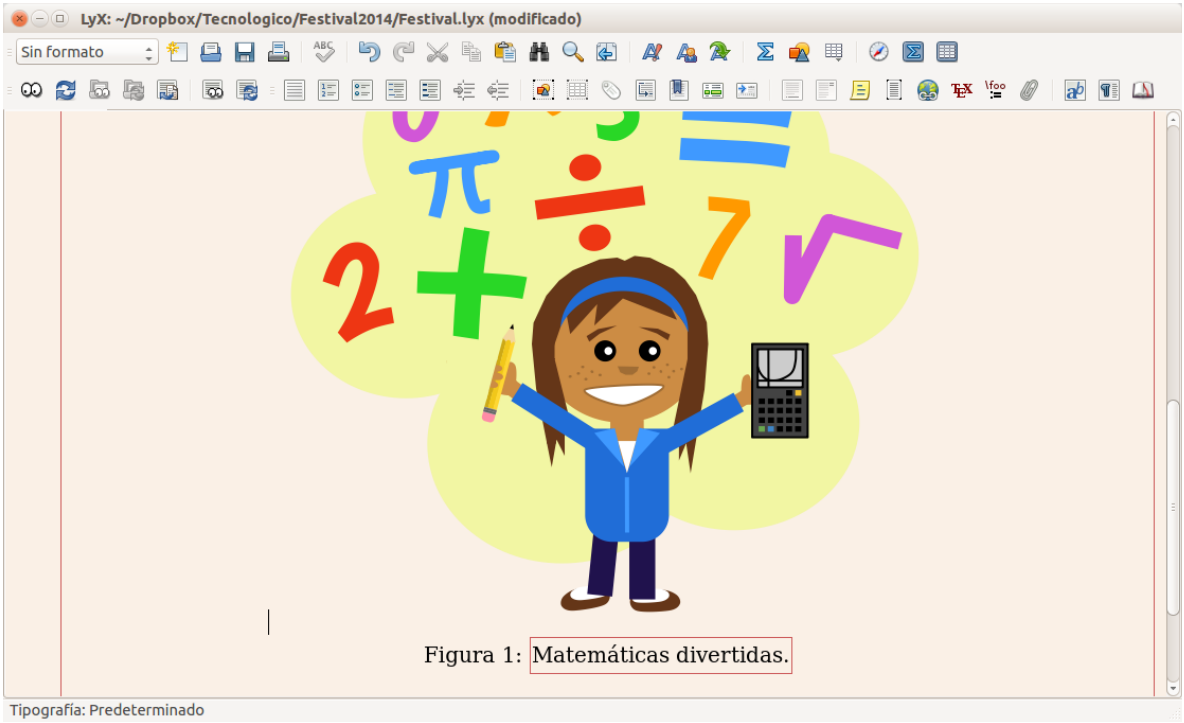


Ilustración 13. Ejemplo de una imagen en un ambiente flotante.

Por último, se debe compilar el documento para obtener el resultado final, lo que hace LyX es compilar el documento que se hizo con LaTeX y genera un PDF final. Se compila con el botón *Ver*.

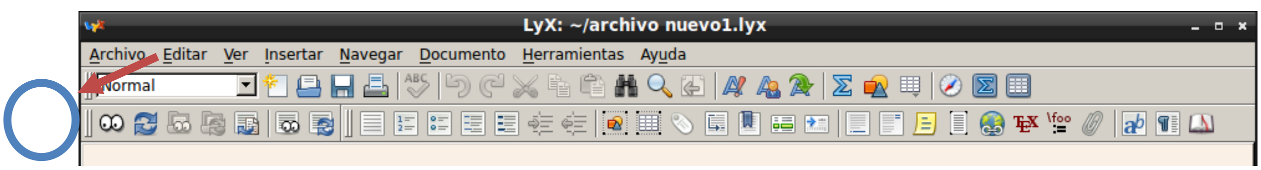


Ilustración 14. Botón para compilar.

De esta forma se obtiene el resultado final.

ISBN 978-9968-641-33-3

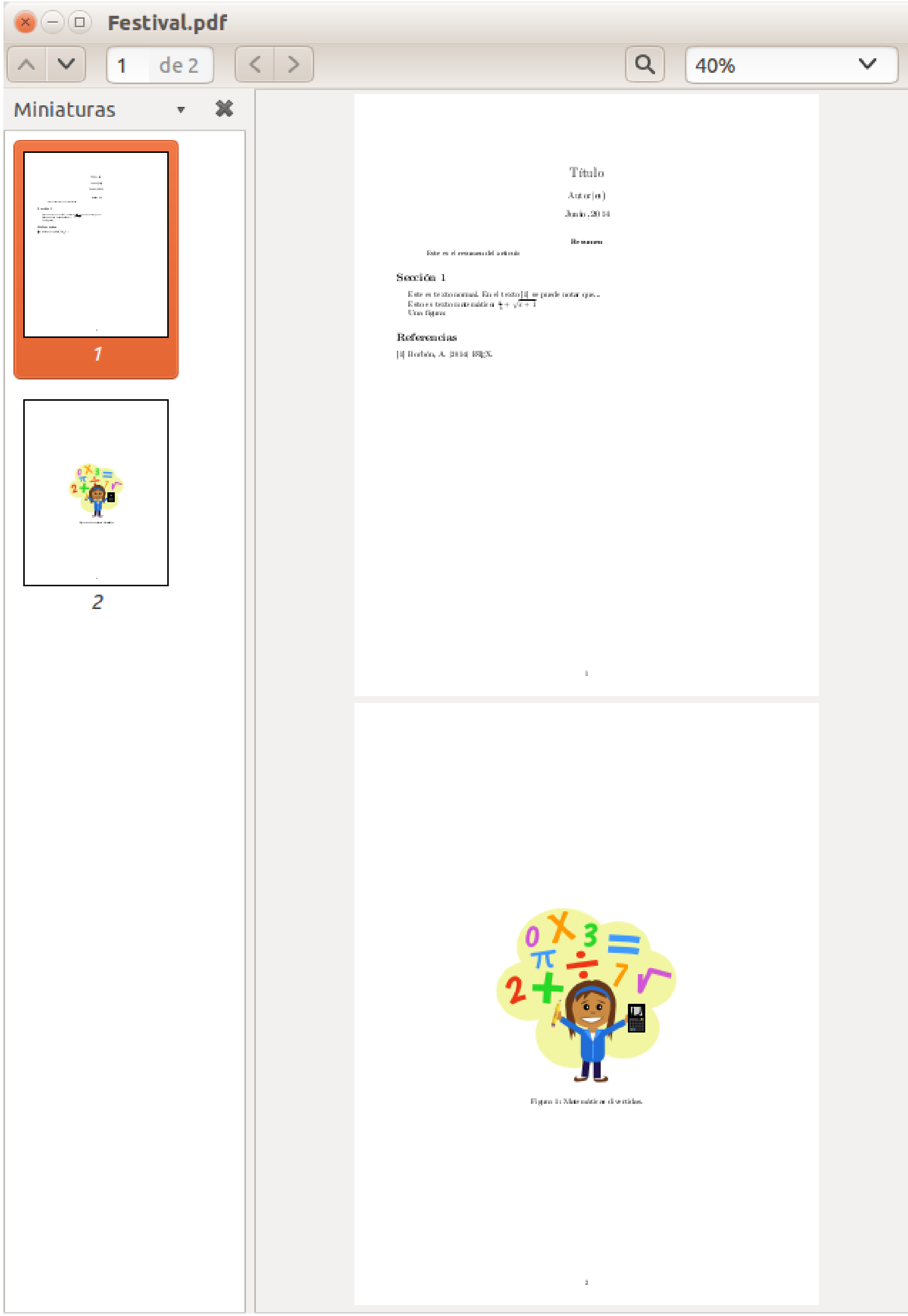


Ilustración 15. Resultado final.

Bibliografía

LyX, The Document Processor. Recuperado de http://www.lyx.org/

ISBN 978-9968-641-33-3

Los recursos didácticos en la enseñanza de las matemáticas como una herramienta positiva o negativa para el proceso de aprendizaje de los jóvenes

Melissa Mercedes Martínez López,
l.e.p.melissa.martinez@gmail.com
Alma Adriana León Romero,
adriana.leon@uabc.edu.mx
Mónica Verdugo Velázquez.
monica.verdugo@uabc.edu.mx

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa
http://pedagogia.mxl.uabc.mx/

Resumen: Analizar las consecuencias de la utilización de diversas estrategias y recursos didácticos en la enseñanza de las matemáticas como una herramienta para el proceso de aprendizaje de los jóvenes que llevan un desarrollo óptimo en su aprendizaje sin la utilización de una diversidad de estas herramientas.

La investigación de tipo cualitativo, utilizando la investigación-acción con apoyo de las técnicas de observación participante y la entrevista semiestructurada, aplicadas a profesores y alumnos de secundaria de la clase de matemáticas, se centra en las ventajas y desventajas de los recursos didácticos apoyados de las estrategias didácticas.

Lo anterior conduce a un análisis sobre la intervención de otros recursos que no sean los básicos en el aprendizaje, tratando de responder ¿Cuáles son los resultados en el desarrollo de las competencias matemáticas en alumnos de secundaria con el uso de otros recursos didácticos que no sean los recursos básicos de una escuela tradicionalista?

Se puede suponer que el recurso didáctico facilita el aprendizaje de los alumnos, pero es fundamental que exista una correlación entre los recursos didácticos que se van aplicar y las estrategias didácticas, con esta combinación y su utilización adecuada enfocadas al aprendizaje, los contenidos matemáticos pueden ser más comprensibles, de tal manera que motiva al alumno a buscar su propio conocimiento.

Palabras claves: Recursos didácticos, estrategias, tradicionalismo.

Introducción

¿Qué tan importante puede ser el utilizar los diversos recursos y estrategias didácticas para la asignatura de matemáticas en secundaria? siempre se hace hincapié que la educación en México sea mejor, pero para que se dé la mejoría es importante que los docentes trabajen en la forma de enseñanza y las herramientas que utilizan para el desarrollo del aprendizaje del alumno.

Es trascendental analizar las matemáticas en un ambiente tradicionalista cuya finalidad es la conservación del orden y por tal motivo el profesor asume el poder y la autoridad como transmisor esencial de conocimientos (Ortiz, 2005), situación que hoy en día se observa dentro del aula.

ISBN 978-9968-641-33-3

Donde los recursos didácticos que manejan siguen siendo los básicos, dejando de lado la utilización de otros recursos. Los recursos didácticos son todos aquellos instrumentos que ayudan a los docentes en el quehacer educativo y facilita a los alumnos el logro de los objetivos de aprendizaje (Corrales, 2002), no solo son el pizarrón, plumón, cuaderno y lápiz.

No hay que olvidar que la utilización de cualquier recurso, así mismo como la forma en la que se da una clase tienen una razón de ser, existe un factor muy importante que hace que estos recursos sean funcionales y es por ello que no se debe de perder de vista la estrategia didáctica ya que es el enfoque y modo de actuar que hace que el profesor dirija el aprendizaje de los alumnos (Bernardo, 2004).

Es así que al observar la situación que se vive en la práctica educativa y lo que hoy en día debe suceder, se dio a la tarea de iniciar con esta investigación revisando diversas lecturas.

Planteamiento del problema

Los cambios enfocados al aprendizaje de los jóvenes y sobre todo al desarrollo de competencias de los alumnos, ha venido a modificar el trabajo que se da dentro de las clases, por lo cual se busca que el docente desarrolle la creatividad y que se prepare para las nuevas exigencias que pide la sociedad, buscando así una diversidad de estrategias y recursos didácticos que ayuden al desarrollo de habilidades y destrezas de los jóvenes (S.E.P, 2011).

Mediante la experiencia en la práctica profesional como estudiante y de acuerdo a la observación realizada en un grupo de tercer grado de secundaria, se observa que la falta de recursos didácticos no ha mermado el desempeño y aprendizaje de los alumnos, llevando a investigar si el cambiar la forma de enseñanza de ese grupo mediante la utilización de recursos didácticos, contribuye a su desempeño y a la comprensión de las diferentes temáticas en el área de las matemáticas. De esta manera se puede observar si la utilización de diferentes apoyos didácticos es o no es de utilidad a los jóvenes en este grupo.

Ante esta situación surgen las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué tipo de recursos didácticos pueden contribuir a mejorar el aprendizaje de las matemáticas?
- ¿Por qué el docente de la asignatura de la matemática no utiliza los recursos didácticos?
- ¿Cómo influye en los alumnos el uso o desuso de los recursos y estrategias didácticas en la clase de matemáticas?

Supuestos

Existe diferentes causas para que esta problemática se dé, algunas de ellas pueden ser las siguientes:

- Tal vez el docente no utiliza otros recursos didácticos debido al tipo de modelo educativo que utiliza y los recursos son los básicos (pizarrón, plumón, lápiz y cuaderno).
- Probablemente el docente al realizar una evaluación diagnostica se dio cuenta que la utilización de los recursos básicos y el modelo tradicionalista es apto para desarrollar del aprendizaje de sus alumnos.

Justificación

Es importante conocer qué efectos puede tener en los alumnos con buen desempeño educativo la utilización de diversos materiales didácticos donde vean empleados los conocimientos adquiridos, donde los alumnos no vean solo los problemas o ejercicios impresos en el cuaderno o escritos en el pizarrón.

ISBN 978-9968-641-33-3

Las estrategias y recursos didácticos siempre tienen un efecto en un grupo de alumnos que están aprendiendo, pero siempre se menciona el efecto positivo que se tiene de estas herramientas en grupos donde no se utilizan, mostrando un cambio positivo en el desempeño de los jóvenes en una clase de matemáticas (Uría, 2001).

Qué pasa con un grupo de jóvenes que la falta de herramientas no ha afectado a su desarrollo intelectual sino todo lo contrario. Por tal motivo se busca analizar si en este grupo de tercer año la utilización de los recursos didácticos es positiva o negativa en su aprendizaje.

Objetivo

Analizar las consecuencias de la utilización de diversas estrategias y recursos didácticos en la enseñanza de las matemáticas como una herramienta para el proceso de aprendizaje de los jóvenes que llevan un desarrollo óptimo en su aprendizaje sin la utilización de una diversidad de estas herramientas.

Fundamentación teórica

La fundamentación teórica se considera importante para llevar a cabo el análisis e interpretación de la información, para lo cual se realiza una revisión exhaustiva de los temas, los autores principales y básicos.

“El marco teórico es la exposición resumida, concisa y pertinente del conocimiento científico y de hechos empíricamente acumulados acerca de nuestro objeto de estudio; se elabora desde la perspectiva de una ideología y un marco de referencia determinados”. (Rodríguez, 2005, p. 57)

La enseñanza tradicional de las matemáticas tienes sus raíces desde la época de la antigua Grecia. Desde entonces la educación tradicional regia el desarrollo de la cátedra (S.E.P, 2001).

En esa época existían dos concepciones educativas una era la idealista de Platón y la empirista de Aristóteles, nos mencionan que los objetos de la matemática y la relación con el mundo ya existen y están ahí es solo cuestión que el individuo reconozca este conocimiento (S.E.P, 2001).

Al analizar este punto se puede observar que dejar que el alumno manipule el conocimiento y diversos recursos que te lleven al aprendizaje él puede reconocer y adquirir el conocimiento que se está generando mediante la manipulación haciéndolo propio dándose la didáctica.

El desarrollo en la forma de dar clases y transmitir el conocimiento se da por la evolución que presenta la sociedad y las necesidades del mismo pero en el área de las matemáticas se continúa con la misma forma de enseñanza, no hay un cambio significativo (S.E.P, 2001).

El aprendizaje matemático se desarrolla mediante el conocimiento y el manejo que le demos a los objetos para así crear nuevo conocimiento, de tal manera es importante que el alumno no mecanice el conocimiento que se le está transmitiendo dejando de lado la educación tradicionalista (S.E.P, 2001).

Hasta el siglo XVII cuando aparecen los grandes didácticos Ratke y Comenio, ellos ya empiezan a tomar en cuenta al alumno en la materia viéndolo desde un punto psicológico (Larroyo, 1959).

Durante el siglo XVIII aparecen otros pedagogos que van desarrollando y trabajando lo que en un inicio dejaron Comenio y Ratke, estos pedagogos que siguieron con la evolución de la didáctica fueron Rousseau, Pestalozzi y filantropiastas (Larroyo, 1959).

Dichos personajes tomaron en cuenta que para el aprendizaje el juego es un factor importante para el desarrollo intelectual de los niños; Pestalozzi hace un énfasis a buscar las necesidades del niño y trabajar

ISBN 978-9968-641-33-3

en base al espíritu del pequeño, este pedagogo se enfocó en convertir el aprendizaje en un movimiento de acciones psicológicas influenciados totalmente a las necesidades internas del individuo, de tal manera que evolucionaron totalmente la educación que se estaba dando en esos tiempos (Larroyo, 1959).

Esto es lo que se busca en la actualidad y se puede observar que desde ese momento, este movimiento educativo busca una educación donde el joven se vea involucrado en el desarrollo de su conocimiento, viene de mucho tiempo atrás, no es algo nuevo, pero que hoy en día se busca que se ponga en práctica.

Recurso didáctico y estrategia didáctica

Es importante conocer que son los recursos y las estrategias didácticas, para poder establecer la forma de trabajo dentro del aula, acorde a las necesidades del grupo y el contexto en el que se lleve a cabo la clase de matemáticas.

Las estrategias didácticas son todos aquellos enfoques y modos de actuar que el maestro mediante la evaluación del grupo obtiene (Carrasco, 2004). Una vez que el docente analiza al grupo puede determinar de qué manera va a trabajar adecuadamente con él, cuando esto sucede es porque ya se percató de cómo se desenvuelve el grupo y como manejara la dinámica del grupo.

Para contribuir con el aprendizaje de los jóvenes el docente puede ayudarse de los recursos didácticos, pero debe tener claro que "Los recursos didácticos son todos aquellos instrumentos que, por una parte ayudan a los formadores en su tarea de enseñar y, por otra facilita a los alumnos a el logro de los objetivos de aprendizaje" (Corrales y Sierras, 2002, p. 50).

El docente puede trabajar con estas herramientas porque tiene claro el objetivo de la utilización de ellos, sabiendo elegir los más óptimos para la temática a desarrollar y el que funciona adecuadamente con el grupo de jóvenes.

Metodología

El trabajo de investigación se lleva a cabo en un grupo de secundaria, inicia en el ciclo escolar 2013-1 para finalizar en el 2014-1, la ventaja del desarrollo de esta investigación es que se relaciona al mismo tiempo con las asignaturas de Investigación aplicada a la disciplina e Investigación en la práctica docente, de sexto, séptimo y octavo semestre de la carrera de licenciado en la Docencia de la Matemática, unido a la práctica profesional.

En esta investigación cualitativa se utiliza el método de investigación acción el cual Gómez (2010) menciona que dicho método es:

> Una forma de cuestionamiento auto reflexivo, llevada a cabo por los propios participantes en determinadas ocasiones con la finalidad de mejorar la racionalidad y la justicia de situaciones, de la propia práctica social educativa, con el objetivo también de mejorar el conocimiento de dicha práctica y sobre las situaciones en las que la acción se lleva a cabo. (p.2)

Este método se utiliza para analizar la práctica docente realizando un auto evaluación durante la práctica y fuera de ella, esto con la finalidad de mejorar las habilidades docentes al momento de explicar un tema y manejar situaciones didácticas.

ISBN 978-9968-641-33-3

Técnicas utilizadas

Se utilizaron técnicas que ayuden a la recopilación de información sobre la problemática que se está observando y viviendo en la práctica. Las técnicas son aquellos procedimientos o herramientas que utiliza el investigador para obtener información sobre la problemática que está estudiando (Navarrete, 2006).

La entrevista es una conversación generalmente oral, entre dos personas, de los cuales uno es el entrevistador y otro el entrevistado, el objetivo es obtener información confiable y valida (Casado, 1994). La entrevista se aplica al maestro de la asignatura de matemáticas, porque es el principal protagonista, ya que el da la pauta de cómo será la clase de dicha materia. Esta técnica también se aplica a los alumnos porque son los que muestran los resultados positivos a la forma de catedra que da el docente.

La observación es la captación previamente planeada y el registro controlado de datos con una determinada finalidad para la investigación, mediante la percepción visual o acústica de un acontecimiento (Heinemann, 2003. Pág.135). Con ayuda de esta técnica se llevó a cabo un estudio del trabajo que realiza el docente, observando profundamente tanto a los alumnos como al docente para detectar las situaciones que se están presentando al abordar los contenidos de la clase.

Diseño, aplicación de instrumentos y herramientas utilizadas

Los datos que se recaban para la investigación surgen a partir de las técnicas empleadas para obtener información además de los supuestos teóricos por los que se desarrolla el proceso de investigación (Fernández, 2004).

Para que esto se dé es importante realizar un guion de entrevista, utilizar un diario de campo donde se plasme lo que se está observando durante la práctica docente, estos instrumentos también necesitaron de herramientas como lo son la grabadora de voz y una carpeta donde se plasma el diario de campo.

Operacionalización de la información

Al aplicar los instrumentos para obtener información se elabora una tabla donde se plasma la pregunta que se realiza, la respuesta del entrevistado, para así seleccionar las palabras claves y poder obtener las categorías que llevan al análisis de los resultados.

Para manejar la información y que esta sea totalmente confidencial a los alumnos y al profesor se les asigno un nombre diferente por ejemplo: Salvador, Santiago, Solange, entre otros.

Las categorías construidas son las siguientes:

1. Los recursos didácticos básicos como el único instrumento para la enseñanza de las matemáticas.
2. La implementación del modelo tradicionalista para un mejor aprendizaje de las matemáticas.

Principales resultados

En base a lo investigado y al desarrollo del plan de intervención surgen los siguientes resultados del trabajo de investigación:

- La utilización de otros recursos ayuda a la motivación e interés de los jóvenes en la clase de matemáticas.
- El uso de diferentes recursos didácticos ayuda al aprendizaje de los alumnos, al igual que si solo se utiliza los recursos básicos.

ISBN 978-9968-641-33-3

- El docente es el facilitador para aprendizaje de los alumnos, no solo el único con el conocimiento de la materia.

Conclusiones

Los alumnos solo conciben una manera de aprender matemáticas, no se imaginan otras formas ni otros materiales a utilizar que no sean los básicos, en las entrevistas hacen mención de la posibilidad de ver y trabajar las matemáticas de manera diferente, pero ellos mismos vuelven a pensar en matemáticas y se piensa que es imposible.

Es difícil cambiar la forma de aprendizaje, la catedra que se maneja y la manera en la que piensan los alumnos y el mismo docente, pero esto se puede dar poco a poco conforme la práctica se esté dando.

Lo inquietante es el efecto académico que esto puede ocasionar en los jóvenes, porque puede causar una dificultad ya que en vez de comprender y aprender mejor las temáticas a trabajar o suceda todo lo contrario.

Por eso es importante trabajar poco a poco con la aplicación de distintos recursos didácticos para que no se dé un impacto fuerte y que de alguna manera bloquee a los alumnos, por tal motivo el trabajo con el grupo es totalmente basado en las necesidades que este presenta.

Al implementar el plan de intervención al grupo se puede observar que no importa el modelo educativo (tradicionalista o constructivista) que se utilice para el aprendizaje de los jóvenes siempre y cuando se realice una evaluación diagnostica del grupo donde se va aplicar el modelo, de tal manera que arroje la viabilidad de la utilización de la misma.

De igual manera los recursos didácticos pueden variar dependiendo de lo que se pretende lograr con los alumnos, si estos necesitan de toda la diversidad o solo una parte de ella, siempre y cuando estas se encuentren fundamentadas por una estrategia didáctica acorde al grupo donde se va aplicar.

Recomendaciones

Es importante que antes de implementar alguna estrategia didáctica o algún recurso, este debe tener un fin educativo, un objetivo a seguir acorde al grupo en el que se encuentra.

Al aplicar un recurso es bueno empezar de menos a más, esto refiere a trabajar con una cosa pequeña un recurso no muy llamativo algo con el que los jóvenes se puedan ir familiarizando con la utilización de estos instrumentos.

Es sumamente fundamental que el docente realice una evaluación al término de la clase con respecto a lo que los alumnos aprendieron, al manejo del recurso que se utiliza tanto del alumno como del maestro, para tomar en cuenta en las siguientes clases con recursos didácticos similares.

Otro aspecto que debe tener en cuenta el docente es el utilizar el material por lo menos un día antes, ya que puede haber errores y se tenga que corregir el trabajo. Es importante que todo lo que se implemente en la clase se haga bajo un diagnóstico previo del grupo.

Bibliografía

Bernardo, J. (2004) Una didáctica para hoy. España: Rialp

ISBN 978-9968-641-33-3

Carrasco, J (2004). Una didáctica para hoy. Como enseñar mejor. España: RIALP, S.A . Recuperado:http://books.google.com.mx/books?id=I4bsSl5N7dcC&pg=PA83&dq=estrategias+didacticas&hl=es&sa=X&ei=DNRBUpKWC6qDjALb8oDgCA&ved=0CEcQ6AEwBQ#v=onepage&q=estrategias%20didacticas&f=false

Casado, E. (1994). Entrevista psicológica y comunicación humana. Venezuela: UCV, consejo de desarrollo científico y humanístico.

Corrales, M. (2002) Diseño de medio y recursos didácticos. España: Innova

Corrales, M. y Sierras, M. (2002). Diseño de medios y recursos didácticos. España: Innova

Fernández, M. (2004). Evalución y cambio educativo: el fracaso escolar. España: Morata.

Gómez, G. (2010). Investigación-Acción: Una metodología del docente para el docente. México: Relingüistica aplicada.

Heineman, K. (2003). Introducción a la metodología de la investigación empírica. España: Paidotribo.

Larroyo, F (1959). La ciencia de la educación. México: Porrúa, S.A

Navarrete, M. L. (2006). Introducción a las técnicas cualitativas de investigación aplicadas en salud. España: Universitat Autónoma de Barcelona.

Ortiz, A. (2005) Diccionario de pedagogía. Antillas: Cepedid

Rodríguez, E. M. (2005). Metodología de la investigación. México: Universidad Juárez Autónoma de Tabasco.

S.E.P, (2001). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. México: Secretaría de Educación Pública.

S.E.P, (2011). Programas de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación básica secundaria. Matemáticas. México: Secretaría de Educación Pública.

Uría, M. (2001). Estrategias. Didáctico-organizativas para mejorar los centros educativos. España: NARCEA, S.A.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Los Software Educativos de Matemáticas, estudio de las isometrías en entornos dinámicos

Horacio Saúl Sostenes González
hssg_33@hotmail.com
ENSEM, Toluca, México

Resumen: Los software educativos de Matemáticas en el aula de clases son una implementación que permite trabajar temas de geometría de manera interactiva, su creación y uso surge ante la necesidad de actualización del profesorado y mejoría de su proceso de enseñanza. GeoGebra un software libre permiten a los maestros generar espacios donde el estudiante puede manipular e interactuar con construcciones geométricas dando una sensación de existencia casi palpable donde ellos formulan y validan sus propias conjeturas, rompiendo con ello el estudio rígido en papel que en ocasiones resulta difícil de visualizar.

A partir del trabajo de las isometrías o movimientos en el plano establecidos como temas de estudio en el segundo bloque de Matemáticas tercer grado, se pretende mostrar parte de la experiencia de trabajo y análisis al trabajar con un software de fácil acceso y utilización que permite iniciar a potenciar el aprendizaje y generar un ambiente interactivo guiado por el desarrollo de nuevas secuencias didácticas en ambientes tecnológicos donde tras la observación y práctica puede llegarse a análisis más profundo en un menor tiempo utilizando la tecnología educativa en la que estamos inmersos.

Esto favorece las cuatro competencias del programa de estudios vigente (Resolver problemas de manera autónoma. Comunicar información matemática. Validar procedimientos y resultados. Manejar técnicas eficientemente), de manera específica se logra llegar al aprendizaje esperado: *Explica el tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) que se aplica a una figura para obtener la figura transformada. Identifica las propiedades que se conservan* (Programas de Estudio, 2011, México).

Palabras claves: comunicación visual; elementos del diseño, enseñanza de la matemática, presentador de diapositivas.

Introducción

Ante la creciente expansión de la *Industria del Conocimiento* las exigencias sociales aumentan considerablemente, el mercado laboral requiere mayor capacitación, un empleo es ofertado al menor costo y al mejor licitador, dando como consecuencia la búsqueda de la mejor preparación, hecho que lleva a concientizarnos de nuestro alcance y a la exigencia de actualización para seguir siendo laboralmente útiles.

Las demandas van en aumento, por el momento en lo que concierne al ámbito tecnológico se rescatan las exigencias que los documentos rectores como lo son el Plan Nacional de Desarrollo, la Ley General de Educación, el Programa Sectorial de Educación, Ley de Educación del Estado de México, y apoyado en los principios en que se sustenta el enfoque de enseñanza de la educación secundaria se dará un

ISBN 978-9968-641-33-3

panorama general del ambiente de trabajo que se espera lograr en las aulas de clase de la educación básica.

La falta de educación innovadora podría convertirse en una barrera para el país, ya que si no se cuenta con educación productiva, actualizada y bien cimentada se estaría formando un conocimiento que podría fácilmente desacreditarse por su ambigüedad. Para atender esta exigencia y lograr la cobertura de los 6.3 millones de alumnos inscritos en secundaria en la modalidad escolarizada el PND (2013) marca:

La creación de verdaderos ambientes de aprendizaje, aptos para desplegar procesos continuos de innovación educativa, requiere de espacios educativos dignos y con acceso a las nuevas tecnologías de la información y comunicación. Una mejor educación necesita de un fortalecimiento de la infraestructura, los servicios básicos y el equipamiento de las escuelas.

Así mismo, a fin de lograr mayores oportunidades de desarrollo tecnológico en la educación el PND (2013) en el objetivo 3.1 “Desarrollar el potencial humano de los mexicanos con educación de calidad” marca las respectivas Líneas de acción:

- Impulsar la capacitación permanente de los docentes para mejorar la comprensión del modelo educativo, las prácticas pedagógicas y el manejo de las tecnologías de la información con fines educativos.
- Modernizar el equipamiento de talleres, laboratorios e instalaciones para realizar actividades físicas, que permitan cumplir adecuadamente con los planes y programas de estudio.
- Desarrollar una política nacional de informática educativa, enfocada a que los estudiantes desarrollen sus capacidades para aprender a aprender mediante el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Ampliar la dotación de equipos de cómputo y garantizar conectividad en los planteles educativos.
- Intensificar el uso de herramientas de innovación tecnológica en todos los niveles del Sistema Educativo.

Gracias al esfuerzo de muchos maestros entusiastas cada día la educación adquiere mayor cobertura y calidad, no obstante aún quedan grupos marginados con vulnerabilidad en la educación de calidad. Para contrarrestar esta situación la SEP diseñó el programa del Plan Sectorial de Educación a través del cual se pretende hacer la educación, la ciencia y la tecnología los puntales del desarrollo de México, se retoma para ello el Objetivo 3 que corresponde al presente estudio: “Impulsar el desarrollo y utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento” (PSE, 2007).

En regulación de la educación impartida en todo el Estado de México, el gobierno ha dispuesto de la Ley de Educación del Estado de México, la cual promueve la unificación tanto de organismos públicos como particulares, para ello se toma como principal referencia lo dispuesto en el artículo 17, artículo 32 y artículo 54, siendo el artículo 17 hacia el que dirigimos la mirada:

> La educación impartida en el estado tendrá varios fines, siendo de nuestro principal interés los siguientes:
>
> **XI.** Promover el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación como herramientas para la enseñanza y el aprendizaje, así como para el desarrollo de competencias en los educandos;
>
> **XIV.** Fortalecer las formas de expresión y comunicación lingüística, artística y matemática, mediante el uso de lenguajes y nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

ISBN 978-9968-641-33-3

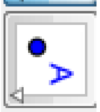
La mecánica de trabajo a considerar se divide en cuatro partes las cuales se pretenden implementar como taller interactivo de Geometría, cada apartado tiene propósitos que nos permiten adentrarnos al funcionamiento de GeoGebra y su aplicación en la enseñanza.

1. **Introducción y familiarización al manejo de GeoGebra**

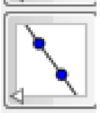
   Para que sea más fácil manejarlo, vamos a activar la Ayuda de la Barra de herramientas, para ello:

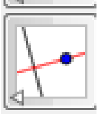
   - Vamos al extremo superior derecho, damos clic en el engrane de Preferencias. A continuación clic en Disposición, y por último activamos “Ayuda de Barra de herramientas” y cerramos el cuadro.
   - Ya que fue activada ahora vamos a explorar rápidamente las herramientas del software.

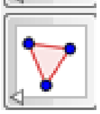

Elige, rota, registro.

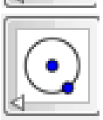


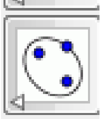
Nuevo Punto, intersección, punto medio.

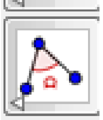

Recta, segmento, semirrecta, vector.

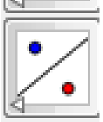

Perpendicular, paralela, mediatriz,
bisectriz, tangente.

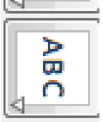

Polígonos


Circunferencia, compás, semicircunferencia, arco, sector circular.

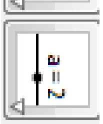

Elipse, hipérbola, parábola, cónica.


Ángulo, distancia, área, pendiente, lista

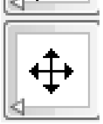

Refleja, rota, traslada, homotecia.



Inserta texto, imagen, lápiz, relación, probabilidad.



Deslizador, casilla control, botón.

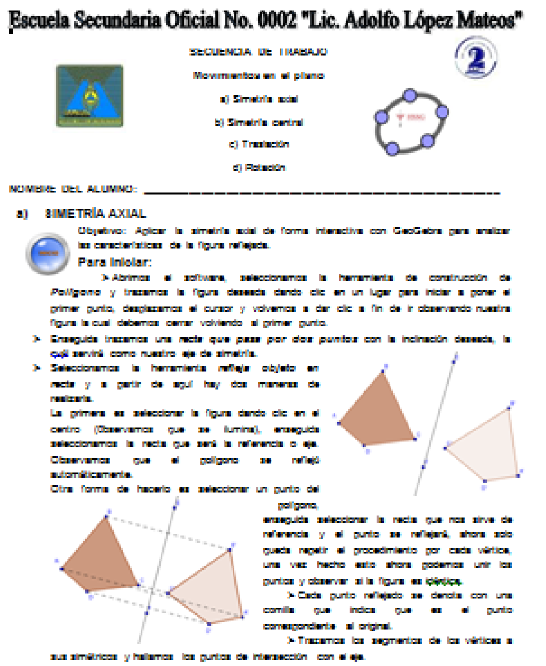

Desplaza, zoom, expone, copia, elimina.

2. **Desarrollo y aplicación de la secuencia didáctica. (Orientada a nivel Secundaria)**

ISBN 978-9968-641-33-3

En esta fase se trabajara la secuencia propuesta para abordar los temas de Movimientos en el plano: Simetría axial, Simetría central, Rotación, Traslación.

Veamos en que consta cada parte:



Escuela Secundaria Oficial No. 0002 "Lic. Adolfo López Mateos"

SECUENCIA DE TRABAJO

Movimientos en el plano

a) Simetría axial

b) Simetría central

c) Traslación

d) Rotación

NOMBRE DEL ALUMNO: ____

a) SIMETRÍA AXIAL

Objetivo: Aplicar la simetría axial de forma interactiva con GeoGebra para analizar las características de la figura reflejada.

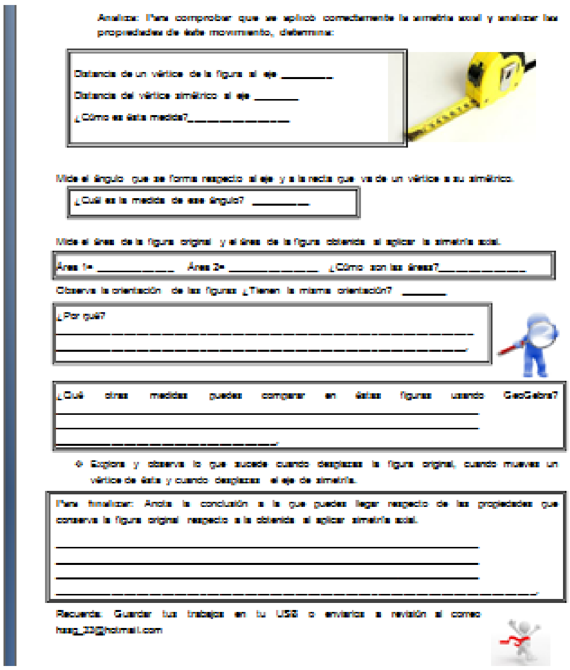
Para iniciar:

- Abrimos el software, seleccionamos la herramienta de construcción de *Polígono* y trazamos la figura deseada dando clic en un lugar para iniciar a poner el primer punto, desplazamos el cursor y volvemos a dar clic a fin de ir observando nuestra figura la cual debemos cerrar volviendo al primer punto.
- Enseguida trazamos una recta que pasa por dos puntos con la inclinación deseada, la cuál servirá como nuestro eje de simetría.
- Seleccionamos la herramienta refleja objeto en recta y a partir de aquí hay dos maneras de realizarla.

La primera es seleccionar la figura dando clic en el centro (Observamos que se ilumina), enseguida seleccionamos la recta que será la referencia o eje. Observamos que el polígono se reflejó automáticamente.

Otra forma de hacerlo es seleccionar un punto del polígono, enseguida seleccionar la recta que nos sirve de referencia y el punto se reflejará, ahora solo queda repetir el procedimiento por cada vértice, una vez hecho esto ahora podemos unir los puntos y observar si la figura es idéntica.

- Cada punto reflejado se denota con una comilla que indica que es el punto correspondiente al original.
- Trazamos los segmentos de los vértices a sus simétricos y hallamos los puntos de intersección con el eje.



Analiza: Para comprobar que se aplicó correctamente la simetría axial y analizar las propiedades de éste movimiento, determina:

Distancia de un vértice de la figura al eje ________

Distancia del vértice simétrico al eje ________

¿Cómo es ésta medida?______________

Mide el ángulo que se forma respecto al eje y a la recta que va de un vértice a su simétrico.

¿Cuál es la medida de ese ángulo? ________

Mide el área de la figura original y el área de la figura obtenida al aplicar la simetría axial.

Área 1= __________ Área 2= ___________ ¿Cómo son las áreas?__________

Observa la orientación de las figuras ¿Tienen la misma orientación? ______

¿Por qué?

____

¿Qué otras medidas puedes comparar en éstas figuras usando GeoGebra?

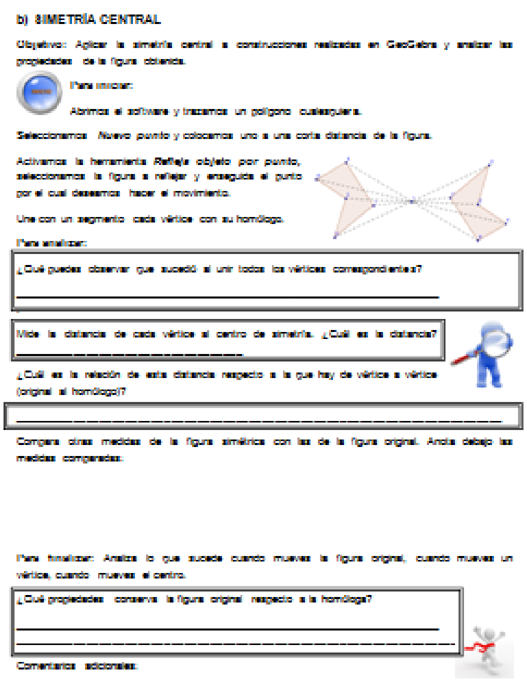
____

- Explora y observa lo que sucede cuando desplazas la figura original, cuando mueves un vértice de ésta y cuando desplazas el eje de simetría.

Para finalizar: Anota la conclusión a la que puedes llegar respecto de las propiedades que conserva la figura original respecto a la obtenida al aplicar simetría axial.

____

Recuerda: Guardar tus trabajos en tu USB o enviarlos a revisión al correo hssg_33@hotmail.com



b) SIMETRÍA CENTRAL

Objetivo: Aplicar la simetría central a construcciones realizadas en GeoGebra y analizar las propiedades de la figura obtenida.

Para iniciar:

Abrimos el software y trazamos un polígono cualesquiera.

Seleccionamos *Nuevo punto* y colocamos uno a una corta distancia de la figura.

Activamos la herramienta *Refleja objeto por punto*, seleccionamos la figura a reflejar y enseguida el punto por el cual deseamos hacer el movimiento.

Une con un segmento cada vértice con su homólogo.

Para analizar:

¿Qué puedes observar que sucedió al unir todos los vértices correspondientes?

____

Mide la distancia de cada vértice al centro de simetría. ¿Cuál es la distancia?

____

¿Cuál es la relación de esta distancia respecto a la que hay de vértice a vértice (original al homólogo)?

____

Compara otras medidas de la figura simétrica con las de la figura original. Anota debajo las medidas comparadas:

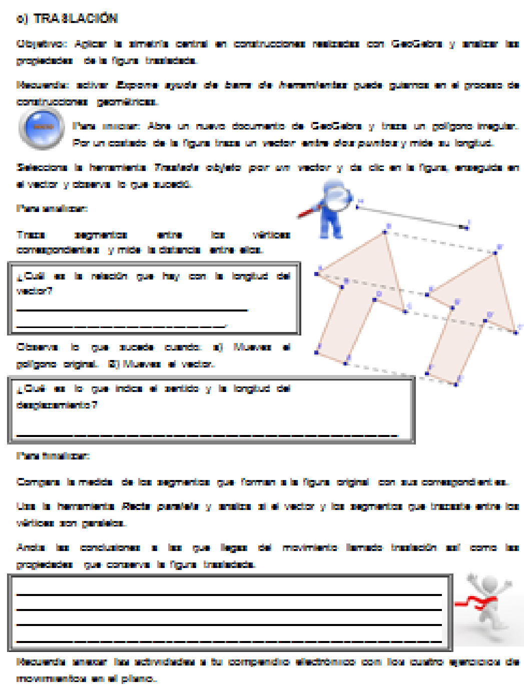
Para finalizar: Analiza lo que sucede cuando mueves la figura original, cuando mueves un vértice, cuando mueves el centro.

¿Qué propiedades conserva la figura original respecto a la homóloga?

____

Comentarios adicionales:

____



c) TRASLACIÓN

Objetivo: Aplicar la simetría central en construcciones realizadas con GeoGebra y analizar las propiedades de la figura trasladada.

Recuerda: activar *Expone ayuda de barra de herramientas* puede guiarnos en el proceso de construcciones geométricas.

Para iniciar: Abre un nuevo documento de GeoGebra y traza un polígono irregular. Por un costado de la figura traza un vector entre dos puntos y mide su longitud.

Selecciona la herramienta *Traslada objeto por un vector* y da clic en la figura, enseguida en el vector y observa lo que sucedió.

Para analizar:

Traza segmentos entre los vértices correspondientes y mide la distancia entre ellos.

¿Cuál es la relación que hay con la longitud del vector?

____

Observa lo que sucede cuando: a) Mueves el polígono original. B) Mueves el vector.

¿Qué es lo que indica el sentido y la longitud del desplazamiento?

____

Para finalizar:

Compara la medida de los segmentos que forman a la figura original con sus correspondientes.

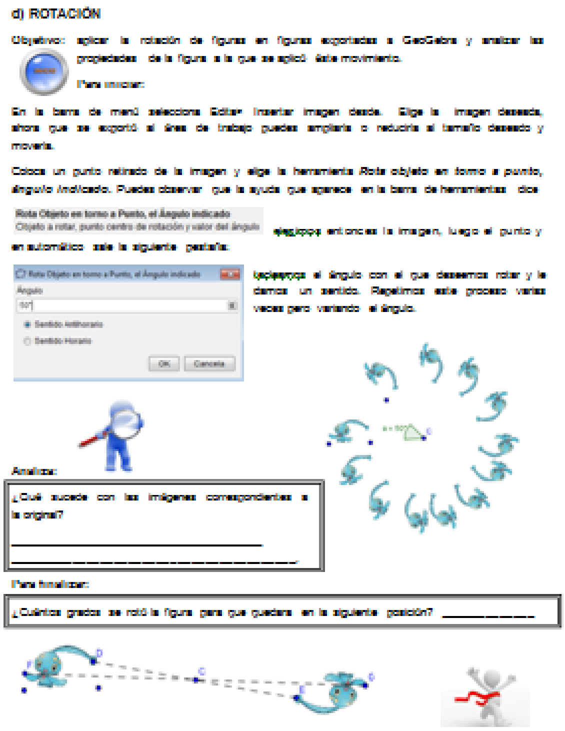
Usa la herramienta *Recta paralela* y analiza si el vector y los segmentos que trazaste entre los vértices son paralelos.

Anota las conclusiones a las que llegas del movimiento llamado traslación así como las propiedades que conserva la figura trasladada.

____

Recuerda anexar las actividades a tu compendio electrónico con los cuatro ejercicios de movimientos en el plano.

ISBN 978-9968-641-33-3


d) ROTACIÓN

Objetivo: aplicar la rotación de figuras en figuras exportadas a GeoGebra y analizar las propiedades de la figura a la que se aplicó éste movimiento.

Para iniciar:

En la barra de menú selecciona Editar Insertar imagen desde. Elige la imagen deseada, ahora que se exportó al área de trabajo puedes ampliarla o reducirla al tamaño deseado y moverla.

Coloca un punto retirado de la imagen y elige la herramienta *Rota objeto en torno a punto, ángulo indicado*. Puedes observar que la ayuda que aparece en la barra de herramientas dice

Rota Objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado
Objeto a rotar, punto centro de rotación y valor del ángulo

eligiendo entonces la imagen, luego el punto y en automático sale la siguiente pestaña.

Rota Objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado
Ángulo
Sentido Antihorario
Sentido Horario
OK Cancela

escogemos el ángulo con el que deseemos rotar y le damos un sentido. Repetimos este proceso varias veces pero variando el ángulo.

Analiza:

¿Qué sucede con las imágenes correspondientes a la original?

____

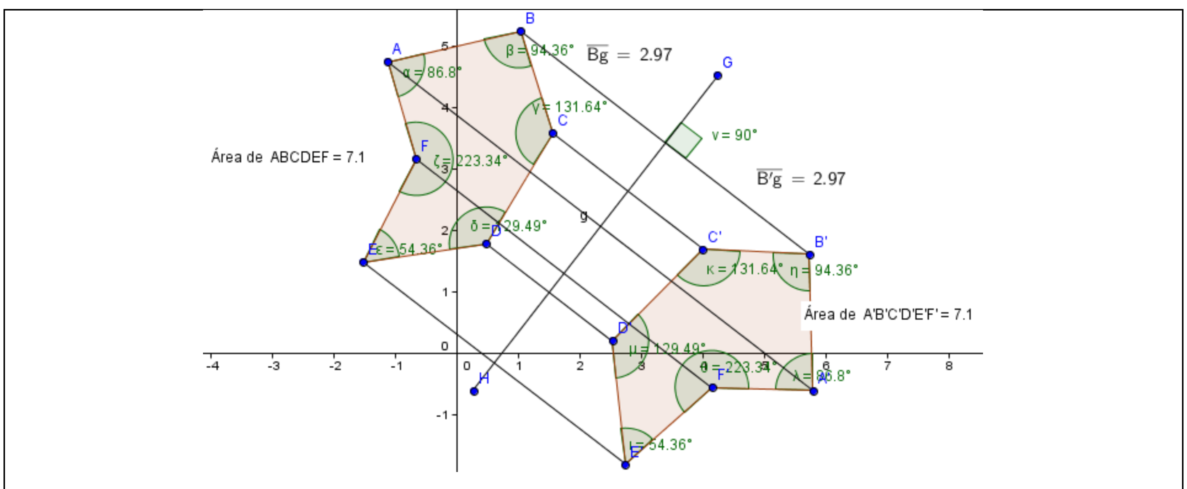
____

Para finalizar:

¿Cuántos grados se rotó la figura para que quedara en la siguiente posición? ____________

Respectivamente a cada apartado, se irá trabajando y realizando las construcciones respectivas a cada tema, logrando con ello visualizar los alcances que pueden lograrse tras realizar un trabajo con los alumnos, en donde la tecnología es una aliada que nos permite adquirir conocimientos.

Para finalizar este apartado veamos el análisis de una construcción realizada por los alumnos con el software:



Trabajo de simetría axial: Judit.

Se puede observar que la simetría se aplico correctamente, y para comprobarlo se utilizaron tres elementos de comparación: área, longitudes y ángulos, éstas magnitudes correspondientes son iguales. Así mismo se denota que se forma un ángulo de 90° entre el eje de simetría y el segmento BB´, siendo esto una característica más de la simetría axial: se forman lineas perpendiculares respecto al eje de simetría.

3. Demostración geométrica del Teorema de Apolonio. (Orientada a nivel bachillerato)

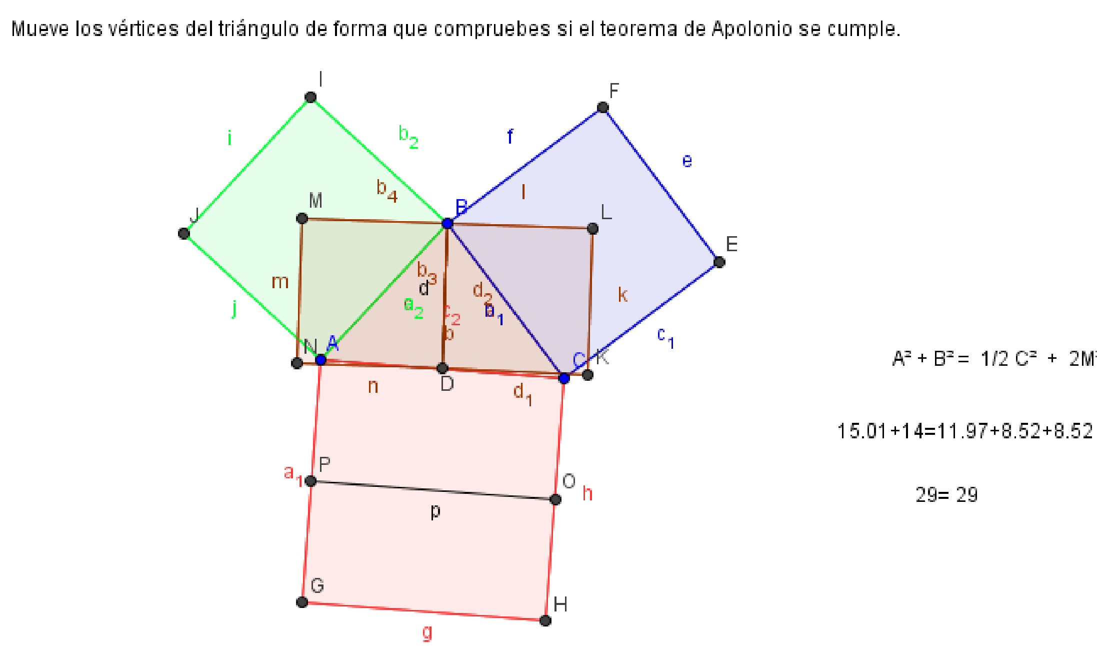
ISBN 978-9968-641-33-3

Recordando…

“Para todo triángulo la suma de los cuadrados de dos lados cualesquiera, es igual al la mitad del cuadrado del tercer lado más el doble del cuadrado de su mediana correspondiente.”

$$a^2 + b^2 = \frac{1}{2}\, c^2 + 2\, M^2$$

1. Iniciamos por ocultar los ejes, enseguida vamos a construir un triángulo cualesquiera.
2. Vamos a construir los cuadrados de dos lados cualesquiera del triángulo.
3. Trazamos el último cuadrado y tomando como referencia este lado, trazamos la mediatriz.
4. Sobre la mediatriz vamos a construir dos cuadrados.
5. Nota: si el cuadrado no queda con la orientación deseada, lo que tenemos que hacer es cambiar el orden de selección de los puntos, si habíamos seleccionado A-B ahora lo vamos a hacer B-A.
6. Para diferenciar las construcciones podemos darle color: seleccionamos un polígono, punto o segmento, damos clic derecho y seleccionamos “Propiedades de objeto…”. Aquí seleccionamos el polígono deseado, nos vamos a la opción color y ahí podemos cambiar el color y la opacidad. Cerramos la ventana.
7. Nos vamos a insertar texto:
8. Ponemos Polígono 2+Polígono 3=(1/2 polígono 4+2 Polígono 5)
9. Enseguida del = debemos cuidar que todo lo escrito quede dentro del mismo espacio sombreado. Si algún texto queda fuera los cálculos no resultarán, así que aquí podemos escribir dentro del espacio si es necesario. Los cálculos se van observando debajo del texto escrito.
10. Damos aceptar y ahora podemos mover las figuras y comprobar que el teorema efectivamente cumple esa condición.



4. Segunda Secuencia de Trabajo: La gráfica de una función cuadrática (Orientada a nivel Secundaria

ISBN 978-9968-641-33-3

SECUENCIA DE TRABAJO

Gráfica de una función cuadrática

NOMBRE DEL ALUMNO:
____

Objetivo: Analizar la gráfica de una parábola en la forma $y = (\mathrm{x} \pm \mathrm{h})^2 \pm \mathrm{k}$ de manera que se determine el vértice y lo que sucede al variar los valores de x, h, k.

Para iniciar: Abre el programa GeoGebra y coloca en la barra de entrada **y=x** y da Enter, ahora coloca **y=x²** y vuelve a dar Enter.

¿Qué diferencias observas entre una gráfica y otra?
____
____
____

La gráfica que se generó al graficar la función **y=x² se llama PARÁBOLA,** este tipo de gráficas se generan al representar en el plano cartesiano ecuaciones cuadráticas.

Para analizar:

¿La forma $y = (\mathrm{x} \pm \mathrm{h})^2 \pm \mathrm{k}$ crees que genere una parábola? _____________

Sustituye las variables **h** y **k** por números reales por ejemplo $y=(x+1)^2+1$, abre una nueva hoja en GeoGebra y coloca la función en la barra de entrada. ¿Se generó una parábola?
____

A partir de $y=(x\pm h)^2 + 1$ sustituye los valores de **h** por -1, -2, -3 grafica y observa la gráfica ¿Hacia qué dirección se desplaza la parábola? ____

Ahora sustituye los valores de **h** por 2, 3, 4 y grafica las funciones ¿Hacia qué dirección se desplaza la parábola? ____

Si grafico la función $y=(x+2)^2+2$ ¿Qué coordenadas tiene el vértice de la parábola?
____

Si quisiera que el vértice estuviera en (2,2) ¿Cuál debería ser la función?
____

Escribe la función adecuada para que los vértices estén en las siguientes coordenadas

(3,-2) $\rightarrow$ _______________ (-2,3) _______ $\rightarrow$ _______ (4, -3) ____________ $\rightarrow$

ISBN 978-9968-641-33-3

Para concluir: Abre una nueva hoja en GeoGebra y grafica nuevamente $y=(x+2)^2+2$

Observa que en la vista algebraica sale $y=x^2+4x+6$ ¿Será igual que lo que introducimos? ______

Desarrolla $(x+2)^2$ en la función y simplifica los valores. ¿Fue igual? ________________________

Análisis del trabajo desarrollado

La tecnología es una buena alidada cuando se le da el correcto uso, en el ámbito educativo nos favorece su dimensión pedagógica, es así que durante el trabajo que los alumnos realizaron se observaron actitudes favorables en ellos, tales como el agrado por cambiar el lugar de trabajo, contar con una computadora personal para trabajar, poder manejar un software, algunos alumnos no redujeron su trabajo a los contenidos de la secuencia, sino que estuvieron explorando lo que podían hacer con el software.

El trabajo permitió analizar las propiedades que se conservaban al aplicar los movimientos, permitió distorsionar las figuras permitiendo analizar que de un caso analizado se podían desprender más y llegar a generalidades.

El trabajo permitió con tecnología llegar a las siguientes funciones:

- Innovadora
- Motivadora
- Proporcionar una visión de la realidad
- Formativa
- Interactiva

Conclusiones

La geometría dinámica en la que se usan software educativos de matemáticas como GeoGebra posibilita que los estudiantes realicen construcciones en menor tiempo permitiendo llegar a un análisis más completo.

GeoGebra permite a los alumnos estudiar los movimientos en el plano de manera más clara permitiendo observar las semejanzas entre ellos así mismo diferenciar uno de otro.

El análisis de las propiedades que conservan las figuras al realizar movimientos en el plano, permite que comprobemos nuestras hipótesis pudiendo medir y comparar todo lo que queramos.

El uso de la tecnología permite ir generando constructos matemáticos por permitirnos analizar nuestras ideas y su posibilidad de existencia o veracidad.

Bibliografía

Escareño, F., López, O. (2007). Matemáticas 2. Movimientos en el plano. México: Trillas. 218-225.

Landaverde, F. (1970). Geometría. Simetría, movimientos de figuras y lugares geométricos. México: Progreso.

Pérez, C. (1998), La computadora un medio de apoyo didáctico, en Javier Arévalo Zamudio y Guadalupe Hernández Luviano (coords.), Didáctica de los medios de comunicación. Lecturas, México, DGMyME-SEP.

Burgos, J., Lozano A. (2011). Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración. Retos y realidades de innovación en el ambiente educativo. Cap. 1 Innovación educativa a través del uso estratégico de la tecnología de la información y comunicación. México: Trillas.

Gómez, A. (2007). La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de la tecnología. México: IPN.

Hernández, E. (2009). El uso de las tecnologías de la información y comunicación como elemento de la motivación en la enseñanza de las ciencias de la educación secundaria. México: IPN.

Julie, C., Leung, A., Thanh, N.C., Posadas, L., Sacristán, A.I., Semenov, A. (2010). Some Regional Developments in Access and Implementation of Digital Technologies and ICT. Chapter 17 in C. Hoyles and J.-B. Lagrange (eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*. New ICMI Study Series Vol 13, pp. 261-383. NY: Springer. ISBN 978-1-4419-0145-3. DOI 10.1007/978-1-4419-0146-0_17

Ley de Educación del Estado de México (2013). Recuperado de www.edomex.gob.mx/legistelfon/doc/pdf/ley/vig/leyvig180.pdf

Ley General de Educación (2013). Última reforma publicada DOF 10-06-2013. México. Recuperado de *www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/137.pdf*

Márqués, P. (2002). El Software Educativo. Recuperado de http://dewey.uab.es/pmarques/impacto.htm

Montenegro, L. (2005). Los Software Matemáticos. Perú. Recuperado de http://lmontenegroc01.zoomblog.com/

Moreno, L. (s.f). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia. Instrumentos matemáticos computacionales. México: IPN.

Plan de Desarrollo 2011-2017. Región XIII Toluca. Programa regional 2012-2017. Gobierno del Estado de México.

Sacristán A., Rojano T. (s.f). *The Mexican National Programs on Teaching Mathematics and Science with Technology: The Legacy of a Decade of Experiences of Transformation of School Practices and Interactions*. México: IPN.

SEP (2002). Orientaciones Académicas para la Elaboración del Documento Recepcional. Licenciatura en Educación Secundaria Séptimo y octavo semestres. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. México: SEP.

ISBN 978-9968-641-33-3

SEP (2007). Programa Sectorial de Educación 2007-2012. México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

SEP (2011) Plan de Estudios 2011. Educación Básica. México: SEP.

SEP (2011). Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro Educación Básica, Secundaria, Matemáticas. México: SEP.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Mathematical Modeling and its Sociocritical Dimension

Milton Rosa, Ed.M.
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
milton@cead.ufop.br

Abstract: Among innovative teaching methodologies, it is important to highlight the use of social-critical dimension of mathematical modeling approach to solve problem situations that afflict contemporary society. Research related to mathematical modeling and its social-critical dimension has redefined its objectives, and is developing a sense of its own nature and potential of research methods in order to legitimize its pedagogical action. In this regard, it is necessary to discuss the importance of philosophical and theoretical perspectives found in social-critical dimensions of mathematical modeling and its epistemology as well. The importance of a learning environment that helps students to develop their social-critical efficacy is supported by the use of mathematical modeling.

Keywords: Mathematical Modeling, Social-critical Dimension, Social-critical Efficacy.

Introduction

In order to reflect on the social-critical dimension of mathematical modeling, two questions are necessary:

- What is the role of schools in promoting students' social-critical efficacy?
- How do pedagogical practices currently used in the process of teaching and learning mathematics impact students' social-critical efficacy?

This allows us to determine the main goals for schools that relate to the development of creativity and criticality to help students apply different tools to solve problems faced in their daily lives as well as competencies, abilities, and skills to help them to live in society.

Unfortunately, in most cases, these goals are established in school curricula without the participation of community input. This curricular aspect contributes to an authoritarian education which unmotivates and promotes passivity in the teachers and students. The focus of education must be to prepare both teachers and students to be active, critical, and reflexive participants in society. However, in order to reach this objective, it is necessary that the community supports teaching and learning processes that help students to develop their social-critical efficacy. This means that teachers should be encouraged and supported to adopt pedagogical practices that allow their students to critically analyze problems that surround them in order to promote social justice.

Conceptualizing Social-Critical Efficacy

One of the most important characteristics of teaching for social-critical efficacy is the emphasis on developing the students' critical analysis of the power structures of society. Another important feature of this kind of teaching is

ISBN 978-9968-641-33-3

related to their students own reflection reflective abilities about social elements that underpin underlie life in a globalized world. Thus, critical perspectives in relation to social conditions affect their own experiences and may help them identify common problems and collectively develop strategies to solve them.

This is a form of transformatory learning based on students' previous experiences, which aims to create conditions that help to challenge predominant and harmful values. By using their own experiences combined with critical reflection on these experiences, students are able to develop their own rational discourse in order to create meanings that are necessary for the structural transformation of society (D'Ambrosio, 1990).

Rational discourse is a special form of dialogue in which all parties have the same rights and duties to claim and test the validity of their arguments in an environment free of social and political domination. In so doing, rational discourse provides an action plan that allows participants to dialogue, resolve conflicts, and engage collaboratively to solve problems in accordance to a set of specific rules. In this type of discourse, intellectual honesty, elimination of prejudices, and critical analysis of the facts are important aspects that allow dialogue to happen rationally (Rosa & Orey, 2007). This context is related to rational transformation that encourages the critical analysis of social phenomena. In this kind of educational environment, discourse, conscious work, intuition, creativity, criticality presents us with important elements that help students to develop their own social-critical abilities.

Teaching for Social-Critical Efficacy

Education towards students' social-critical abilities places them at the center of the teaching and learning process. In this regard, classrooms become learning environments in which students to develop creative and critical abilities by applying transformatory pedagogical approaches. However, in order for this kind of education to be implemented in classrooms, it is necessary to discard many traditional pedagogical approaches (Jennings 1994). Teaching becomes a social-cultural activity that should induce students to the creation of knowledge instead of its transmission. This means that pedagogical transformation approaches are the antithesis of pedagogical approaches that seek to transform students into containers filled with information in a *banking mode* of education (Freire, 2000).

Currently, the debate between the two teaching approaches continues, but the discussions are centered in relation to content to be taught and limited in relation to the time required to teach these contents. In this regard, there is a need to elaborate a mathematics curriculum that promotes critical analysis, active participation, and social transformation (Rosa and Orey 2007). There is a need for curriculum changes that seek to prepare teachers and students to become critical and responsible citizens. This mission aims to use mathematics to find practical solutions to problems faced by society, which must be in accordance to the values and beliefs practiced by communities. This means that it is impossible to teach mathematics or other curricular subjects in a way that is neutral and insensitive to the true reality experienced by students (Fasheh, 1997).

Thus, an important objective for schools in a democratic society is to provide the necessary tools and information through relevant activities so that students have necessary tools to discuss and critically analyze curricular content by enabling them to solve daily problems and phenomena. In our point of view, mathematical modeling is a teaching methodology focused on students' social-critical efficacy because it engages them in relevant and contextualized activities, which allow them to be involved in the construction of mathematical knowledge.

Theoretical Basis for the Social-Critical Dimension of Mathematical Modeling

The theoretical basis for the social-critical dimension of mathematical modeling has its foundations in *Sociocultural Theory* and the *Critical Theory of Knowledge*.

Sociocultural Theory

Learning occurs through socialization because knowledge is better constructed when students work in groups and act cooperatively in order to support and encourage each other. This approach allows students to reflect on complex

ISBN 978-9968-641-33-3

problems embedded in real situations that help to construct knowledge by connecting it to other knowledge areas in an interdisciplinary way. According to this perspective, students' engagement with a sociocultural environment helps them to be involved in meaningful and complex activities. It is through social interaction (Vygotsky,1986) among teachers and students from distinct cultural groups that learning is initiated and established.

Thus, in the mathematical modeling process, the social environment also influences cognition in ways that are related to cultural context. In this context, collaborative work between groups of teachers and students makes learning more effective as it generates levels of mathematical thinking through the use of socially and culturally relevant activities Thus context allows the use of a *dialectical constructivism* because the source of knowledge is based on social interactions between students and environments in which cognition is the result of cultural artifacts in these interactions (Rosa & Orey, 2007).

Critical Theory of Knowledge

Studies of Habermas' *Critical Theory of Knowledge* reinforces the importance of social context for the teaching and learning processes because this theory promotes the development of students' critical consciousness so that they are able to analyze how social forces shape their lives. This analysis occurs through intellectual strategies such as interpersonal communication, dialogue, discourse, critical questionings, and proposition of problems taken from reality.

The effects of social structure influence distinct knowledge areas purchased by individuals in the social environment, and are partly determined by interests that stimulate and motivate these individuals. Thus, in this this theory it is recognized that there are three knowledge domains (Habermas,1971):

a) *Technical Knowledge (prediction)* is defined by the way individuals control and manipulate the environment. It is gained through empirical investigations and governed by technical rules. In the mathematical modeling process, students apply this instrumental action when they observe the attributes of specific phenomena, verify if a specific outcome can be produced and reproduced, and know how to use rules to select different and efficient variables to manipulate and elaborate mathematical models (Brown, 1984).

b) *Practical Knowledge (interpretation and understanding)* identifies individuals' social interaction through communication. In the mathematical modeling process, students communicate by using hermeneutics (written, verbal, and non-verbal communication) to verify if social actions and norms are modified by communication. It is in this kind of knowledge that meaning and interpretation of communicative patterns interact to construct and elaborate the community understanding that serves to outline the legal agreement for the social performance.

c) *Emancipatory Knowledge (criticism and liberation)* is defined by the acquisition of insights that seek to emancipate individuals from institutional forces that limit and control their lives. It is necessary to determine social conditions that cause misunderstandings in the communication process, tactics that may be used to release particular oppressive and repressive forces, and risks that are involved in these tactics. The objective of this kind of knowledge is to emancipate individuals from diverse modes of social domination. In the mathematical modeling process, insights gained through critical self-awareness of the elaboration of mathematical models are emancipatory in the sense that students may be able to recognize the correct reasons to solve problems faced by their communities. During this process, knowledge is gained by self-emancipation through reflection leading to a transformed consciousness.

However, learning begins to be generated in the technical knowledge in conjunction with the social existence through interactive and dialogical activities. In the mathematical modeling process, this approach helps students to take ownership of the emancipatory knowledge. In this perspective, knowledge is translated in an interdisciplinary and dialogical ways so they can be used as instruments for social transformation.

Determining an Epistemology of the Social-Critical Dimension of Mathematical Modeling

ISBN 978-9968-641-33-3

Currently, there is no general consensus on specific epistemologies for social-critical dimensions of mathematical modeling, which we describe as a process that involves the elaboration, critical analysis, and validation of a model that represents a system taken from reality. In this regard, mathematical modeling can be considered as an artistic process because in the process of elaboration of a model, the modeler needs to possess mathematical knowledge as well as developing a sense of intuition and creativity that enables interpretation (Biembengut & Hein, 2000). In so doing, students need to work in a motivating learning environment so that they are able to develop and exercise their creativity and criticality through critical analysis of along with the generation and production of knowledge.

According to this context, mathematical modeling may be considered a learning environment in which students are invited to inquire and investigate problems that come from other areas of reality (Barbosa, 2001). In this learning environment, students work with real problems by using mathematics as a language for understanding, simplifying, and solving these situations in an interdisciplinary fashion (Bassanezi, 2002). Mathematical modeling is a method using applied mathematics that was transposed to the field of teaching and learning as one of the ways to use reality in the mathematics curriculum (Barbosa, 1999).

From this perspective, there are at least three distinct mathematical modeling pedagogical practices that may be used in the school curriculum (Barbosa, 2001):

a) *Case 1*: Teachers choose a problem, a situation, or a phenomenon and then describes it to the students. According to the curriculum content to be developed, teachers provide students with necessary mathematical tools that are suitable to the elaboration of the mathematical models in order to solve the proposed problem. In our opinion, this is the first step to integrate mathematical modeling to teaching and learning processes. However, for the development of social-critical efficacy, there is need for active involvement in the process of teaching and learning (Rosa & Orey, 2007).
b) *Case 2*: Teachers suggest and elaborate the initial problem. Students need to investigate the problem by collecting data, formulating hypotheses, and making necessary modifications in order to develop the model. Students themselves are responsible for conducting the activities proposed in order to develop the modeling process. One of the most important stages of the modeling process refers to the elaboration of a set of assumptions, aiming to simplify and solve the mathematical model to be developed. In order to work with activities based on the social-critical dimensions of modeling, it is necessary that students relate these activities to problems found in their community and/or reality (Rosa, Orey, & Reis, 2012). For example, such activity may be related to the concentration of pollutants in a river, which may help students to reflect on the mathematical aspects involved in this problem, enabling them to understand this phenomenon so they can critically solve this situation by turning it into positive action for their community.
c) *Case 3*: Teachers facilitate modeling processes by allowing students to choose their own themes that have particular value and interest. Then, students are encouraged to develop a project in which they are responsible for all stages of the process, that is, from formulation of the problem to the validation of the solution. The supervision by teachers is constant during the mediation of the modeling process, and enables students' social-critical engagement in the proposed activities.

However, even though there may be some disagreement regarding the use of a specific mathematical modeling pedagogical practices, it is possible to conduct activities, experiments, investigations, simulations, and research projects that interest and stimulate students at all educational levels. Thus, the choice of the approach to be used by teachers depends on the content involved, the maturity level of the students and the teachers' confidence with the modeling process in the classroom. However, we emphasize that the critical analysis of the results obtained in either approach must be highly encouraged and developed.

During the development of the modeling process, the problems chosen and suggested by teachers or those selected by students must be used to get them to critically reflect on all aspects involved in the situation to be modeled. These aspects are related to interdisciplinary connections, the use of technology, and the discussion of environmental, economic, political, and social issues. Thus, the use of content in the social-critical context is directed towards the critical analysis of problems faced by the community.

Reflective aspects are related to an *open* aspect or approach to the mathematics curriculum because its pedagogical practices offer activities that apply multiple perspectives, which require constant critical reflection on these

ISBN 978-9968-641-33-3

solutions. However, the open nature of modeling activities may be difficult for students to initially understand and develop a model that satisfactorily represents the problem under study (Barbosa, 2001). Thus, the dialogical and mediator role of the teachers is very important during the modeling process.

An Emancipatory Approach of the Social-Critical Dimension of Mathematical Modeling

The social-critical dimension of mathematical modeling may considered an extension of the Critical Theory of Knowledge. In this regard, the emancipatory approach directs the educational objectives by addressing social and political issues in the pedagogical practices used in educational systems.

According to the Brazilian National Curriculum for Mathematics (Brazil, 1998), students need to develop their own autonomous ability to solve problems, make decisions, work collaboratively, and communicate effectively. This approach is based on abilities, which help students to face challenges posed by society by turning them into flexible, adaptive, reflexive, critical, and creative citizens. This perspective is also related to the sociocultural dimensions of mathematics, which is closely associated with the ethnomathematics as program (D'Ambrosio, 1990). This aspect emphasizes the role of mathematics in society by highlighting the necessity to analyze the role of critical thinking about the nature of mathematical models as well as function of modeling to solve everyday challenges.

The Process of the Social-Critical Dimension of Mathematical Modeling

Mathematical modeling provides concrete opportunities for students to discuss the role of mathematics as well as the nature of their models as they study systems taken from reality (Sriraman & Kaiser, 2006).

In accordance to this point of view, mathematical modeling may be understood as a language to study, understand, and comprehend problems faced community (Bassanezi, 2002). For example, mathematical modeling is used to analyze, simplify, and solve daily phenomena in order to predict results or modify the characteristics of these phenomena.

In this process, the purpose of mathematical modeling becomes the ability to develop critical skills that enable teachers and students to analyze and interpret data, to formulate and test hypotheses, and to develop and verify the effectiveness of mathematical models. In so doing, the reflections become a transforming action, seeking to reduce the degree of complexity through the choice of a system that can represent it (Rosa & Orey, 2007).

By developing strategies that encourage students to explain, understand, manage, analyze, and reflect on all parts of this system, the process optimizes pedagogical conditions for teaching and learning so that students understand a particular phenomenon in order to act effectively and transform phenomenon according to the needs the community. Figure 1 shows the social-critical mathematical modeling cycle.

ISBN 978-9968-641-33-3

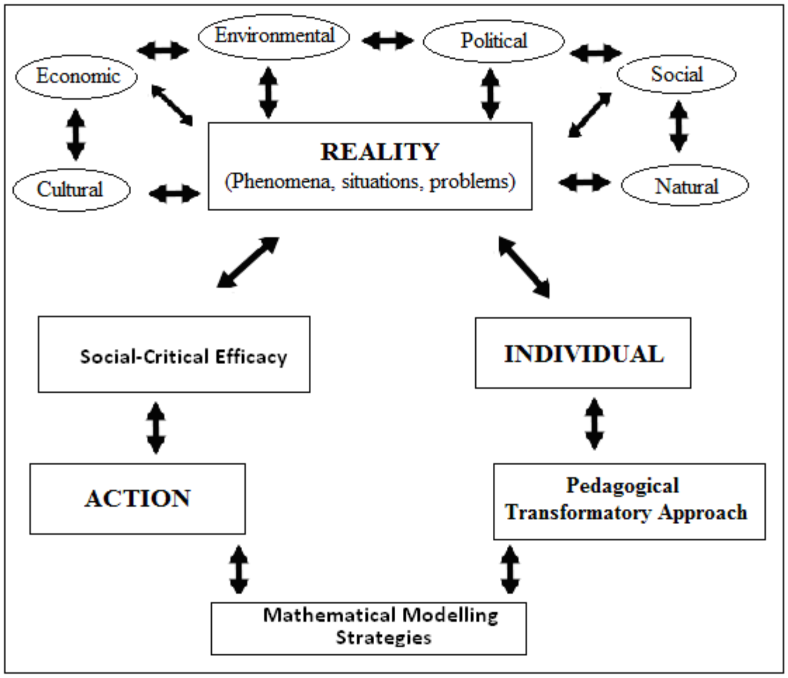


Fig. 1: Social-critical mathematical modeling cycle

The application of the social-critical dimension of modeling allows mathematics to be seen as a dynamic and humanized subject. This process fosters abstraction, the creation of new mathematical tools, and the formulation of new concepts and theories. Thus, an effective way to introduce students to mathematical modeling in order to lead them towards the understanding of its social-critical dimension is to expose them to a wide variety of problems or themes. As part of this process, questionings are used to explain or make predictions about the phenomena under study through the elaboration of models that represent these situations (Rosa & Orey, 2007).

However, the elaboration of mathematical models does not mean they will develop a set of variables that are qualitative representations or quantitative analysis of the system because models are understood as approximations of reality. Since mathematical modeling is a process that checks whether parameters are critically selected for solutions to models in accordance to their interrelationship to selected variables from holistic context of reality, it is not possible to explain, know, understand, manage, and cope with reality outside of a holistic context (D'Ambrosio, 1993). From a social-critical context, mathematical modeling is impossible to work without the theories and techniques that facilitate solutions for models that are not simply memorized and then forgotten. Traditional learning often prevents time for students to learn creativity, conceptual elaboration, and the development of logical and critical thinking.

Social-critical dimensions of modeling are based on autonomy, which aims to facilitate the expansion of world views, autonomous thinking, and contributions towards the full exercise of citizenship. According to this perspective, social-critical dimensions of mathematical modeling facilitate the competencies, skills, and abilities necessary for teachers and students to play a transformative role in society (Rosa & Orey, 2006).

Final considerations

Fundamental characteristics of teaching towards social-critical efficacy emphasize a critical analysis of power structures of society through modeling. As well, modelers are encouraged to reflect on social elements that underpin our increasingly globalized world. Thus, a student's critical perspective in relation to social conditions affect their own experiences help them to identify common problems and collectively develop strategies (D'Ambrosio, 1993).

ISBN 978-9968-641-33-3

This is unique and transformatory form of learning creates conditions that help teachers and students to work together to challenge worldviews and values dominant in our society. Through these experiences, students are guided towards to developing rational discourse by creating meanings that are necessary for the structural transformation of society (Freire 2000). This transformation involves critical analysis of social phenomena through the elaboration of data-based mathematical models.

In this context, mathematical modeling becomes a teaching methodology that focuses on the development of a social-critical efficacy that engages students in a contextualized teaching-learning process that allows them to get involved in the construction of solutions of social significance (Rosa & Orey, 2007).

This social-critical dimension of mathematical modeling is based on the comprehension and understanding of reality, in which students reflect, analyze and take action on this reality. When we borrow systems from reality, students begin to study the symbolic, systematic, analytical and critically contexts to their work. In this regard, starting from real problem situations, students learn to make hypotheses, test them, correct them, make transfers, generalize, analyze, complete and make decisions about the object under study. Thus, using social-critical mathematical modeling can explain ways to work with reality through a transformational action that reduces its complexity, and which allows students to explain, understand, manage and find solutions to their own interests and problems.

References

Barbosa, J. C. (1999). O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? [What do teachers think about mathematical modeling?] *Zetetiké, 7*(11), 67-85.

Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem matemática*: concepções e experiências de futuros professores [Mathematical modeling: conceptions and experiences of prospective teachers]. Doctorate thesis in Mathematics Education. Rio Claro, SP: UNESP 2001.

Bassanezzi, R. C. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática [Teaching and learning with mathematical modeling]. São Paulo, SP: Contexto.

Biembengut, M. S.; Hein, N. (2000). Modelagem matemática no ensino [Mathematical modeling in teaching]. São Paulo, SP: Contexto, 2000.
Brasil. (1998). Parâmetros curriculares nacionais (PCNs): matemática [National curricular parameters: mathematics]. Brasília, DF: MECSEF.

Brown, M. M. (1984). Needed: a critical science perspective in home economics. Meeting of the American Homes Economics Association, Anaheim, CA.

D'Ambrosio, U. (1990). Etnomatemática [Ethnomathematics]. São Paulo, SP: Editora Ática.

D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: um programa [Ethnomathematics: a program]. A Educação Matemática em Revista, 1(1), 5-11.

Fasheh, M. (1997). Is math in classroom neutral or dead? A view from Palestine. *For the Learning of Mathematics*, *17*(20), 24-27.
Freire, P. (2000). *Pedagogy of the oppressed*. New York, NY: Continuum.

Habermas, J. (1971). *Knowledge and human interests*. Boston, MA: Beacon Press.

ISBN 978-9968-641-33-3

Jennings, T. (1994). Social justice in the elementary classroom. *Social Studies and the Young Learner*, *7*(1), 4-6.

Rosa, M.; Orey, D. C. (2006). Abordagens atuais do programa etnomatemática: delineando-se um caminho para a ação pedagógica [Current approaches in the ethnomathematics as a program: delineating a path toward pedagogical action]. *BOLEMA*, *19*(26), 19 – 48.

Rosa, M.; Orey, D. C. (2007). A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sóciocrítica [Critical dimension of mathematical modeling: teaching for social-critical efficacy]. *Horizontes*, *25*(2), 197-206.

Rosa, M.; Reis, F. S.; Orey, D. C. (2012). A modelagem matemática crítica nos cursos de formação de professores de matemática [Critical mathematical modeling in the mathematics teacher education program]. *Acta Scientiae, 14*(2), 159-184.

Vygotsky, L. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Mito, realidad y aprendizaje en secundaria, con las redes sociales en la enseñanza de la matemática

Viviana Esquivel Vega
viviana.esquivel@fod.ac.cr
Kory Castillo Castillo
korycastillo@gmail.com

Programa Nacional de Informática Educativa
Ministerio de Educación Pública
Fundación Omar Dengo

Resumen: La experiencia educativa documentada en este trabajo ofrece datos acerca del uso que la población estudiantil hace de las redes sociales y propone cómo romper con algunos mitos que alejan a educadores y educadoras de implementar herramientas digitales en sus lecciones.

Está dirigido a la población docente en general y toma como ejemplo a estudiantes de secundaria que reciben lecciones de matemática en diversos colegios de la comunidad de Buenos Aires de Puntarenas.

El principal aporte es la documentación de herramientas y estrategias, las cuales se muestran a aquellas instituciones que desean propiciar el uso de redes sociales en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en secundaria.

Palabras claves: Redes sociales, aprendizaje en matemática, competencias del siglo XXI

Abstract

Myth, Reality, and Learning in Secondary Education Using Social Media in Teaching Mathematics

The educational experience documented in this work offers data surrounding the student population's use of social media and proposes how to break away from some myths that keep educators from implementing digital tools in their lessons.

This report is directed at the teacher population in general and uses examples from students in secondary education that receive math lessons in diverse high schools in the community of Buenos Aires, Puntarenas.

The main input for this report is documentation on tools and strategies used by institutions that wish to implement the use of social networks in the teaching and learning of math in secondary education.

Introducción

Las formas de aprender y enseñar en el siglo XXI han cambiado; la inserción de las redes sociales en los ámbitos educativos se han convertido en un fenómeno que crece y diversifica, ofreciéndose como un medio para poblaciones estudiantiles que se comunican, actúan y aprenden de manera diferente a como

ISBN 978-9968-641-33-3

lo hicieron sus profesores y profesoras. La enseñanza de la matemática no está exenta de esta transformación mundial y ha requerido de nuevas rutas y recursos didácticos que le permitan alcanzar los propósitos de aprendizaje que los programas de estudio definen.

Sin embargo, muchos son los mitos y barreras que se circunscriben a la utilización de las redes sociales como medio de aprendizaje y principalmente con matemática, la materia estigmatizada como compleja y tediosa. El propósito de esta ponencia es dar a conocer datos que permitan analizar el uso que la población estudiantil hace de las redes sociales y romper algunos mitos que alejan a educadores y educadoras de implementar herramientas digitales en sus lecciones.

El desarrollo de este trabajo propone dejar en evidencia cómo la población estudiantil utiliza las redes sociales y muestra algunas formas de cómo desarrollar contenidos matemáticos de manera segura y eficiente, además, establece conclusiones en cuanto al aprovechamiento de herramientas digitales para el desarrollo de una mediación enfocada en la producción estudiantil y en la comprensión de los conceptos estudiados.

Está dirigido a la población docente en general y toma como referente a estudiantes de secundaria que reciben lecciones de matemática en diversos colegios de la comunidad de Buenos Aires de Puntarenas.

El principal aporte es la documentación de herramientas, estrategias y recomendaciones, para a aquellas instituciones que desean propiciar el uso de redes sociales en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en secundaria.

La matemática desde los huesos, el árbol, la piedra y el papel, hasta la era de las computadoras.

Durante millones de años el conocimiento ha sido construido por maestros y aprendices, surge de necesidades explícitas y es aplicado de múltiples maneras según el pueblo o nación. La matemática ha estado presente en esta construcción colectiva por siglos, no solo como ciencia de estudio sino como elemento dinámico de aplicación y utilización cotidiana desde que existió el primer grupo humano hasta nuestros días.

Desde la prehistoria inicia la necesidad de contar, de organizar lo que se tenía en función de la sobrevivencia, era inevitable crear símbolos que representaran cantidades y además surgía la imperante obligación de dejar registro de lo que se hacía.

Medir y contar fueron las primeras actividades matemáticas de los hombres primitivos, de acuerdo con historiadores como Hans Wussin y Ian Stewart se marcaban los huesos para hacer recuentos y predecir ciclos lunares. Los troncos de los árboles fueron usados también para medir el tiempo y el número de animales que poseían según Stewart (2007, pág. 14).

Los Paleobabilonios (1900-1600 a.C) mencionados por Stewart (2007, pág. 15), plasmaron sus vestigios de pensamiento en tablillas de barro. Un ejemplo de ello es la Plimpton 322[12] la cual está escrita en cuneiforme y es parte de una colección aproximadamente de 400 tablas que contienen listas de problemas matemáticos.

En Egipto se encontraron las primeras huellas del desarrollo de una ciencia matemática. Las periódicas inundaciones del Nilo los llevaron a perfeccionar la Aritmética y la geometría. Otro ejemplo a destacar

[12] Nueva York editor Arthur George Plimpton compra la pastilla de un distribuidor arqueológico, Edgar J. Banks, en alrededor de 1922, y legó con el resto de su colección a la Universidad de Columbia, a mediados de 1930. Según los bancos, la tableta vino de Senkereh, un sitio en el sur de Irak, que corresponde a la antigua ciudad de Larsa.

ISBN 978-9968-641-33-3

es el papiro de Rhind, (1650 A-. C.), uno de los más valiosos y antiguos documentos matemáticos que existen, pues presenta múltiples problemas y soluciones de ecuaciones de segundo grado. (Bruckheimer, M. and Y. Salomon 1977, págs. 445-452.)

Con el paso del tiempo la contribución de los pueblos orientales y semíticos (indio, chino, musulmán, persa, judío, etc.) junto con los griegos favorecieron la conformación de sistemas que permitieran explicar y demostrar el conocimiento que se impregnaba en documentos, objetos y más adelante en libros.

Y al llegar la era de la información y el conocimiento se develan nuevas formas de representación y comunicación de lo que se aprende y cómo se aprende con la matemática, el fenómeno tecnológico se vuelve el representante gráfico del conocimiento más utilizado, y los procesos de enseñanza y aprendizaje se ven obligados a renovarse.

La necesidad de compartir el conocimiento y de comunicarse es la misma en el ser humano que hace 10000 años, son los recursos los que han variado conforme evoluciona la invención moderna de aparatos y sistemas; por tal razón, las redes sociales se han configurado como un ente de gran influencia para el aprendizaje de las nuevas generaciones y es en esta era en donde debe aprovechar su dinámica y potencial.

La inserción de la tecnología en la sociedad costarricense y la enseñanza de la matemática.

En pleno siglo XXI las generaciones estudiantiles poseen características particulares que les identifica dentro de perfiles sociales enfocados en la utilización de herramientas que facilitan el acceso a la información y la comunicación. Según la encuesta sobre calidad de vida realizada por UNIMER[13] para el periódico La Nación de Costa Rica en el año 2013, en diez años la tecnología se sumó a las facetas más importantes en la vida de los costarricenses. Datos del estudio revelan que el 87% de los encuestados utilizan el teléfono celular en un día típico entre semana, y lo hacen en promedio durante 2,3 horas al día. Mientras tanto, la computadora es usada por el 44% de los costarricenses, y a ella le dedican en promedio tres horas diarias. (Periódico La Nación, Costa Rica, ed. 25 de junio de 2013).

Por otro lado, en el plano educativo según el Programa Estado de la Nación en el cuarto informe de la educación costarricense indica que en la prueba de competencia matemática en las pruebas PISA[14] Costa Rica ocupó el puesto 55 de las 74 naciones participantes. "La media del puntaje obtenido por los alumnos de los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) fue de 496, en contraste con los 409 puntos logrados por la representación nacional" (Estado de la educación, 2013, pág. 66).

Los datos anteriores abren líneas de discusión en torno a ¿Cuáles variables inciden en los resultados obtenidos? ¿Qué sucede con la enseñanza de la matemática actualmente?

Según el estado de la educación existen aspectos de corte demográfico como por ejemplo: les va mejor a las personas que cursan adelantadas un nivel, el sexo (los hombres obtienen mejores resultados que las mujeres) y el vivir con ambos padres. En el plano de las variables institucionales el único factor que de manera significativa predice los resultados de la prueba es la existencia de dificultades para desarrollar

[13] UNIMER: empresa de investigación de mercados y opinión pública para Costa Rica y Centroamérica.

[14] El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. (PISA, por sus siglas en inglés), tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber.

ISBN 978-9968-641-33-3

la enseñanza… Conforme aumenta el índice de dificultades para la enseñanza disminuye el rendimiento académico. (Estado de la educación, 2013, pág. 67).

A partir del panorama anterior aunado a otras particularidades asociadas a los procesos educativos, el Ministerio de Educación Pública en coordinación con varias entidades nacionales inició un proceso de reforma en la enseñanza de la matemática que integra la tecnología como herramienta de apoyo y complemento a los procesos de mediación pedagógica. Este paso ha generado apertura a nuevos caminos y modelos de enseñanza que buscan hacer de la matemática una materia no solo más amena sino una materia para la vida.

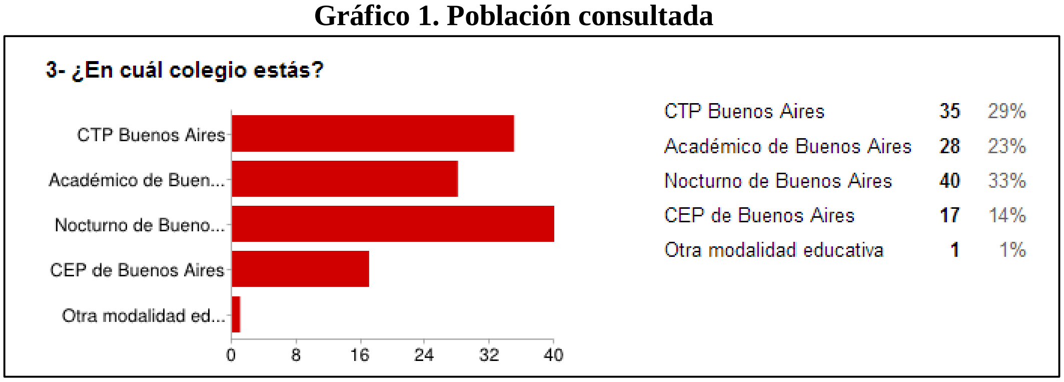
La utilización de las redes sociales: datos de nuestro entorno.

En Costa Rica cada vez es más frecuente escuchar que la ciudadanía hace uso de redes sociales, pues son parte de la dinámica de convivencia y de las tareas diarias de los ticos y las ticas. Cabe destacar que en el 2013 un estudio de la empresa UNIMER realizado para el periódico El Financiero de Costa Rica denominado RED 506, analizó el perfil y comportamiento de los usuarios de Internet y redes sociales en el Gran Área Metropolitana (GAM) y en los resultados obtenidos dio a conocer que el 86% de los entrevistados accede a redes sociales como parte de sus actividades favoritas realizadas en la red en los últimos 12 meses. Alrededor de 1 millón de personas entre 12 y 75 años en la GAM ingresó a redes sociales en el último año. El 97% de personas entrevistadas utilizan Facebook como su red social preferida (Periódico El Financiero, Costa Rica, ed. 14 abril 2014). Lo anterior refleja que el uso de redes sociales es parte de la vida cotidiana de la sociedad costarricense.

La experiencia en Buenos Aires de Puntarenas, uso de redes sociales en secundaria.

Otros datos relevantes para analizar, corresponden al uso que hace de las redes sociales la población joven estudiantil en los centros educativos de secundaria, por tal razón, entre abril y mayo del año 2014 se presentó un cuestionario en línea a algunas secciones de estudiantes en cuatro diferentes colegios en edades entre los 12 y los 18 años de la zona céntrica del cantón de Buenos Aires, en el que se consultó una serie de aspectos relacionados con el uso de las redes sociales y el vínculo que hacían en la parte educativa. Al respecto, se hace un recorrido por las principales preguntas y un análisis en torno a la discusión educativa que esto puede generar:

Gráfico 1. Población consultada

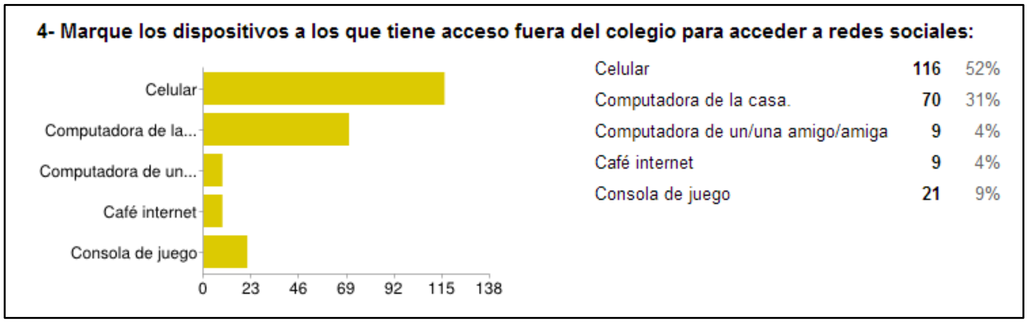


La población participante fue escogida al azar y provenían especialmente de grupos que estuvieran recibiendo lecciones de matemática con su respectivo profesor/profesora. Estuvo presente estudiantado

ISBN 978-9968-641-33-3

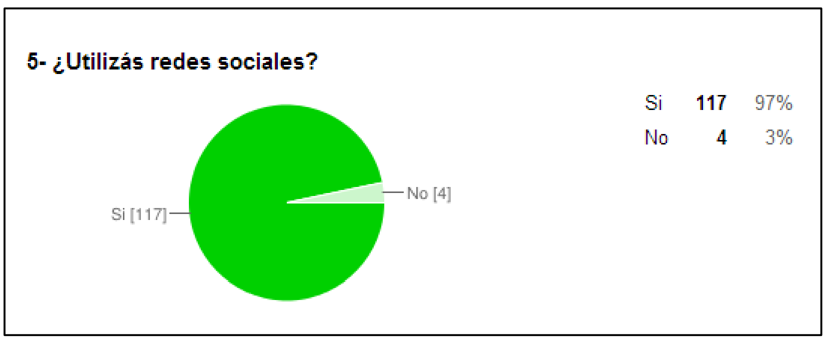
del Colegio Técnico de Buenos Aires, así como del Académico, además del Colegio Nocturno y también estudiantes del colegio privado de la compañía PINDECO. En total se interactuó con 121 estudiantes.

Gráfico 2. Dispositivos utilizados fuera del colegio para acceder a redes sociales



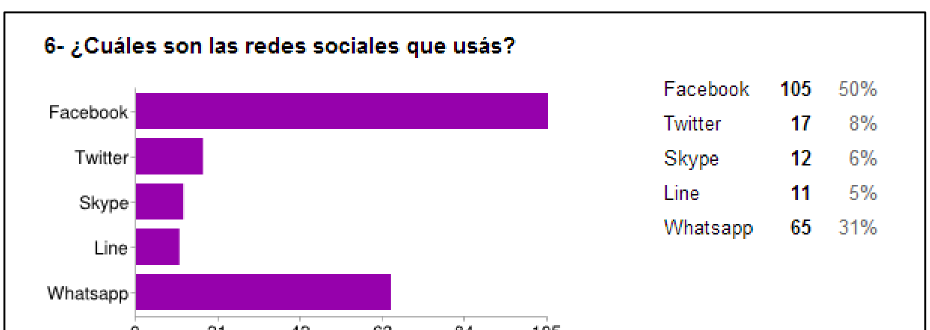
En este caso fue interesante mirar cómo la mayoría de estudiantes indicaba que el mayor acceso a redes sociales lo tenían a través de su celular y es el dispositivo que más usan para consultas. Hubo tres estudiantes del CTP de Buenos Aires que indicaron acceder a través de Tabletas electrónicas.

Gráfico 3. Utilización de redes sociales



De los cuatro estudiantes que dijeron no utilizar redes sociales, dos indicaron que habían cerrado sus cuentas por problemas con otros compañeros y que preferían mantenerse alejados por un tiempo. Los dos restantes manifiestan no tener interés en conocer o interactuar con sus amigos en redes sociales.

Gráfico 4. Preferencias en redes sociales



En este apartado se muestra significativamente la preferencia de uso del Facebook por sobre el resto de redes que son también conocidas por la población estudiantil, Whatsapp se posiciona y gana terreno,

ISBN 978-9968-641-33-3

en el siguiente apartado se conocerá las razones por las cuales indican que prefieren una u otra red social.

Cuadro 1. Opiniones reincidentes de estudiantes en relación con el uso de las redes sociales

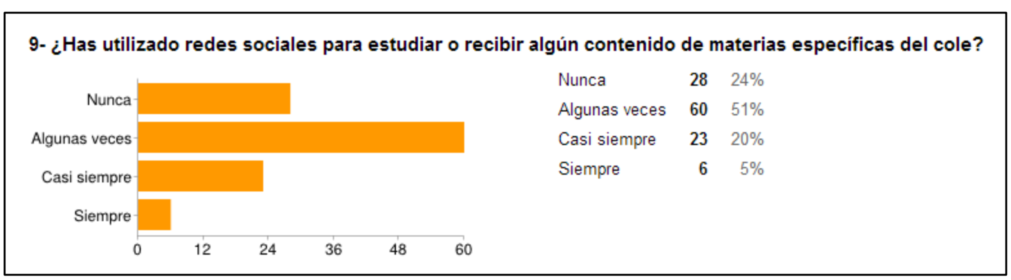
	Facebook	Whatsapp	Otras
¿Cuál red social preferís y por qué?	Es más visual y más público, más entretenido, más variedad y flexibilidad de opciones. (50 comentarios)	Todo es más directo da más facilidad a un grupo, más cerrado y privado de personas conocidas. (30 comentarios)	Estoy en contacto con familia fuera del país. Puedo hacer Videollamadas (5 comentarios)
	Es considerado como un noticiero juvenil “CNN en español” (7 comentarios)	Es considerado más privado y especial para grupos. (17 comentarios)	
	Se conoce más gente para jugar y ver fotos y porque todo es gratuito. (6 comentarios)	Casi no se gasta saldo. Porque tenemos grupos y los amigos que es más rápido.. y hay más facilidad de mandar cosas. (7 comentarios)	

Las respuestas de la población estudiantil reflejan que su preferencia está supeditada a los propósitos que tiene, es decir, si desean hacer un uso más público de la información utilizan Facebook, pero cuando requieren manejar información más privada hacen uso del Whatsapp, otro factor mencionado es la inversión de dinero que deben hacer para el uso de una u otra herramienta.

Gráfico 5. Uso de redes sociales dentro del centro educativo

Es interesante mirar que la mayoría de estudiantes acceden a redes sociales dentro del colegio, y además indicaron que aunque las redes de las instituciones generalmente no funcionan o tienen contraseña, ellos acceden por sus propios medios.

Gráfico 6. Utilización de redes sociales en actividades académicas o de estudio



La información mostrada en este gráfico es quizá la que más relevancia tomó para este estudio, pues la mayoría de estudiantes expresó que hacen uso de redes sociales e internet para estudiar o hacer

ISBN 978-9968-641-33-3

actividades vinculadas a su trabajo académico. Complementaria a esta pregunta se les pidió que comentaran en cuáles materias y de qué forma usaban las redes sociales e internet, para lo cual se presenta el siguiente listado de usos que la población estudiantil hace con las redes sociales:

- Crean grupos en Whatsapp por sección para comunicarse y compartir trabajos, por ejemplo: toman fotografías de las anotaciones que hace el profesor o profesora en las lecciones de matemática. Envían esas fotografías a los que no fueron a clases. Y usan las imágenes para estudiar.
- Toman fotografías a los ejercicios planteados por los profesores /profesoras y entre varios van resolviendo a través del grupo virtual los planteamientos.
- En español buscan obras literarias.
- Crean grupos para cuando necesitan buscar la materia o las soluciones a las tareas.
- Envían audios para explicar los conceptos complejos que no entienden.
- Las materias que mencionan en donde más utilizan las redes sociales para organizarse son: estudios sociales, francés, inglés, inglés conversacional, cívica, ciencias y matemática.
- Buscan información para hacer tareas y trabajos extra-clase.
- Utilizan traductores para hacer las asignaciones de materias de francés e inglés.

Por último, se consultó acerca de los usos que le daban a la tecnología dentro de las aulas y especialmente con las redes sociales, a lo cual respondieron muy pocos (menos de 15 estudiantes).

- “Hemos recibido charlas de cómo influyen las redes sociales en los jóvenes” Estudiante 7° año, CTP Buenos Aires.
- “Sí, una vez, en la materia de inglés conver, buscamos un video de los deportes”. Estudiante 8° año, liceo académico de Buenos Aires.
- “Sí, el profesor nos manda mensajes por Whatsapp, tenemos un grupo. Estudiante de 9° año, CTP Buenos Aires.
- Usamos Edmodo para ver las lecciones y nos dejan los extra clase y todo eso, si, revisamos las cosas y los trabajos y si están bien nos da medallas en el programa. Estudiantes de 7° año, liceo académico de Buenos Aires.
- El profe de música y el de orientación con mensajes. Estudiante de 8° año, CTP de Buenos Aires.
- El año pasado una profesora nos dejó un extra clase y se lo mandamos por correo una vez. Estudiante de 7° año, liceo académico de Buenos Aires.
- En afectividad nos ponían a buscar palabras en internet. Estudiante de sétimo año, CTP de Buenos Aires.
- Buscando temas en internet. Estudiantes de todos los niveles consultados en los cuatro colegios.
- Habíamos tenido un grupo con un profe pero después lo eliminamos, con la materia de Inglés. Estudiante de 8° año, CTP de Buenos Aires.
- El profesor de música hizo un grupo en Facebook. Estudiante de 9° año, CTP de Buenos Aires.

Tal y como lo reflejan los comentarios de la población estudiantil, hay una aproximación al uso de redes sociales dentro de las lecciones, sin embargo, la tendencia es mayoritaria cuando se trata de solucionar o atender a las necesidades inmediatas en la dinámica académica fuera del horario lectivo.

Igualmente se consultó a 10 educadores de matemática acerca del uso de redes sociales y el vínculo que hacen para el abordaje de su materia, al respecto, se encontraron datos reveladores que podrían influir en las dinámicas educativas de las instituciones. Por ejemplo, de los diez educadores consultados todos tienen más de dos años de experiencia como docentes y hacen uso de las redes sociales de forma personal, al igual que la población estudiantil sus preferencias están focalizadas en Facebook y Whatsapp, además, que utilizan Youtube para complementar temas o explicaciones de ciertos conceptos o procedimientos.

ISBN 978-9968-641-33-3

Se les planteó la pregunta acerca del uso de las redes sociales para apoyar sus lecciones y al respecto indican que no las utilizan. Mencionan que una limitación importante es el acceso a internet dentro de las instituciones y que la totalidad usa computadora para preparar y mediar sus lecciones acompañadas de videobeam y en algunos casos de software especializado como Geogebra. Otro detalle relevante es que el 100% de los profesores consultados indican que les gustaría aprender más acerca del uso de redes sociales para abordar su materia, sin embargo, carecen de tiempo efectivo para dedicar a una práctica continua para el aprendizaje e implementación de herramientas y técnicas para la mediación con la población estudiantil.

¿Cómo integrar las redes sociales dentro y fuera de las lecciones de matemática?

La dinámica educativa ha tenido que reaccionar ante el fenómeno mediático y miles de educadores se preguntan: **¿Cómo propiciar el aprendizaje de la matemática a través del uso de redes sociales?**

La respuesta a esta interrogante ha tomado muchas formas y en la Web se puede encontrar la evidencia de las ideas y producciones que hace la población docente para responder oportunamente no solo a una demanda específica de aprendizaje sino para integrar conceptos como seguridad y privacidad, promover la buena ciudadanía en el mundo digital, adoptar los estilos de aprendizaje digital, social, móvil y "siempre en línea" de los estudiantes del siglo XXI y promover las redes sociales como un recurso para el desarrollo profesional.

Como aporte en la amplia respuesta ante el cuestionamiento y los retos planteados en los párrafos anteriores se compartirá la experiencia de integración de las redes sociales en el abordaje de las lecciones de matemática que ha implementado el profesor Kory Castillo en los diversos grupos que atiende.

¿Cómo nace la idea?

En el cantón central de Buenos Aires la población estudiantil en secundaria es atendida por profesores de matemática que tienen distribuidas sus lecciones en varios colegios (tal y como sucede en el sistema educativo del país), de manera que las formas de adecuarse e interactuar con diversas secciones les lleva a plantear alternativas que permitan hacer un uso eficiente del tiempo y los recursos con que cuentan para atender las demandas educativas de estas poblaciones.

La posibilidad de usar tecnología en el contexto educativo, la disposición al aprendizaje y la exploración personal con la tecnología por parte del profesor son dos factores que han influido para que la idea se fortalezca y empiece a dar sus frutos.

A partir de una asignación universitaria se inicia con la utilización de un registro electrónico para mantener contacto con padres de familia y se descubre que la población estudiantil muestra mayor interacción permanente e instantánea, lo que lleva en 2011 a crear un perfil en la red social Facebook para interactuar con jóvenes estudiantes que reciben lecciones de matemática.

La interacción, el acceso y uso de la red social ha sido un proceso paulatino que ha involucrado práctica y revisión de lo que sirve y de lo que no.

El nombre del perfil es "Mates Virtuales" y en su página convergen grupos privados de estudiantes que interactúan con el profesor en diferentes momentos fuera o dentro de las lecciones. La dirección en la que puede acceder es https://www.facebook.com/matesvirtuales?fref=ts

¿En qué consiste el uso de la red social?

ISBN 978-9968-641-33-3

El profesor es la persona que administra el sitio y quien adscribe los grupos estudiantiles y sus integrantes, las políticas de seguridad parten desde un comunicado oficial a los padres y madres de familia a inicio de año donde se les indica de la existencia de la herramienta y se solicita permiso para el uso de imágenes de sus hijos e hijas a lo interno de los grupos virtuales, correspondientes a cada sección del colegio o de los colegios participantes. Se establece una serie de normas para el uso y la participación dentro de la red social. Se comunica que cada grupo se enmarca dentro de la categoría cerrado y secreto, por ende, solo participan dentro de él los y las estudiantes que pertenecen a una sección en particular. Los integrantes no tienen la obligación de ser contactos entre ellos o ellas en la red social y los permisos de edición están restringidos para que nadie pueda borrar el comentario de otro.

El énfasis de interacción que se ha dado al uso de esta red social es que la población estudiantil no tenga que dar clic a otras ventanas o explorar otros sitios para resolver su necesidad de aprendizaje o información.

El profesor accede (en forma continua o en el momento que pueda hacerlo) al sitio para revisar publicaciones de estudiantes, esto lo hace a través de su celular o desde su computadora o tableta electrónica.

El sitio en Facebook es considerado como un nicho donde convergen producciones audiovisuales/ multimedia, documentos, herramientas web 2.0 que están al servicio del aprendizaje de la población estudiantil.

Los temas que se abordan dentro del contexto virtual son variados; por ejemplo: geometría, algebra, estadística y probabilidad. Y para estos y otros contenidos se detalla a continuación las principales estrategias utilizadas con redes sociales para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática:

- Realización de comunicados a la población estudiantil para información de la dinámica administrativa de las lecciones:
  - Mensajes para confirmación de lecciones.
  - Información de trabajos extra-clases y ejercicios para examen.
  - Compartir circulares y comunicados importantes de las lecciones.
- Elaboración y presentación de videos con protocolos de análisis y resolución de ejercicios.
- Vinculación de videos realizados por otros profesionales para explicar conceptos y demostraciones de temáticas vistas en clase.
- Publicación de libros que se asignan como lecturas obligatorias y complementarias a los estudiantes.
- Organización de grupos privados por sección para favorecer la comunicación y la gestión de actividades.
- Subir información (documentos, archivos, imágenes) para la ejecución de ejercicios matemáticos durante las lecciones y fuera de ellas.
- Fotografiar las explicaciones escritas en la pizarra y enviarlas a aquellos estudiantes que no pueden asistir a lecciones.
- Postear los trabajos extra clase para evitar el gasto y la utilización de papel.
- Aplicación de evaluación a través de formularios que a la vez son propuestos por los y las estudiantes (cada uno plantea una pregunta).
- Comunicar a los padres de familia detalles importantes de asistencia y participación en eventos y actividades de la clase. Empezando por el comunicado a inicio de año sobre el uso de imágenes de la población estudiantil.
- Vinculación de herramientas digitales en línea que permiten la práctica de ejercicios de temas como:

ISBN 978-9968-641-33-3

- Aclaración de dudas por parte del profesor a la población estudiantil cuando se presentan en algún tema en particular.

Existe una dinámica de comunicación que permite al estudiante a cualquier hora del día acceder y hacer consultas que le permitan estar en permanente interacción con su profesor y compañeros. Es una extensión de la clase.

¿Cuáles herramientas digitales y de la Web 2.0 se utilizan?

A continuación se hace un listado de herramientas que han sido vinculadas a la red social y que han servido para abordar algún contenido de matemática con la población estudiantil:

- **Google docs**: esta herramienta que es utilizada para crear formularios que permiten recopilar información con la población estudiantil (quices, encuestas).
- **Youtube**: herramienta que funciona para publicar los videos producidos por el profesor y para buscar material audiovisual de temas que desean reforzarse.
- **Mathway**: herramienta que permite al estudiante y profesor escribir código matemático para construir o resolver operaciones matemáticas.
- **Geogebra:** software especializado para realizar prácticas con estudiantes en geometría.
- **Prezi**: herramienta utilizada para que los estudiantes presenten sus trabajos y los vinculen a la red para que sirva como explicación a otros estudiantes.
- **Convertidores de código QR**: para dejar mensajes que deban codificar la población estudiantil.
- **Google books**: herramienta que permite buscar y acceder a los libros que la población estudiantil leerá durante el curso lectivo.
- **Herramientas exploradas pero sin implementar**
- **Escritura La Tex**: o es un estilo o modo de escritura que se usa para que la computadora exprese código matemático y se espera iniciar pronto con ejercicios en esta herramienta.
- **Escritura en HTML5**: para vincular contenidos matemáticos que la población estudiantil pueda ver directamente en su dispositivo móvil. Ejemplos:

  http://matesvirtuales.com/movil/tabla.html

  http://matesvirtuales.com/movil/PlanoXY.html

  http://matesvirtuales.com/movil/Rubik/

Sistemas de reporte a padres de familia: es un modelo de reporte individual por estudiante que permite que cada padre/madre de familia o encargado/a se entere del avance del estudiante o de la estudiante.

Conclusiones

Mitos encontrados en el contexto educativo en torno al uso de las redes sociales:

Mito	Realidad
La población estudiantil usa las redes sociales únicamente para diversión.	La población estudiantil utiliza (además) las redes sociales para atender asignaciones educativas que requieren en diversas materias.

ISBN 978-9968-641-33-3

Es complejo el uso de redes sociales con estudiantes.	El uso de redes sociales es una ayuda efectiva para las lecciones de matemática, mientras exista organización y progresión de acciones.
Si el colegio no ofrece acceso a redes sociales en horas lectivas la población estudiantil no accede a ellas.	La población estudiantil accederá a las redes sociales cuando tengan necesidad de comunicarse o de consultar información ya sea dentro o fuera de las horas lectivas.
Las personas que usan tecnología saben utilizar adecuadamente redes sociales.	Utilizar tecnología no asegura que las personas sepan cómo comportarse y comunicarse en las redes sociales.
El usar tecnología en las lecciones de matemática involucra invertir tiempo que después hará falta con la población estudiantil.	Usar tecnología en las lecciones de matemática permite tener más y mejores apoyos para que la población estudiantil comprenda y repase lo que el docente aborda en su clase.
Para utilizar una red social en un contexto educativo hay que seleccionar la mejor.	Para utilizar una red social en un contexto educativo se debe tener claro el propósito y los recursos que tiene para ejecutar las acciones con estudiantes.
Los profesores y las profesoras no deben relacionarse con la población estudiantil en redes sociales por eso no hay que usarlas con las materias educativas.	Los profesores y las profesoras que desean incursionar en el uso de redes sociales deben contar con una cuenta profesional para relacionarse con la población estudiantil.

Principales resultados obtenidos a partir del uso de una red social:

- Interés: La población estudiantil se interesa por interactuar en los grupos creados e informarse de lo que se comunica allí pues saben que es parte de la materia. Es decir, ven la interacción en la red como un medio de comunicación para los asuntos de la clase.
- Trabajo en equipo: Los y las estudiantes utilizan el espacio virtual para debatir y resolver dudas mientras están estudiando en su casa. Hacen consultas y resuelven los planteamientos problema en equipo.
- Medio efectivo de comunicación: El profesor tiene un medio de comunicación masiva que le permite acceder frecuentemente y anunciar lo que en tiempo real y a toda la población educativa no podría.
- Mejora formas de comunicación escrita: El uso de una red social obliga tanto al profesor como a la población estudiantil a comunicarse de una forma más precisa, concreta y clara para dar a conocer sus ideas, y esto hace que la misma dinámica lleve a cada quien a buscar mejores formas de comunicación.
- Mejor comprensión de la materia: la población estudiantil busca los recursos dispuestos en la red porque han sido funcionales para comprender lo que muchas veces en clase no logran comprender.
- Gusto por la matemática: el vínculo de una red social permite romper percepciones de dificultad o poco agrado y empieza a acercar al estudiante a conocer que la matemática se aborda de diferentes maneras para saber cómo comprenderla.
- Continuidad: la consolidación del uso de una red social con estudiantes requiere de un proceso extendido en el tiempo que permitirá hacer ajustes e integrar y sacar estrategias según su nivel de logro con la población estudiantil.

ISBN 978-9968-641-33-3

- Saber elegir: (el qué) los contenidos que vinculará al uso de tecnologías digitales, (para qué) los propósitos de utilizar la red social con la población estudiantil, (cómo) las formas de introducir y abordar lo que es nuevo y lo que ya conoce.
- No hay redes sociales mejores que otras: lo que debe existir es la valoración del para qué o cuáles propósitos tiene el docente al usar una red social.

Implicaciones que tiene el uso de una red social en la clase o fuera de ella:

El uso de internet por parte de la población estudiantil está sujeto al dinero que manejan para la "recarga", pues la mayoría tiene servicio telefónico prepago. Buscan las opciones que sean más económicas y fáciles de usar.

Las políticas en los colegios acerca del uso de internet, en teoría están abiertas para la población estudiantil, sin embargo, la realidad de acceso es distinta según lo que indica la mayoría de estudiantes con quienes se interactuó en este estudio, es importante abrir debate y análisis de esta situación si realmente se quiere aprovechar el uso de las tecnologías de información y comunicación.

Las políticas de la red social indican para registrarse (por ejemplo) en Facebook, es requisito tener al menos 13 años de edad, sin embargo, tal y como se mira en la encuesta realizada hay un número significativo que se encuentra entre los 12 y los 13 años, no obstante, el uso de redes sociales para apoyar la dinámica educativa no depende de los profesores sino de los estudiantes quienes ya las usan para sus necesidades de información o conocimiento.

El factor de distracción será una constante que la población docente debe manejar y controlar en la dinámica educativa a través del rol de liderazgo y motivación hacia el gusto por su materia.

Recomendaciones

- Aprender a comunicar las ideas y contenidos matemáticos en entornos virtuales: usar un lenguaje asertivo, claro y concreto para interactuar con la población estudiantil, identificando sus códigos y estilos, haciendo un uso del lenguaje icónico y la netiqueta, así como también saber cuándo un mensaje debe contestarse públicamente o a nivel privado.
- Identificar las prácticas que tienen las secciones estudiantiles: quizá no hace falta que sean los profesores quienes creen las plataformas de comunicación, sino que simplemente busque las formas de integrarse a los grupos ya conformados y así inicie el apoyo sus lecciones a través de las redes existentes.
- Interés, organización y puntualidad: es necesario mostrar interés hacia cada consulta realizada así como organizar al grupo estudiantil para que no sea solo el profesor o profesora quien responda a las consultas (asigne roles identifique líderes). Procure que las consultas o comentarios dentro del grupo sean respondidas en un tiempo prudencial y previamente especificado en las consignas de organización de la red (recuerde que no es necesario que sea el docente quien siempre ofrezca las respuestas).
- Planificar escalonadamente: si desea iniciar en un proceso de uso de redes sociales proyecte de forma escalonada, seleccione contenidos, grupos, herramientas y dosifique el contenido, el cómo, el cuándo y dónde.
- Identifique lo realizable, las limitantes y los beneficios: de las herramientas tecnológicas que vaya a utilizar.

ISBN 978-9968-641-33-3

Bibliografía

Bruckheimer, M. & Salomon, Y. Some Comments on R.J. Gillings' Analysis of the 2/n Table in the Rhind Papyrus. Historia Mathematica 4 (1977): 445-452. Disponible en: http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/165/el_papiro_de_Rhind.pdf

Clarke. J. (25 de junio de 2013) .Tecnologías ganan terreno en la rutina diaria de jóvenes y adultos. Periódico La Nación, Costa Rica. Disponible en http://www.nacion.com/vivir/Tecnologias-terreno-rutina-jovenes-adultos_0_1349865010.html

Grupo Nación. (2013). Uso de internet. Periodico El Financiero, Costa Rica. Disponible en: http://www.elfinancierocr.com/ELFINF20130926_0001/index.html#mod_usoInternetParte1

Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible (Costa Rica). Cuarto Informe Estado de la Educación / PEN. – 4 ed. – San José C.R: Editorama, 2013. Disponible en http://www.estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/004/5-Cap-1.pdf

Programa Estado de la Nación. La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. Tercer informe estado de la educación. Disponible en http://www.estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/003/Chavez_2010_Matematica.pdf

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Nacimiento de las Olimpiadas Matemáticas Costarricenses

Licda. Teodora Tsijli Angelaki
Asociación de Matemática Educativa
ttsijli@yahoo.com

Resumen: Al cumplirse veinticinco años de realización de las Olimpiadas Matemáticas Costarricenses ponemos en blanco y negro detalles de cómo nacieron y sus principales protagonistas. Con el objetivo de rescatar la memoria histórica de tan importante evento.

Palabras claves: Olimpiadas.

Antecedentes

A inicios de la década de los ochenta, el Profesor Justo Orozco, Asesor Nacional de Matemática invitó a la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA) y a la Universidad de Costa Rica (UCR) y planteó que había recibido invitación de la Comisión Organizadora de Olimpiadas Matemáticas de los Estados Unidos de América para que dos profesores y cuatro estudiantes participaran en Olimpiadas en Florida. Dado que el Ministerio de Educación Pública carecía del presupuesto para financiar viaje alguno, las dos universidades se retiraron. El Prof. Orozco a través del Ministerio organizó en los años 1982, 1983 y 1984 competencias matemáticas intercolegiales que se llamaron Olimpiadas Matemáticas. Eran competencias por equipos que se debieron al entusiasmo del Asesor Nacional de Matemáticas pero que al no contar con respaldo oficial y presupuesto no continuaron.

En el año 1988, la Profesora Flor Salas asistió junto a cuatro estudiantes de Enseñanza Media como observadores en la 3ª Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas que tuvo lugar en Lima Perú. En el año 1989, el Ministerio de Educción a cargo del Doctor Francisco Antonio Pacheco, recibió invitación para participar en las Olimpiadas Matemáticas Iberoamericanas a realizarse en Cuba. En esta ocasión, la señora Marielos Ulate, Asesora Nacional de Matemáticas, realiza acciones con el fin de seleccionar los cuatro mejores estudiantes de Matemáticas para que participen en estas Olimpiadas. Envía a los Asesores Regionales misiva al respecto incluyendo un examen para ser aplicado el 17 de febrero y aclarando que debían calificarlo para escoger los que participarían de la segunda prueba una semana después, el 24 de abril y donde se elegirían los cuatro estudiantes que formarían la delegación de Costa Rica que nos representaría en la cuarta Olimpiada Iberoamericana. El señor Víctor Buján, Asesor del Ministerio de Educación Pública (MEP) en aquel entonces nos contó a su regreso que si bien habían escogido cinco excelentes estudiantes de Enseñanza Media para formar el equipo de Costa Rica, ellos no lograron resolver los problemas allí planteados. Tanto él como la señora Marielos Ulate, Asesora Nacional de Matemáticas se sentían desilusionados. Le aclaramos que no tenía razón de sentirse mal por cuanto nuestros estudiantes fueron sin ninguna preparación previa.

ISBN 978-9968-641-33-3

Primera reunión

Don Víctor Buján me llamó en mi condición de Directora de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica y después de saludarme me dijo:

– Teodorita, ¿tenés algo el martes a las ocho de la mañana?

– No Víctor, ¿qué se te ofrece?

– ¡Que bien!. Fíjate que convoqué al CONAMA a tu oficina para ver unas inquietudes del Ministro. Me vas a disculpar que no te había dicho nada.

– No hay problema, nos vemos el martes.

CONAMA era la llamada Comisión Nacional de Matemáticas, ente formado por los directores de las Escuelas o Departamentos de Matemáticas de las Universidades Públicas a través del cual se coordinaban acciones de interés común.

Efectivamente, en la reunión participamos representantes de las cuatro Universidades y del MEP. A saber:

- Marielos Ulate y Victor Buján por el MEP
- Leslie Villalobos por el CENADI
- Ileana Castillo por el ITCR
- Fabio González por la UNA
- Justo Orozco por la UNED
- Teodora Tsijli por la UCR

Don Víctor explicó que el Ministro de Educación nos planteaba la idea de organizar las Olimpiadas Matemáticas a nivel Nacional y además tratar de publicar un Boletín para informar a los docentes de Matemáticas de las diversas actividades como seminarios y congresos a realizarse dentro y fuera del país.

Don Justo, recordando el entusiasmo que en su tiempo había despertado el Concurso Antorcha, apoya de inmediato la propuesta de Olimpiadas considerándolas como una réplica del concurso mencionado. Ileana y Teodora abogan por competencia individuales al estilo de las Olimpiadas de otros países y con miras de participar en Olimpiadas allende nuestras fronteras.

Respecto de la segunda propuesta del señor Ministro si bien la consideramos interesante pensamos que no sería de utilidad saber que hay actividades si no se puede garantizar participación alguna. Además, coincidimos en que para los profesores sería muy bueno recibir una publicación que les sirviera de apoyo para su trabajo en el aula.

Después de una amplia discusión tomamos varios acuerdos:

1. Emprender la tarea de organizar anualmente las Olimpiadas Matemáticas Costarricenses. Para ello era necesario:

    a) Escribir un proyecto de Acción Social y luego adaptarlo a la reglamentación de cada una de las Universidades para presentarlo a la respectiva Vicerrectoría.

ISBN 978-9968-641-33-3

b) Realizar en este mismo año una Olimpiada Piloto para vivir la experiencia de organizar Olimpiadas al estilo internacional y evaluar la actividad para prepararnos adecuadamente para las futuras olimpiadas.
c) Hacer gestiones para que las Universidades acepten dar beca de exención de pago de matrícula a los doce ganadores de medallas olímpicas por el primer año de su ingreso a la Universidad. Esa misma beca se le mantiene a lo largo de su carrera si tiene un desempeño adecuado.

2. Crear una revista que se llamaría Las Matemáticas y su Enseñanza para lo cual:

   a) Se nombrará un Comité Editorial con representantes de las cuatro Universidades.
   b) Tendrá una edición de tres números por año.
   c) Cada vez que se publique un número de la Revista, se enviarán, en forma gratuita, tres ejemplares a cada uno de los Colegios Públicos del país.
   d) El Comité Editorial se encarga de la confección de las artes y en forma rotativa las Universidades y el Ministerio serán los responsables de la edición.
   e) Realizar las acciones necesarias para lograr apoyo de las cuatro Universidades Estatales y el Ministerio de Educación Pública para la edición de la revista en las condiciones antes mencionadas.

La Revista

Respecto de la revista rápidamente escribimos el proyecto de extensión o acción social y sin problema logramos su aprobación de parte de las autoridades universitarias.

El primer número de la revista vio la luz en julio de ese mismo año gracias a la ardua labor de su Consejo Editorial formado por:

- Ana Lía Quesada de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional Autónoma
- Fabio Hernández del Departamento de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica
- Oscar Ceciliano de la Coordinación de Matemática de la Universidad Estatal a Distancia
- Giselle Bolaños de la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica
- Mario Murillo de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Es importante mencionar lo relacionado con esta Revista porque en aquellos años no había acceso a Internet, y no se contaba con material didáctico. Tuvo muy buena aceptación y además se tuvo la colaboración de profesores de Enseñanza Media que nos enviaron artículos para ser publicados. El Comité Editorial tomó una decisión muy importante, a saber: Ningún artículo será rechazado ad portas. Si una propuesta no es publicable, se entregarán al proponente, observaciones y sugerencias y se le invitará a reelaborar su propuesta hasta lograr que sea aceptable para publicar.

A partir del segundo año de publicación de Las Matemáticas y su Enseñanza se instituye una sección permanente llamada Columna de Olimpiadas Matemáticas a través de la cual se presentaban problemas de Olimpiadas y su solución.

En el año 1996, año en que por primera vez la Olimpiada Iberoamericana se realizó en Costa Rica, el número 18 de la revista fue dedicado enteramente a las Olimpiadas Matemáticas.

ISBN 978-9968-641-33-3

Las Olimpiadas

El capítulo que sigue es bastante complejo para describir ya que había que trabajar simultáneamente en todos y cada uno de los puntos antes señalados para las Olimpiadas Matemáticas.

En relación con la Olimpiada Piloto había que definir Colegios a los que se llamarían a participar. En aquel tiempo gran parte de los profesores de Matemáticas en ejercicio no habían completado sus estudios universitarios. Decidimos invitar a participar solamente alumnos de profesionales con título y con años de experiencia ya que para solicitar el permiso para ausentarse teníamos que garantizar que los estudiantes de estos profesores no se verían afectados.

Ileana Castillo del ITCR nos dio la grata noticia que podíamos contar con las instalaciones del ITCR para la Olimpiada Piloto. Esto era muy importante pues no se contaba con presupuesto para pagar hotel y el Instituto Tecnológico nos facilitó aulas, comedor y residencias.

Las gestiones de convocatoria, permisos, aplicación de exámenes en una primera etapa se realizaron sin problema gracias a la oportuna intervención en cada momento de la Señora Ulate, Asesora Nacional de Matemáticas. Cabe señalar que la Señora Ulate gestionó la venida del Doctor Reguera quien en el mes de octubre ofreció a los miembros del Comité Organizador y los profesores de los colegios que participarían a la Olimpiada Piloto un taller sobre cómo preparar ejercicios de Olimpiadas

La Olimpiada Piloto tuvo lugar los días 30 de noviembre y 1 de diciembre del año 1989 con la participación de veintidós estudiantes provenientes de diez colegios.

Lo más difícil era plantear el proyecto de Acción Social relativo a las Olimpiadas y adaptarlo a los reglamentos de las cuatro universidades para su aprobación y además, lograr el compromiso de los respectivos Consejos Universitarios de aprobar exención de pago de matrícula para los ganadores de medallas año tras año.

El entusiasmo juega un papel fundamental y aquí debo señalar muy especialmente dos nombres. Ileana Castillo y Fabio González.

La primera habitante de Cartago, el segundo de Heredia

Yo vivía en Moravia, punto intermedio entre Cartago y Heredia aunque no de fácil acceso para quien no contaba con automóvil propio como era el caso de Ileana y Fabio. Todos los domingos venían puntualmente a mi casa a analizar, discutir los detalles de cada cuestión de manera que a la reunión de todo el grupo se llevaran propuestas bien razonadas y factibles.

Al terminar el año 1989 habíamos logrado nuestros objetivos y se nombró la Comisión Organizadora de las Olimpiadas Matemáticas Costarricenses.

- Elizabeth Martínez Sequeira del MEP
- Norma Adolio Cascante y Fabio Gonzalez Argüello de la UNA
- Angela Arias Arias de la UNED
- Rosalinda Sanabria Monge de la UNED
- Eduardo Díaz Olivares y Gilberth Garbanzo Garbanzo de la UCR

De las tareas primordiales de esta Comisión destacamos:

a) Realizar acciones para preparar a los estudiantes para las Olimpiadas Nacionales y preparar a los medallistas de estas para las Olimpiadas Iberoamericanas.
b) Conseguir financiamiento más allá de lo que las Universidades podían ofrecer

ISBN 978-9968-641-33-3

La labor de esta Comisión se reflejó de inmediato ya que en la Olimpiada Iberoamericana de 1990 en Valladolid-España se obtuvo medalla de plata y en 1991 en Córdoba-Argentina, medalla de plata y de bronce y se siguió cosechando medallas y distinciones.

En cuanto a financiamiento se logró entusiasmar al empresario Rodolfo Gurdián y formar la Asociación APROMAT a través de la cual se logró apoyo importante de la empresa privada

Por otro lado se acercaron al profesor Justo Orozco en aquel entonces diputado en la Asamblea Legislativa quien tuvo la intención de promover una ley de financiamiento de las Olimpiadas Matemáticas. Como a nivel del Poder Legislativo "no había ambiente" para apoyar una ley así, el Diputado Orozco negoció con el Poder Ejecutivo y logró la firma de un decreto ejecutivo bajo la Presidencia de Miguel Angol Rodríguez por un aporte anual equivalente a dos cientos cincuenta salarios base.

Protagonistas

- Francisco Antonio Pacheco y luego Eduardo Doryan en su condición de ministros de Educación
- Marielos Ulate Badilla, Asesora Nacional de Matemática
- Víctor Buján Delgado, Asesor de los ministros antes indicados que posteriormente organizó las Olimpiadas de Escuela Primaria
- Orlando Morales y Keneth Rivera, ministro y viceministro respectivamente de Ciencia y Tecnología así como el cuerpo director del CONICIT.
- Rodolfo Gurdián, Empresario
- Justo Orozco, Diputado
- Quienes crearon las Olimpiadas Matemáticas como hemos mencionado antes,
- Los miembros de la primera Comisión Organizadora arriba indicados.

Las Olimpiadas siguen su curso ininterrumpidamente.

Gracias compañeros de hace veinticinco años sea por el apoyo dado, sea como miembros de la Comisión Organizadora de la Olimpiada Piloto y proponentes del Proyecto de Olimpiadas, sea como miembros de la Comisión Organizadora permanente.

Nuestra gratitud y felicitaciones porque dieron fuertes cimientos a tan importante y bello proyecto.

ISBN 978-9968-641-33-3

Proyecto FUNDER Etnomatemática: Construcción de obras didácticas contextualizadas

Ana Patricia Vásquez Hernández
Patrimate76@gmailcom
Eithel Eduardo Trigueros Rodríguez
eitheltr@gmail.com
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: El presente trabajo muestra la descripción de un proyecto de etnomatemática con Fondos para el Desarrollo de las Regiones (FUNDER), con vigencia 2014-2015, coordinado por el Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica. Su objetivo es desarrollar capacidades académicas para la confección colectiva de obras didácticas de matemática contextualizadas y validadas por territorios indígenas, para el fortalecimiento de la identidad cultural y el respeto por el derecho indígena a un sistema de educativo intercultural.

Palabras claves: Etnomatemática, recursos didácticos, educación intercultural.

Introducción

El presente artículo muestra la descripción de un proyecto de etnomatemática con vigencia 2014-2015, coordinado por el Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica, con el apoyo de la Dirección Regional de Educación SuLá de Talamanca del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Se enmarca dentro del campo estratégico de la educación y el desarrollo integral, cuyas temáticas concordantes son: pueblos originarios, sectores poco favorecidos por la sociedad y educación para una ciudadanía democrática.

Antecedentes

En el año dos mil, ciento ochenta y nueve países miembros de las Naciones Unidas plantearon ocho objetivos cuantificables con el fin de ser alcanzados en el año 2015. A estos objetivos, se les denomina los "Objetivos de Desarrollo del Milenio"; donde uno de ellos vincula una estrecha relación con la educación y la cultura.

Es a partir de la existencia de estos, que la UNESCO y la CEPAL, crean a partir del año 2002, un proyecto regional de educación para América Latina y el Caribe (PRELAC), para realizar cambios sustantivos en las políticas y prácticas educativas, para asegurar aprendizajes de calidad donde nadie quede excluido (UNESCO, 2013).

Costa Rica, realiza un cambio en su Política Educativa en el año 2008, denominado "El centro educativo de calidad como eje de la educación costarricense", que expresa una visión de educación costarricense que armonice las relaciones entre el ser humano y la naturaleza, dentro de un marco de respeto por la diversidad cultural y étnica (Garnier, 2008).

ISBN 978-9968-641-33-3

En materia de educación matemática, en el año 2013 da inicio la implementación de nuevos Programas de Estudio para esta disciplina, por medio de un programa de transición, cuyo enfoque principal del currículo es la resolución de problemas. Su trabajo se enfatiza en problemas asociados a entornos reales, físicos, sociales y culturales de los educandos.

Por su parte, desde el punto de vista matemático, se ha evidenciado desde el año 2005, la existencia de una riqueza científica en comunidades indígenas, a partir de los primeros estudios en Costa Rica sobre etnomatemática en comunidades originarias actuales. Estos trabajos los presentaron Vásquez y Gavarrette (2005) en su tesis de Licenciatura denominada "Etnomatemática en el Territorio Talamanca Bribri". Con este trabajo se disminuye la tendencia del pensamiento popular a concebir que el conocimiento matemático desapareció con las comunidades precolombinas y que este país carece de conocimientos matemáticos autóctonos.

Por estos motivos, se ha establecido el proyecto de Etnomatemática: Construcción de Unidades Didácticas Contextualizadas, para impulsar de manera local, los cambios positivos generados en materia de educación matemática e impactar directamente el accionar de los docentes y educandos en los centros educativos. Bajo la etnomatemática como uno de los ejes centrales para la recuperación de saberes matemáticos.

Objetivo General

Desarrollar capacidades académicas para la confección colectiva de obras didácticas de matemática para el III Ciclo de la Educación General Básica contextualizadas y validadas por el Pueblo Indígena Bribri/Cabécar a partir de estudios etnomatemáticos, para el fortalecimiento de la identidad cultural y el respeto por el derecho indígena a un sistema de educativo intercultural.

Objetivos Específicos

1. Caracterizar aspectos referentes a política educativa, programas de estudio, estrategias de enseñanza aprendizaje, interculturalidad, derechos y educación indígena, aspectos históricos, lingüísticos y antropológicos del pueblo indígena bribri para el análisis del estado de situación de la educación matemática en este territorio y la capacitación del equipo del proyecto.
2. Identificar estudios y prácticas etnomatemáticas de la cultura indígena bribri como parte de la recuperación de saberes matemáticos para el establecimiento de convergencias con los nuevos programas de estudio del MEP y la inclusión de los mismos a las obras didácticas.
3. Confeccionar colectivamente obras didácticas interculturales de matemática para el III Ciclo de la Educación General Básica con diseño artístico, de comunicación visual y lingüísticamente contextualizados al Pueblo Indígena Bribri para la contribución de una educación matemática pertinente para este territorio.
4. Socializar las obras didácticas de matemática confeccionadas colaborativamente por la comunidad educativa, para el establecimiento de una propuesta de elaboración de obras didácticas que contribuyan al fortalecimiento de la identidad cultural y el respeto por el derecho indígena a un sistema de educación intercultural.

Metodología

ISBN 978-9968-641-33-3

Su metodología es participativa, con un trabajo conjunto entre estudiantes y docentes de matemática de territorios indígenas, asesores pedagógicos de la Dirección Regional SuLá, maestros de Lengua y Cultura, mayores de las culturas, Departamento de Educación Intercultural del Ministerio de Educación Pública y educadores de matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Se ha integrado a los miembros de la comunidad con conocimientos matemáticos y prácticas que promuevan el rescate y fortalecimiento de la cultura indígena, para favorecer la participación de toda la sociedad en la creación de las obras didácticas como un trabajo integral.

Estas acciones se han abordado utilizando la metodología cualitativa, que toma en cuenta la observación participante y la investigación acción (Hernández, et al, 2010, p. 509). La investigación es no experimental, su categoría es exploratoria y descriptiva, dentro del paradigma naturalista, humanista. Su enfoque es cualitativo bajo la línea etnográfica (Hernández et al, 2010, p.501).

El proyecto se enfoca en tres etapas a saber: I Etapa de conocimientos previos, II Etapa de abordaje y III Etapa de evaluación y socialización de resultados.

Marco teórico

Dentro del marco teórico o referencial, se tomará en cuenta aquellos conceptos que definen el eje central del presente proyecto así como definiciones de carácter metodológico. Es así, como se menciona que el producto principal del proyecto corresponde a las obras didácticas de matemática para el III ciclo de la Educación General Básica contextualizadas para el Pueblos Indígena Bribri a partir de estudios etnomatemáticos, las cuales contarán con la particularidad de ser interculturales, contextualizadas, traducidas parcialmente al bribri, integrando la recuperación de saberes matemáticos propios de la cultura mediante estudios etnomatemáticos y con un diseño de arte y comunicación visual pertinente.

Así, se define la terminología que se utilizará como referente en el desarrollo del presente proyecto mediante el siguiente Glosario.

Glosario

- <u>Obra</u>: según DRAE, una obra es una cosa hecha o producida por un agente. Así también se le llama a cualquier producto intelectual en ciencias, letras o artes. Se denominada también a libros o volúmenes que contienen un trabajo literario completo.
- <u>Didáctica</u>: según DRAE, la didáctica es un término perteneciente o relativo a la enseñanza, sobre el arte de enseñar.
- <u>Obra didáctica de matemática</u>: producto intelectual llámese libro, volúmenes o folletos de matemática dirigido a educandos, que contempla un método para enseñar la disciplina.
- <u>Intercultural</u>: según DRAE, la interculturalidad es todo lo concerniente a la relación entre varias culturas. Es así como la interculturalidad es fundamental para el presente proyecto, ya que se pretenden productos interculturales que responda a los requerimientos del MEP y que se encuentren contextualizados al territorio indígena.
- <u>Contextualización</u>: según DRAE, la contextualización se refiere a situar algo en un determinado contexto. Para nuestra pertinencia corresponde a diseñar o mejorar ejercicios y problemas de matemática en el contexto del Pueblo Indígena, de manera que estos sean del entendimiento de los educandos.

ISBN 978-9968-641-33-3

- Lingüística: según DRAE, lingüística es un término que pertenece al lenguaje, el cual es un medio de relación social. La lingüística es uno de los ejes transversales en el proyecto, ya que se pretende que las obras didácticas se encuentren en relación lingüística con el bribri.
- Arte y comunicación visual: se refiere a los elementos del diseño de las obras didácticas del proyecto, que manejen el lenguaje visual y sea aplicado en las estrategias de transmisión de mensajes visuales sociales, culturales, históricos, científicos, tecnológicos y educativos.
- Etnomatemática: según D`Ambrosio (2008) la etnomatemática es el estudio que se hace en una cultura étnica diferente o particular. En dicha investigación estarán implicados matemáticos, quienes toman sus propias decisiones, también aquellos miembros de la cultura que han experimentado matemática y su aplicación en su educación particular. Se puede decir que las investigaciones etnomatemáticas no son un estudio matemático específicamente, es más bien una interdisciplinariedad de lo matemático, antropológico e histórico en una cultura específica, tratando de describir elmundo matemático que supone procesos de contar, clasificar, ordenar, calcular, medir, organizar el espacio y el tiempo, estimar e inferir.
- Antropología: es la ciencia que trata al ser humano, física y culturalmente considerado. Investiga cómo se representa el hombre bajo este o el otro aspecto en que se desarrolla.
- Etnografía: Es la guía que tiene por objeto el estudio y descripción de los pueblos.
- Etnología: Es la ciencia que estudia los pueblos bajo sus aspectos y en todas sus relaciones.
- Geometría: parte de la matemática ligada a conocimiento del espacio. Desde la perspectiva platónica, los objetos de la geometría no son perceptibles sensorialmente, son figuras perceptibles espiritualmente.
- Matemática: es la ciencia que trata del número y del espacio. Los pitagóricos la consideraban como la ciencia de los números y de las figuras geométricas, consideradas, a su vez, como la esencia de la realidad.
- Pueblo: el Convenio 169 (OIT; 2002) establece que "el término pueblo reconoce a una colectividad con cultura, identidad, creencias y organización propias así como una relación especial con la tierra"
- Territorio: parte geográfica que es ocupada por un pueblo.
- Observación participante: Según Greenwood (2000) es la investigación que se basa en vivir con (o cerca de) un grupo de informantes durante un periodo extendido de tiempo, durante el cual se mantienen conversaciones largas con ellos y se participa en algún grado en la vida local.
- Investigación-acción: Según Greenwood (2000) es un grupo de prácticas multidisciplinarias orientadas a una estructura de compromiso intelectual y ético. Se desarrolla mediante la colaboración de un investigador profesional y los dueños del problema en una organización local, una comunidad o un grupo. El trabajo es colaborativo, lo dirige la comunidad y no el investigador profesional. Los conocimientos del experto son importantes pero los conocimientos locales se consideran esenciales.
- Validez: Según Greenwood (2000) la validez de una investigación acción no es su aceptación por la comunidad de investigadores expertos, sino que se juzga entre los actores locales del problema en cada situación específica.

Lo esencial en este proyecto es poder comprender que se está fomentando el trabajo multidisciplinario de las ciencias sociales y las ciencias exactas y naturales, por ende la Etnomatemática como un concepto amplio en el contexto social donde se emplee. Así que esta no es una ciencia puramente matemática, sino es la relación entre la antropología social y la matemática aplicada, o utilizada, en un pueblo diferenciado.

Consultas, avales y apoyos del proyecto

ISBN 978-9968-641-33-3

El presente proyecto ha sido consultado previamente a su formulación y consultado al momento de su aprobación a:

1. Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional.
2. Vicerrectoría de Extensión de la Universidad Nacional.
3. Ministerio de Educación Pública, Departamento de Educación Intercultural, Programa para la Enseñanza de las lenguas indígenas.
4. Dirección Regional de Educación SuLá de Talamanca (DRES).
5. Equipo Técnico Asesor de la Dirección Regional de Educación SuLá de Talamanca.
6. Asociación de Desarrollo del Territorio Talamanca Bribri (ADITIBRI).
7. Asociación de Desarrollo del Territorio Talamanca Cabécar (ADITICA).
8. Líderes comunales de territorios indígenas.
9. Estudiantes de secundaria.
10. Maestros de Lengua y Cultura.
11. Comité Técnico Local de Educación Intercultural de Talamanca.
12. Docentes de matemática de territorios indígenas bribri y cabécar.

Instituciones de secundaria que participan

- Colegio Académico SuLayom
- Colegio Nocturno de Amubri
- Colegio Académico de Sepecue
- Liceo Rural Yorkin
- Liceo Rural Katsi
- Liceo Rural Coroma
- Colegio Indígena Shiroles
- CINDEA de Suretka
- Liceo Rural Gavilán Besta
- Liceo Rural Usekla
- Liceo Rural China Kichá
- Liceo Rural Alto Coen
- Liceo Rural Boca Coen
- Liceo Rural Palmeras
- Liceo Rural Namaldí

Equipo coordinador del proyecto

INSTITUCION	NOMBRE

ISBN 978-9968-641-33-3

Universidad Nacional Campus Sarapiquí	Ana Patricia Vásquez Hernández (Coordinadora General) Eithel Trigueros Rodríguez (Colaborador del proyecto)
Dirección Regional de Educación SuLá de Talamanca MEP	Yorleny Blanco Mayorga (Directora Regional) Rodrigo Torres Hernández (Coordinador del Equipo Técnico Asesor)
Ministerio de Educación Pública. Departamento de Educación Intercultural. Programa para la Enseñanza de las lenguas indígenas	Carmen Rojas Chaves
Docentes de matemática de Talamanca	Aurelio Selles Vargas
Maestros de Lengua y Cultura	Justo Avelino Torres Lyan

Docentes del equipo de proyecto

NOMBRE	COLEGIO
José Pablo Cortés Cordero	Liceo Rural Palmeras
Indira Rocio Mora Blanco	Liceo Rural Coroma
Angel Edson Herrara Morales	Liceo Nocturno Amubri/ CINDEA SURETKA
Heiner Jesús Camareno Garro	Colegio Sulayom
Alan Kerstin Chale Rojas	Liceo Rural Usekla
Dariana Rodríguez Iglesias	Colegio Indígena Shiroles
Jairo Dorian Reyes Hidalgo	Liceo Rural China kicha
Cindy Silvannia Sucre Selles	Liceo Rural Namaldí
Oswaldo José Rojas Castillo	Liceo Rural Gavilán-Besta
Domingo Morales Pita	Liceo Rural de Yorkín
Agapito Yamil Villanueva Díaz	Colegio Académico Sepecue
Erlin Giovanni Fernández Reyes	Liceo Rural de Katsi
José Miguel Flores Villegas	Liceo Rural Alto Cohen
Aurelio Selles Vargas	Colegio Sulayom

Productos esperados al finalizar el proyecto

1. Dos obras didácticas confeccionadas para el III Ciclo de la Educación General Básica con las características de: contextualizadas, vinculadas a los nuevos programas de matemática, con

ISBN 978-9968-641-33-3

diseño de arte y comunicación visual, con integración de su matemática propia y traducciones a la lengua materna.

2. Equipo del proyecto capacitado en historia, antropología y lingüística, derechos y educación indígena, interculturalidad, etnomatemática, política educativa, nuevos programas de matemática, obras didácticas y derechos de autor.
3. Un diagnóstico de las estrategias de enseñanza y aprendizaje utilizadas por los docentes de matemática de los territorios.
4. Un documento que determine las prácticas y conceptos matemáticos de la cultura a partir de entrevistas a mayores, maestros de lengua y cultura, profesores de matemática, miembros de los pueblos con dominio de la lengua materna y estudios superiores.
5. Un diagnóstico estudiantil elaborado que determine los conceptos y prácticas matemáticos de la cultura indígena y su percepción a cerca de la educación matemática escolarizada que reciben.
6. Documento aprobatorio de las autoridades de los territorios, para integrar los conocimientos matemáticos identificados e incorporarlos a las obras didácticas.
7. Una propuesta elaborada para confeccionar obras didácticas para el resto de los niveles.
8. Un evento realizado para presentar los resultados del proyecto y el cierre del mismo, con un equipo de trabajo empoderado de su propia matemática y educación matemática.
9. Comunicación del proyecto en eventos nacionales e internacionales con cobertura periodística, así como la creación de un video.

Alcances a junio del 2014

1. Trabajo conjunto con la Dirección Regional de Educación Sulà de Talamanca:

   Es considerada una de las mayores fortalezas del proyecto, la articulación del proyecto con esta Dirección Regional, ya que esto ha beneficiado el alcance de objetivos y el compromiso del equipo del proyecto tanto coordinador como ejecutor.

2. Vinculación con los maestros de Lengua y Cultura:

   Por las características propias del proyecto, donde su eje central de trabajo se desarrolla a partir de la etnomatemática, es fundamental que el equipo esté mancomunado con los miembros de la cultura que custodian el conocimiento ancestral. Esta alianza de trabajo conjunta a permitido que el equipo de docentes sea capacitado por esta importante población y que a partir de su enseñanza cultural ancestral, los docentes reconozcan el valor matemático de su propia cultura y de su origen a la vez que reconocen dentro de los contenidos de matemático del currículo escolar las posibles vinculaciones para enriquecer las unidades didácticas en construcción.

3. Docentes de Matemática capacitados y certificados:

   Se han construido módulos de capacitación docente en la categoría de aprovechamiento, donde los docentes participan capacitándose en temas como: historia, antropología y lingüística, derechos y educación indígena, interculturalidad, etnomatemática, política educativa, nuevos programas de matemática, obras didácticas y derechos de autor.

4. Capacitación de docentes en el Noveno Festival de Matemática:

   Un trabajo conjunto se ha desarrollado para poder apoyar las actividades de capacitación del equipo docente del proyecto, donde según diagnóstico realizado, cerca del 80% nunca han

ISBN 978-9968-641-33-3

participado de un evento académico de matemático. Un dato adicional es que el 43% de los docentes cuentan con un diplomado universitario y un 22% tan solo son egresados de la educación secundaria.

Esta participación ha sido posible gracias a la Fundación CIENTEC, quien becó el 50% de la inscripción, a la Asesoría Nacional de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, quien brindó el apoyo con el hospedaje y la alimentación, a la Universidad Nacional quien apoyó con el transporte y al proyecto mismo por cubrir alimentación y hospedaje en el recorrido de Talamanca a Quepos.

5. Cobertura periodística del Proyecto:

Se ha realizado una cobertura periodística del trabajo que realizan los docentes junto con sus apreciaciones, para lo cual se publicó en el periódico Campus de la Universidad Nacional un artículo referente en el mes de abril del año en curso.

6. Comunicación del Proyecto en Eventos Académicos:

El presente proyecto será presentado durante el año 2014 en:

- 9no Festival Internacional de Matemática en Quepos, Puntarenas, Costa Rica, mediante un ponencia
- II Encuentro de Educación Matemática Centroamericana en Cartago, Costa Rica, mediante ponencia.
- 28ava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa en Barranquilla, Colombia, mediante un póster.

La intensión de este tipo de comunicaciones, es poder identificar aliados que apoyen a los docentes en el desarrollo del proyecto y nutran de experiencias e ideas novedosas sobre la etnomatemática.

7. Construcción conjunta de Unidades Didácticas:

En cada capacitación realizada, el cuerpo docente por medio de un trabajo conjunto, produce las unidades didácticas que necesitan para trabajar con sus estudiantes durante cada trimestre.
Estas unidades son digitalizadas y reproducidas para que cada docente cuente con ellas, así como cada uno de los estudiantes de los territorios.

El objetivo primordial de entregar el material confeccionado tal cual lo propusieron los docentes, es poder validar de manera inmediata la calidad del material y del contenido, y fundamentalmente que las unidades estén en manos de los estudiantes, para que puedan validar el material y desarrollar de una manera más concreta la lección.

Este material es utilizado por el docente en sus lecciones, el cual realiza las observaciones de mejora correspondiente y devuelven en la siguiente capacitación un ejemplar con el enriquecimiento propuesto para que la unidad sea corregida.

8. Diagnóstico docente:

ISBN 978-9968-641-33-3

Se desarrolló un diagnóstico a docentes de matemática, sobre diversas temáticas atinentes a la realidad de la educación en sus instituciones.

Con el diagnostico se indagan aspectos como: información general, características socio-culturales, apoyos a la labor docente, sobre publicaciones y participación de eventos, método de enseñanza-aprendizaje, nuevos programas de estudio, resolución de problemas, contextualización activa, historia de la Matemática, recursos tecnológicos y actitudes.

Los resultados del mismo serán presentados por los docentes de matemática participantes del proyecto, en un evento para este fin.

Bibliografía

D´Ambrosio, U. (2008). Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1*(1). 21-25. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/v1-n1-febrero2008/blanco.pdf

Greenwood, D. (2000). De la observación a la investigación acción participativa: una visión crítica de las prácticas antropológicas. *Revista de antropología Social de Cornell University*. *9*: 27-49.

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Perú: Mc Graw Hill

Garnier, L. (2008). El centro educativo de calidad como eje de la educación costarricense. Costa Rica: Editorial Ministerio de Educación Pública.

Organización Internacional del Trabajo. Convenio No 169 sobre Pueblos Indígenas y Tribales en Países Independientes. Editorial de la Organización Internacional del Trabajo para América Central, Panamá y República Dominicana. San José, Costa Rica. 2002.

Vásquez, A. Gavarrette, M. (2005). Etnomatemática en el Territorio Indígena Talamanca Bribri. (Tesis de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática.) Costa Rica: Universidad Nacional.

UNESCO. CEPAL. (sf). Objetivos de desarrollo del milenio: una mirada desde América Latina y el Caribe. Recuperado de http://www.eclac.cl/publicaciones/xml/1/21541/lcg2331e.pdf

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Resolución de problemas en Matemática y su didáctica en el contexto de los nuevos programas

Máster Eric Padilla Mora
epadillamora@gmail.com
Magister Allan Gen Palma
allangen999@gmail.com
Universidad Estatal a Distancia

Resumen: En Costa Rica, la resolución de problemas como eje principal del quehacer diario en los proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, conlleva un desafío. En este artículo se describe y analiza lo propuesto en el Programa de Estudio del Ministerio de Educación Pública. Además, señala lo que para los estudiantes es un problema y detalla las principales dificultades que, de acuerdo con diversos autores, conlleva la inserción de esta estrategia metodológica y se concluye con la propuesta del cómo podría implementarse.

Palabras claves: Matemática, resolución de problemas, didáctica, dificultades, enseñanza, aprendizaje, pedagogía, Programas de Estudio.

Abstract

In Costa Rica, problem solving as the main axis of the daily work in the teaching and learning of mathematics, involves a challenge. This article describes and analyze what is proposed in the Study Program of the Ministry of Public Education. It also points out what students acknowledge as problems and outlines the main difficulties, according to various authors involves the insertion of this methodological strategy and concludes with how the proposal could be implemented.

Introducción

La enseñanza de la Matemática desde los primeros ciclos de escolaridad, en Costa Rica y de acuerdo con los Programas de Estudio de Matemática vigentes, del Ministerio de Educación Pública (MEP), pretende estar centrada en la resolución de problemas. Sin embargo, dicha propuesta ha provocado reacciones diversas entre los actores tanto del proceso de enseñanza como del aprendizaje, principalmente porque la implementación conlleva de forma explícita o implícita un reto, en el cual entran en juego no solo los procesos sino también las actitudes y las creencias de los participantes y de la sociedad en general.

Factores como las diferencias entre el lenguaje tradicional y el matemático, la transformación del quehacer diario en el aula y las propuestas metodológicas entre otros, se convierten en elementos importantes y necesarios de analizar si se pretende lograr que el acto educativo favorezca el logro de objetivos de alto nivel; donde los errores más comunes en el planteamiento y la resolución de problemas, por parte de los estudiantes, debe ser un tema por tratar con la seriedad y profundidad requerida, así como la sistematización en su abordaje.

Esta tarea y desafío de transformación en el accionar, de quienes nos dedicamos a la enseñanza y particularmente de la Matemática, conlleva a la reflexión y el análisis sobre lo que en realidad se pretende

ISBN 978-9968-641-33-3

con esta disciplina, su enseñanza y su aprendizaje; pues bien lo señalaba Polya, G. ((1944) citado por Planas, N. y Alsina, A. (2009))

> …si [El profesor] dedica su tiempo a ejercitar a sus alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (p.12)

Se inicia este artículo con la descripción de lo señalado, en cuanto a la enseñanza de la Matemática centrada en la resolución de problemas, en el Programa de Estudio del Ministerio de Educación Pública.

Los Programas de Estudio en Costa Rica: Matemática y resolución de problemas

De acuerdo con los Programas de Estudio (2012), en Matemática, la resolución de problemas en contextos reales debe ser la base sobre la cual se rija el acto educativo. Con ello se procura que los estudiantes fortalezcan no solo sus capacidades cognitivas, sino que además, logren asimilar los contenidos de esta disciplina. Al respecto se señala

> En el currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. (p.10).

Sin embargo, debe comprenderse que el empleo de dicha estrategia no debe ser una actividad aislada, es conveniente que esté presente en el quehacer diario del estudiante. Además, los problemas propuestos deben corresponder a un contexto real, lo cual podría despertar el interés y generar actitudes positivas hacia su estudio. Por tanto, para el planteamiento y la modelación puede recurrirse a diversa información, preferiblemente de la familia, la clase, la escuela, la comunidad, la prensa, Internet y algunos libros de texto. También, es importante considerar que el planteamiento de situaciones abstractas no debe dejarse de lado, dado que podría contribuir con el desarrollo de las capacidades y destrezas que permitirán el manejo de objetos matemáticos de índole abstracto, poner en juego distintas habilidades y procesos cognitivos que le obliguen a justificar sus conclusiones y al empleo de la demostración como recurso que valide resultados, así como al uso del lenguaje matemático y el razonamiento riguroso abstracto. Por ello, se advierte que:

> La resolución de problemas como estrategia pedagógica hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera aún más vigorosa y eficaz, pues resulta fundamental una acción independiente y comprometida del sujeto en la acción de aula. (pp. 16-17)

Ante esta situación es necesario que los estudiantes no solo logren determinar la solución correcta de cierto problema sino que además, en su accionar reconozcan y compartan los argumentos esenciales que le permitieron resolverlo. Para ello deberán:

- Leer y comprender el enunciado.
- Traducirlo de forma correcta al lenguaje matemático.
- Seleccionar las estrategias y los métodos más adecuados para enfrentar su solución.
- Valorar los resultados matemáticos obtenidos.

ISBN 978-9968-641-33-3

- Ofrecer una respuesta acorde con lo que se le plantea.
- Poder evaluar y controlar su avance ante la resolución de problemas.

Esto procura fortalecer en los estudiantes diversas capacidades, como: comprensión de lectura, identificar situaciones problema, formular, diseñar y analizar problemas, desarrollar estrategias para la resolución y justificar adecuadamente las respuestas dadas.

Una propuesta que podría guiar al docente en el análisis sobre el avance de los estudiantes ante el proceso de resolución de problemas se presenta en el cuadro № 1 mostrado a continuación:

Cuadro № 1

Guía para analizar el avance de los estudiantes ante la resolución de problemas

<table>
<tr><td colspan="6">Nombre del estudiante:____
Sección: _____________. Fecha:_________________
Problema planteado:____
____
____</td></tr>
<tr><td colspan="4">Instrucciones: de acuerdo con lo realizado por el estudiante, marque con una x según corresponda a cada criterio.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Criterio</td><td>Sí</td><td>No</td></tr>
<tr><td colspan="4">14. Hay evidencia que permita asegurar que, al menos, intentó resolver el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">15. Al leer el problema logró comprenderlo</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">16. Reconoció los datos relevantes en el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">17. Traduce al lenguaje numérico y operatorio el enunciado verbal del problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">18. Justifica el porqué de la estrategia empleada en la solución</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">19. Expone sus ideas, de solución, de forma clara</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">20. Perseveró en la búsqueda de la solución</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">21. Resolvió el problema</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">22. La solución final del ejercicio es correcta</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">23. La respuesta dada contiene precisión del lenguaje y guarda relación con la interrogante planteada</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Criterio</td><td>Siempre</td><td>Casi siempre</td><td>Algunas veces</td><td colspan="2">Nunca</td></tr>
<tr><td>24. Argumenta de forma clara el porqué de la elección de cierto dato como relevante</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>25. Las operaciones que propone tienen relación con el enunciado del problema</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>26. Las operaciones que propone las resuelve de forma correcta</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia, con base en instrumentos aplicados en el proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, UNED, 2013.

ISBN 978-9968-641-33-3

Si bien el proceso de resolución de problemas debe ser una actividad que requiere una participación activa por parte de los estudiantes también involucra un compromiso del docente, el cual debe guiar, orientar, supervisar y registrar todo lo relacionado con la actividad, ello evidentemente podría no solo favorecer el acto educativo sino que además permitirá tomar decisiones en cuanto a los avances.

Por su parte la inserción de resolución de problemas en Matemática y de acuerdo con el MEP (2012), debe integrar al menos dos propósitos:

- **El aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas**: en este aspecto las recomendaciones teóricas planteadas por autores como George Pólya y Alan Schoenfeld, de quienes existe una vasta información tanto a nivel nacional como internacional, se convierten en guía para el trabajo en clase, principalmente para los primeros años de escolaridad. Sin embargo, debe imperar la idea que cada estudiante es quien debe proponer, diseñar e interiorizar cada una de las estrategias que emplea en la resolución de los diversos problemas. El aprendizaje de técnicas de solución de problemas no garantiza que una persona pueda resolver nuevos y distintos problemas; sin embargo, el constante empleo favorece el desarrollo de dicha capacidad.
- **El aprendizaje de los contenidos matemáticos**: el problema propuesto debe conllevar a generar aprendizajes matemáticos en un contexto específico. Por tanto, el estudiante deberá, a partir de lo planteado pensar sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido explicadas en detalle, así como enfrentarse a problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares o que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto.

El reto está, en proponer problemas de la vida real, que despierte el interés de los estudiantes y que tengan la suficiente complejidad para ser desafiantes según su nivel de escolaridad y las capacidades cognitivas que los estudiantes tengan, el fin es provocar una acción cognitiva que no sea sencilla. Esto puede verse favorecido al emplear situaciones que por su naturaleza no puedan resolverse en un corto tiempo, en contextos variados, que tengan múltiples soluciones o no tengan solución, esto podría reforzar aspectos como: las matemáticas no son verdades absolutas y que existen procesos constructivos que pueden durar mucho tiempo. Además, podría recurrirse al empleo de actividades en las cuales se aplique únicamente procedimientos de razonamiento lógico o bien que el estudiante a partir de los datos presentados sea quien construya las preguntas.

Algunas situaciones que podrían servir de guía son (puede consultarse otras en el anexo 1 de este documento):

Nivel I Ciclo de la Educación General Básica

n) Si se tiene que repartir 20 chocolates entre cinco personas ¿Cuántos chocolates recibe cada persona?

Esta es una situación en la cual no hay una respuesta única, ya que busca concientizar al estudiante en que no se menciona el cómo deben ser repartidos dichos chocolates. Además, es un ejercicio ideal para romper estructuras de pensamiento no deseadas.

o) Considere la siguiente expresión.

“En cierta clase se tiene que la cantidad de hombres es mayor que la de mujeres”

ISBN 978-9968-641-33-3

Escriba una frase equivalente a la anterior, pero empleando otras palabras.

Este tipo de actividades permiten identificar la comprensión de lectura y de un problema, además involucra el concepto de mayor que y menor que, así como el fortalecimiento del lenguaje matemático.

p) Analice la siguiente expresión e indique si es falsa o verdadera

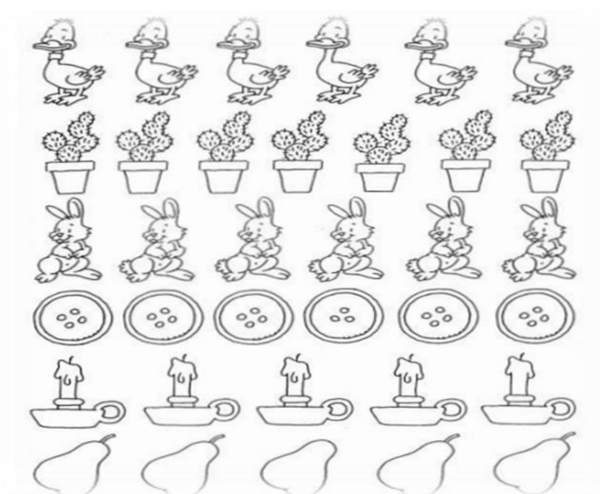
"Si hace sol entonces no hay nubes"

El empleo de este tipo de proposiciones estimula el análisis de situaciones cotidianas y la argumentación, además pueden verificarse con relativa facilidad.

q) Al resolver cierto problema sobre helados y galletas, María planteó la siguiente operación $450\times(15+8)+150\times(15+8)=$ ________ . Proponga el problema que está resolviendo María.

Con este problema se pretende estimular la creatividad e imaginación de los estudiantes, así como los conceptos de suma, producto y distributividad del producto respecto a la suma.

r) Observe la siguiente figura



Fuente http://www.educa.madrid.org/cms_tools/files/fa6c8332-9b1b-44a9-a72b-3a1ffce215e0/Fichas_desarrollo_de_la_inteligencia_1%C2%BA.pdf

Si en cada fila hay un dibujo que presenta una diferencia respecto a los otros, colorea el detalle que hace la diferencia.

Esta situación pretende estimular la observación detallada y distinguir en una figura lo que es el fondo y lo que es la figura.

Con relación al concepto perceptual fondo-figura los psicólogos de la Gestalt y propiamente Kurt Doffka (1935):

> …al oponerse al estructuralismo-atomista, que presuponía la suma de elementos más simples para formar una percepción, postulaban la acción de unas fuerzas organizativas, las cuales determinaban que el todo fuese algo más y distinto de la suma de las partes.
>
> Las investigaciones que utilizaban el Ganzfeld (campo homogéneo de estimulación) habían mostrado que para que tenga lugar la percepción, se requiere un contraste en la estimulación, cierta heterogeneidad. La Psicología de la Gestalt (Koffka, 1935) añadió

ISBN 978-9968-641-33-3

que la igualdad de estimulación produce fuerzas organizativas de cohesión (asimilación), mientras que la desigualdad de estimulación daba lugar a fuerzas organizativas de segregación (contraste).

- Asimilación: tendencia a minimizar las diferencias entre algunos elementos.
- Contraste: tendencia a exagerar las diferencias entre algunos elementos. (p.7)

s) En un juego con dados los jugadores lanzan un dado dos veces y cada uno suma lo obtenido en cada lanzamiento. Gana quien obtenga la mayor cantidad al sumar.

Discusión.

- La única forma de ganar será si obtengo un seis en el primer lanzamiento y otro seis en el segundo lanzamiento.
- Es claro que pierdo si en primer lanzamiento obtengo un uno y en el segundo lanzamiento un dos.

Dicha situación permite realizar una serie de conjeturas que propician la incursión en los temas de las probabilidades.

t) Se solicita a los estudiantes que realicen encuestas sobre temas relacionados con los productos consumidos durante el recreo para hacer, si fuese necesario, propuestas de mejora en alimentación.

Con este tipo de actividades, además de proponer estrategias del cómo recolectar, tabular, graficar e interpretar la información, se pretende concientizar a los estudiantes sobre los productos consumidos y su aporte a una alimentación saludable. Bajo esta técnica la cantidad de temas por investigar son muchos.

Nivel II Ciclo de la Educación General Básica

a) Compré unos helados de igual precio. Si en total pagué 2 700 colones ¿Cuántos helados he comprado?

b) Al ir al supermercado compré una sandía que pesaba ocho kilogramos. Al pagar con un billete de 2 000 colones me sobró 800 colones. Luego pasé por una verdulería en la cual se indicaba que el kilogramo de sandía vale 120 colones. En cuál lugar me saldría más barata la sandía de ocho kilogramos ¿En el supermercado o en la verdulería? ¿Por qué?

c) Observe la siguiente figura.

ISBN 978-9968-641-33-3

Con base en ella, si se quieren ordenar las pesas de forma ascendente según su peso ¿Qué número le corresponde a cada una de las siguientes pesas?

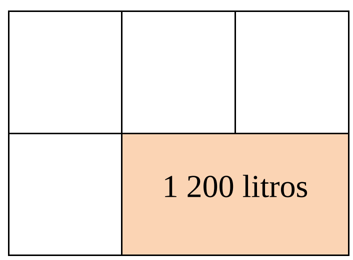


d) María quiere ir al cine a ver una película y ha quedado en reunirse con sus amigos en la puerta del cine a las 6:45 p.m. Antes de eso debe hacer las siguientes tareas:

- Bañarse, lavarse la cabeza y secarse el pelo, lo que le llevará 45 minutos en el cuarto de baño.
- Vestirse y recoger su habitación, para lo cual dura 25 minutos.

Si su padre la llevará en el auto hasta el cine, pero desde su casa tardarán 10 minutos ¿A qué hora debe empezar María a hacer todas esas tareas y llegar a tiempo a la cita con sus amigos?

e) De un depósito lleno de agua se saca la tercera parte del contenido, después la mitad del resto y aún quedan 1 200 litros de agua ¿Qué capacidad tiene el depósito?



Nivel III Ciclo de la Educación General Básica

a) Usted va al cajero automático del banco y necesita sacar 12 000 colones de su cuenta de ahorros. El cajero dispone de billetes de: 1 000 colones, 2 000 colones, 5 000 colones y 10 000 colones ¿Con cuántos billetes puede, el cajero, darle el dinero solicitado? ¿Cuál sería la menor cantidad de billetes que puede darle y de cuáles nominaciones?

b) En la partida de un *rally* de velocidad se decide que los autos salgan cada 15 minutos, al iniciar la competencia los jueces se dan cuenta que el reloj electrónico del director de pruebas se dañó. Un burlón aparece con dos relojes de arena uno de siete minutos y otro de once minutos ¿Será posible marcar con ellos intervalos de 15 minutos? (Ejercicio tomado de González, F. (2006), p.11)

c) Si se ha lanzado una moneda al aire cinco veces y ha salido todas las veces cara.

1. Si se lanza una vez más la moneda ¿Qué crees que saldrá?
2. ¿Considera que es fácil acertar lo que va a salir? ¿Por qué?

ISBN 978-9968-641-33-3

d) Si se sabe que $2^2+3^2+6^2=7^2$, además $3^2+4^2+12^2=13^2$ y que $4^2+5^2+20^2=21^2$ ¿Cuánto es, en su forma de potencia, $8^2+9^2+72^2$?

e) En una misma caja hay 10 pares de calcetines de color azul y 10 pares negros, y en otra caja hay 10 pares de guantes de color azul y otros tantos pares negros ¿Cuántos calcetines y guantes es necesario sacar de cada caja, para conseguir un par de calcetines y un par de guantes de un mismo color (cualquiera)?

Evidentemente las situaciones anteriores solo pretenden servir de guía, lo fundamental es que puedan contextualizarse según necesidades e intereses durante el proceso educativo.

En cuanto a la organización de la lección, en la propuesta de los Programas de Estudio (MEP, 2012), se evidencia que la resolución de problemas no debe verse como algo aislado, en ella se promueve la introducción y el aprendizaje de los nuevos conocimientos siguiendo cuatro pasos o momento centrales:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre.

Por su parte diversos autores indican que existen varias razones que confirman la necesidad de la enseñanza a través de la resolución de problemas, por ejemplo De La Rosa, J. (2007), destaca que:

- La resolución de problemas implica poner un mayor énfasis en el desarrollo del aprendizaje que en su memorización.
- Solucionar problemas ayuda a que los estudiantes desarrollen hábitos de organización, trabajo y autoevaluación.
- Contribuye con el desarrollo de la capacidad para solucionar otros problemas y aplicar dicho aprendizaje para resolver situaciones de la vida cotidiana.
- Fomenta la participación de los estudiantes en su propio aprendizaje.
- Ayuda a confiar en sus posibilidades y a desarrollar hábitos de colaboración.
- Permite crear una forma de trabajo satisfactorio, atrayente y divertido, así como el establecimiento de actitudes de participación, gusto por el trabajo, por la precisión, entre otros.
- Porque la resolución de problemas es aplicable a todas las edades.
- Permite integrar conceptos, procedimientos y actitudes en una misma secuencia de aprendizaje, ya que, a través de procedimientos como contar, clasificar, representar, entre otros, se puede sacar conclusiones y con ello generalizar a los conceptos.

Es evidente que en la educación costarricense y de acuerdo con los Programas de Estudio la enseñanza de la Matemática apunta al uso de la resolución de problemas como una estrategia que deberá ser parte fundamental del acto educativo; esto a partir de una clara fundamentación teórica que acompaña y justifica su empleo. Sin embargo ¿Cuál es la concepción sobre los problemas que tiene los estudiantes?

Consideraciones de los estudiantes sobre lo que es un problema

Diversos investigadores, entre ellos Escudero, J. (1999) coinciden en que:

ISBN 978-9968-641-33-3

> Un problema es una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. (p.10)

Por tanto un problema supone una situación que no podrá resolverse aplicando directamente los conocimientos que se tengan, sino que para solucionarlo es necesario reflexionar e interiorizar lo que se plantea y en ocasiones remitirlo a experiencias personales, manipular la información, representarla y establecer las operaciones matemáticas o ideas que le permitan proponer solución o soluciones si las hay. Todo esto exige que ante la resolución de problemas se requiera, en muchos casos, realizar un mayor esfuerzo.

Ahora bien, para los estudiantes ¿Qué es un problema? De acuerdo con Fernández, J. (2006), los resultados de investigaciones señalan que dicha noción se puede dividir en cinco clases:

1. **Acomodación operativa con necesidad de solución**: pertenecen los estudiantes que consideran que un problema es una forma de disfrazar una serie de operaciones. Generalmente hacen cálculos con el fin de obtener un resultado sin analizar sus procedimientos, lo importante es obtener una solución la cual se recoge después de hacer alguna operación que les haga dar por terminado el problema. No estudian la solución y expresan lo que han obtenido aunque nada tenga que ver con lo que se les ha preguntado.

   Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: "una serie de palabras con números y preguntas que hay que averiguar el número que tiene que salir" o "lo que se resuelve con operaciones".

2. **Reflexión operativa**: pertenecen a este grupo los que consideran que un problema es "algo" que ayuda a pensar. En ella se ubican los estudiantes que además de considerar que hay que pensar lo hacen, son quienes razonan cada una de las estrategias empleadas (reflexión operatoria consciente), generalmente son ágiles de pensamiento y creativos. Pero también se ubican los que no actúan con lo pensado (reflexión operatoria inconsciente), es decir consideran que hay que pensar pero solo hacen operaciones sin razonar, la idea es obtener una respuesta.

   Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: "algo muy pensativo que se tiene que resolver", "una situación difícil que nos ayuda a pensar".

3. **Sustitución de contenido**: son aquellos que entienden por problema un conjunto de operaciones difíciles. Además consideran que una operación es un problema siempre que ésta sea difícil. Habitualmente, no obtienen la solución o dejan la solución del problema a medias, se dedican a hacer por hacer.

   Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: "una división, una suma o una resta difícil", "un lío de operaciones cada año más largas y más difíciles".

4. **Imitación de iniciativas**: a esta clase pertenecen aquellos estudiantes que hacen bien, solo, lo que saben hacer. No son creativos y les gusta hacer prácticas en las cuales se de la reiteración de ejercicios. Si se encuentran con algún problema o alguna situación que no han enfrentado se quejan, y hacen responsable al docente de lo sucedido. Son aquellos que tienen grandes dificultades si en las actividades prácticas los ejercicios no se muestran tal y como fueron enseñados, por ejemplo: no saben calcular el área de un rectángulo que aparece en posición vertical ni inclinada, porque su mente lo asocia solo si está en posición horizontal.

ISBN 978-9968-641-33-3

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: "aprender lo que le falta de dinero", "es lo que sirve para aprender mucho".

5. **Negación consciente**: en esta clase están quienes se han rendido ante la solución de problemas. Consideran que es algo difícil y suelen dejar el ejercicio en blanco. Ni siquiera lo intentan. En ocasiones se limitan a llenar el espacio que se deja para la solución con un dibujo o copian algún dato del enunciado, el cual lo expresan de forma distinta, por ejemplo si en el enunciado hay un 25, en la solución escriben alguna operación, sin sentido, que de cómo resultado dicho número así como 15 + 10 = 25.

   Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: "una manera de complicarte la vida", "algo difícil y aburrido"

En Costa Rica, según citan Alfaro, C y Barrantes, H. (2008), un estudio realizado por Barrantes, H. (2008), le permitió concluir que los estudiantes de la educación media consideran que un problema:

> …puede considerarse como un ejercicio para verificar conocimientos, el cual no puede presentar la información que no sea pertinente, solo tiene una respuesta correcta y el enunciado presenta las claves de su solución.
>
> Por su parte un elevado porcentaje piensa que un problema matemático se debe poder resolver en 15 minutos o menos; incluso en menos de 10 minutos según una amplia mayoría. Esto induce a que, en general no dediquen más de 10 o 15 minutos en el intento de resolver un problema o ejercicio matemático. (pp. 88-89)

Es claro que dichas concepciones conllevan a un análisis y una reflexión, dado que estas percepciones marcan en mucho el quehacer del estudiante, quizá por ello en ocasiones al plantear problemas en la clase muchos de los estudiantes ni si quiera intentan leer el problema. Además, lo señalado por Barrantes, podría deberse a que en ocasiones no se da el tiempo prudencial para que sean los estudiantes quienes resuelvan los problemas en clase o quizá porque solo se analizan al final de cada tema o en tareas que deben ser solucionadas en casa.

Otro aporte que podría favorecer, a los docentes, en su proceso de enseñanza, es conocer algunas de las dificultades que los estudiantes enfrentan al resolver problemas, sin duda esto beneficiará la toma de decisiones en cuanto a la implementación de diversas estrategias así como el logro de los objetivos educativos propuestos.

Dificultades presentadas por los estudiantes ante la resolución de problemas

En cuanto a las dificultades que presentan los estudiantes ante la resolución de problemas podría iniciarse con el impacto que provoca en ellos el solo uso del término "problema", algunos docentes resuelven esto al emplear "situación problema", por su parte De La Rosa (2007), considera que los estudiantes ante un problema, generalmente:

a) No efectúan una lectura minuciosa que les permita comprender el enunciado. Lo cual le lleva a solicitar la ayuda al docente incluso antes de haber terminado de leer el problema.

b) Intentan conseguir la solución de forma directa e inmediata, sin establecer un plan de trabajo; no organizan la información del enunciado o lo hacen precipitadamente.

ISBN 978-9968-641-33-3

c) Lo resuelven rápidamente a modo de ensayo/error, sin lectura previa. Para ello toman los datos que sean numéricos (casi siempre diferenciados de las palabras en el enunciado) de acuerdo con los conocimientos que más dominan, aunque no necesariamente sean relevantes para la solución.

d) Se dispersan con facilidad, producto de la dificultad que tienen de aislarse de otros estímulos y concentrarse en la tarea propuesta.

e) Les falta razonamiento ante los datos que aportan, esto puede deberse a la carencia de madurez en los niños de niveles escolares bajos.

f) Se bloquean cuando se les presentan situaciones novedosas o que no han sido explicadas, esto les impide incluso escuchar las sugerencias y explicaciones de los docentes.

g) Lo presentado no les sugiere nada, lo cual provoca desmotivación y no sienten la necesidad de resolverlos. Es evidente que la realidad e interés de los estudiantes puede ser distinta a la de sus profesores.

Por su parte Conde, R y Conde Y. (2005) reafirman muchas de las consideraciones de De La Rosa al señalar

> Hay una tendencia de los alumnos a iniciar la resolución de un problema sin realizar una lectura detallada y sin analizar qué estrategia de resolución puede utilizar. Esto se comprueba en el hecho de que los alumnos buscan en el texto del problema los números para realizar con ellos cualquier operación. Combinan los números contenidos en el problema de cualquier forma para obtener una solución.
>
> Cuando se propone algún problema hay algunos alumnos que dicen que no saben hacerlo. Si se indaga la causa por la que no lo sabe resolver casi siempre se descubre que el problema central es el desconocimiento de algún término (o la flojera). Esto se comprueba con el hecho de que muchos alumnos piden ayuda para resolver un problema antes de haber terminado de leer el problema. (p.7)

Para Poggioli, L. (sf) los estudiantes ante la resolución de problemas presentan diversas dificultades, de ellas se destacan:

a) **Dificultades de comprensión lectora**.

Esto se evidencia por la tendencia que tienen los estudiantes a utilizar todos los datos presentados en el enunciado aunque no tengan relación con lo solicitado, lo cual evidencia la falta de comprensión general del problema y provoca conflicto para encontrar los datos intermedios no explícitos e induce a mantenerse dentro de lo que se exige sin ir más allá de su planteamiento.

Ante esta situación se señala que algunos estudiantes pueden resolver mejor los problemas si alguien se los lee y no es él quien lo lee.

Algunas de las razones que podrían justificar estas dificultades son: la complejidad sintáctica del lenguaje ordinario utilizado en el enunciado, la utilización de vocabulario técnico, la utilización de signos matemáticos o la incapacidad de relacionar las matemáticas con el contexto. Para De La Rosa, J. (2007) esto se debe a que:

- El lenguaje matemático, en ocasiones, tiene semejanza con el lenguaje ordinario; sin embargo, utiliza palabras y símbolos con un significado totalmente distinto. Por ejemplo:

ISBN 978-9968-641-33-3

- El igual en matemáticas se refiere a la igualdad como $23+4=27$, por tanto dicho signo separa dos designaciones de un mismo objeto; sin embargo, en el lenguaje ordinario, quiere decir parecido o similar.
- En matemáticas, el cuadrado no tiene cuatro lados iguales sino 4 lados de la misma longitud o congruentes, dado que si los lados fueran iguales, estarían superpuestos y por tanto colocados en el mismo lugar.

- En el lenguaje matemático las valoraciones subjetivas están ausentes, dado que se da énfasis a la precisión. Por ejemplo:
    - El uso de términos como delante y detrás del lenguaje ordinario en relación con anterior y posterior, puede provocar confusiones. En una fila de personas los que están delante o detrás de uno cambiarán dependiendo de que la fila esté mirando a derecha o a izquierda. En matemáticas el número que está “delante” es el “posterior” y el que está “detrás” es el “anterior” y esto no cambiará nunca.
    - En matemática un rectángulo es un cuadrilátero paralelogramo que tiene sus ángulos internos congruentes.
    - En numeración podemos decir indistintamente que “7 es más pequeño que 10, o bien, 10 es más grande que 7”; no obstante, nunca se dice: “10 es menos pequeño que 7, o que, 7 es menos grande que 10”
- El empleo de letras para la representación de variables, así como la notación alfabética y numérica de los números añaden mayor dificultad a los enunciados de los problemas.
- En ciertos problemas el empleo de datos irrelevantes en ocasiones dificulta la representación mental, pero puede contribuir para que los estudiantes identifiquen los datos importantes de los superfluos o a deducir que se trata de un problema que no se puede resolver por no disponer de todos los datos necesarios.
- En geometría por ejemplo, en un círculo se dispone de dos términos diferentes para distinguir la línea y la región interior a la línea (circunferencia y círculo). Sin embargo, para el triángulo o el rectángulo no existen palabras equivalentes; sino que se debe hablar de lados del triángulo o de interior del triángulo.
- En niveles básicos de enseñanza la realidad confronta el lenguaje matemático, el cual es abstracto con conceptos que son intangibles y que no existen en la realidad. En los primeros niveles, los objetos matemáticos deben reflejar esas realidades vivenciales llenas de tangibles y visuales, sin embargo de forma progresiva, los estudiantes, deben desprenderse de ellas en los niveles superiores de enseñanza. Ejemplo de ello sería la recta, el plano y el espacio.

b) **El estudiante, generalmente, dedica muy poco tiempo a la resolución de un problema**.

De acuerdo con Alfaro, C. y Barrantes, H. (20008) se determinó que la mayoría de los estudiantes consideran que el tiempo estimado para resolver un problema es de 10 minutos o menos. Por otra parte, Poggioli señala que se ha comprobado que el aumentar la dificultad en un ejercicio no conlleva a que el estudiante dedique más tiempo a analizar o plantear alguna propuesta de solución, casi siempre dedicará la misma cantidad.

Esto podría justificarse por la falta de hábitos como esfuerzo, dedicación y conseguir las propias metas. Habitualmente los estudiantes no disfrutan los retos intelectuales ni están dispuestos a

ISBN 978-9968-641-33-3

invertir el tiempo en pensar. Ante esto es necesario que el docente les haga ver que los resultados logrados a través de la perseverancia producen aprendizaje, y sobre todo que esto les permitirá diseñar estrategias para enfrentar la solución de diversos problemas en la vida. Sin embargo, Jimeno, M. (2007) plantea que una de las grandes dificultades es que a los estudiantes se les brinda poco tiempo para que resuelvan las actividades que se le asignan, esto provoca que se refuerce la idea sobre:

> …las tareas matemáticas se resuelven en escasos minutos, que si no se comprenden en poco tiempo no se hará tampoco aunque se disponga de más tiempo, con lo que los niños abandonan rápidamente las tareas si no saben la solución en escasos minutos. (p.9)

Además, advierte que:

En la enseñanza de las matemáticas, se le suele dar una mayor importancia al aprendizaje de términos o símbolos y a la sintaxis que a los significados. Los estudiantes aprenden pronto expresiones como $5 + 3 = 8$ o $9 – 3 = 6$, y el cálculo de estas pequeñas sumas o restas; pero cuando se trata de resolver un problema verbal, de aplicar estas operaciones, suelen preguntar ¿de qué es el problema? Los problemas verbales les plantean muchas dificultades a los estudiantes, los niños pueden haber asimilado los nombres de las operaciones, su sintaxis y el cálculo del resultado pero no saben aplicar esa operación a situaciones concretas. Si no se saben aplicar de poco sirve aprenderlas.

Se insiste en el cálculo, los estudiantes pueden ser capaces de ejecutar correctamente largas multiplicaciones, pero incapaces de resolver un problema sencillo de multiplicación. En nuestra vida nos encontramos con problemas o situaciones que tenemos que resolver, pero no con operaciones ya escritas. (p.10)

c) **Dificultad para planificar el proceso de resolución del problema**.

Es común que los estudiantes no puedan hacer la representación mental del enunciado del problema, aislar la información relevante, organizar la información, planificar las estrategias de resolución, aplicar los procedimientos adecuados, justificar sus pasos, verificar si la solución es o no correcta, revisar y supervisar todo el proceso.

d) **Poco dominio de procedimientos heurísticos generales y específicos, para resolver problemas**.

Lo cual podría deberse al escaso o nulo empleo de éstos en las lecciones.

Los procesos heurísticos están asociados a la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rasgo característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede describirse como *el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención* o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente.

La popularización del concepto se debe al matemático George Pólya, con su libro *Cómo resolverlo* (*How to solve it*). Habiendo estudiado tantas pruebas matemáticas desde su juventud, quería saber cómo los matemáticos llegan a ellas.

e) **Ausencia de conocimiento metacognoscitivo**.

Lo cual le impide tener conciencia de los procesos y estrategias que utiliza para la resolución del problema y corregirlos en caso de ser necesario.

ISBN 978-9968-641-33-3

f) **Bajos niveles afectivos y motivacionales hacia la matemática y hacia la resolución de problemas.**

Estas dificultades brindan un panorama respecto al qué se debe tomar en cuenta cuando se busca que los estudiantes resuelvan problemas. En el siguiente apartado se brindan algunas de las recomendaciones en cuanto a la didáctica.

La resolución de problemas y su didáctica

De acuerdo con Schroeder y Lester, citado por Bay (2000) (Alfaro, C y Barrantes, H. (2008)) la resolución de problemas puede ser empleada en el aula de tres formas:

- Enseñar para resolver problemas: consiste en explicar los conceptos y posteriormente plantear situaciones problema que pretenden poner en práctica lo aprendido. Podría asegurarse que esta situación es la generalizada en las actividades de mediación en Matemática de la educación costarricense.
- Enseñar acerca de la resolución de problemas: la cual pretende enseñar las estrategias o técnicas que permiten enfrentarse a la resolución de problemas; su enfoque principal es el aprendizaje de cómo resolver problemas y no necesariamente el de contenidos matemáticos. Esto podría emplearse en los primeros niveles de escolaridad, y se adecua a uno de los principios propuestos por el MEP.
- Enseñar mediante la resolución de problemas: se enfoca en enseñar los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas. Se iniciaría con una situación problemática y a partir de ello se van desarrollando los contenidos. Esta propuesta es la que mayor relación tiene con la propuesta en los Programas de Estudio del MEP.

Independientemente de la forma en la cual se inserten los problemas y su resolución no debe ser un acto espontáneo, esto debe hacerse de forma paulatina y de acuerdo con un plan estructurado, tomando en consideración factores como el nivel de escolaridad y sobre todo respetando el desarrollo cognitivo; con problemas bien seleccionados, dado que en ocasiones será para potenciar: la compresión de lectura, la traducción al lenguaje numérico y operatorio, la selección de estrategias, la representación gráfica, el reconocimiento de patrones, el uso de razonamiento lógico o la prueba con la exhibición de casos.

Es importante que en los primeros niveles de escolaridad el docente se convierta en guía en cuanto a las diferentes etapas de la resolución de problemas; donde el inculcar la lectura minuciosa, el análisis y la comprensión de los datos así como la selección de los mismos, el trazo de planes de acción, la evaluación o monitoreo de las acciones, entre otras, debe formar parte no solo del quehacer del estudiantes sino de quien enseña. En estas etapas el alumno debe comprender el cómo seleccionar la mejor representación que le permita resolver un problema o construir un modelo, que pueda conjeturar sobre la posible solución y analice la validez del o los resultados obtenidos a la luz de lo propuesto en el problema. En esta fase es importante que inicien el proceso de justificar sea de forma escrita o verbal cada uno de los procedimientos empleados en la solución.

Para, Echenique, I. (2006)

> …más que enseñar a los alumnos a resolver problemas, se trata de enseñarles a pensar matemáticamente, es decir, a que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas a un amplio rango de situaciones y, en este sentido, los propios problemas serán las "herramientas" que les llevarán a ello.

ISBN 978-9968-641-33-3

Abordar la enseñanza bajo esta perspectiva es un proceso lento, que debe iniciarse en los primeros años de escolaridad obligatoria. Llevaría además a un cambio sustancial en las creencias. (pp. 10-11)
Además, plantea "…la escuela es el lugar donde los alumnos deben aprender a resolver problemas y, si no dedicamos a ello el tiempo que la actividad requiere, difícilmente se logrará en años posteriores…" (Echenique, I. 2006. p. 24).

Poggioli, L. (sdf), señala que diversos investigadores, entre ellos Mayer (1992) y Stenberg (1987), se han dedicado al estudio del tipo de conocimiento involucrado en la resolución de un problema, y han determinado que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión. Además, advierte que:

> …estos autores coinciden en señalar que los tipos de conocimiento necesarios para resolver problemas incluyen:
>
> - ◊ Conocimiento declarativo: por ejemplo, saber que un kilómetro tiene mil metros.
> - ◊ Conocimiento lingüístico: conocimiento de palabras, frases, oraciones.
> - ◊ Conocimiento semántico: dominio del área relevante al problema, por ejemplo, saber que si Álvaro tiene 5 bolívares más que Javier, esto implica que Javier tiene menos bolívares que Álvaro.
> - ◊ Conocimiento esquemático: conocimiento de los tipos de problema.
> - ◊ Conocimiento procedimental: conocimiento del o de los algoritmos necesarios para resolver el problema.
> - ◊ Conocimiento estratégico: conocimiento de los tipos de conocimiento y de los procedimientos heurísticos. (p. 10)

Así que durante la implementación de dicha estrategia el docente debe garantizarse que el estudiante tiene o puede inferir los diversos conocimientos que requieren para la solución de la situación.

Por su parte González, F. (2006), señala algunas herramientas heurísticas que podrían contribuir con la toma de conciencia sobre la actividad cognitiva personal y su consiguiente registro, algunas de ellas son:

1. *Hablar con el problema*: ello consiste en establecer un "diálogo" con el enunciado. Para ello el docente podría solicitar al estudiante que formule preguntas como: ¿Qué me dan? ¿Qué me piden? ¿Qué es lo que debo encontrar? Probablemente se requiere de la lectura reiterada del enunciado.
2. *Autointerrogatorio:* lo cual invita a la reflexión concurrente durante el proceso de resolución. Por ello es fundamental que puedan dar respuesta a interrogantes como ¿Qué estoy haciendo? ¿Para qué lo estoy haciendo? ¿Dónde me lleva lo que estoy haciendo?

Silva, M; Rodríguez, A y Santillán, O. (2009), sugieren que durante todo el proceso algunas preguntas generadoras que podría ayudar son:

- ¿Crees que lo resolviste correctamente?
- ¿Me puedes explicar qué es lo que se pregunta en este problema?
- ¿Qué procedimiento utilizaste, qué pasos seguiste?
- ¿Por qué consideras que esa respuesta es la correcta?
- ¿Verificaste si tenías algún error?
- ¿Qué cosas que has aprendido en la escuela te sirvió para resolver este problema? (o fuera de ella si fuera el caso)

  En el caso que la respuesta del alumno fuera incorrecta, se les pregunta:

ISBN 978-9968-641-33-3

- ¿Qué elementos no entiendes, qué confusiones presenta en los conceptos relacionados al problema específico? (p.28)

Para De La Rosa, J. (2007), también es necesario que:

- El docente transmita, a través de sus palabras y metodología, confianza a los estudiantes en cuanto a las capacidades de cada uno de ellos ante la resolución de problemas así como comunicarles la dificultad de la tarea que hay que realizar y el grado de esfuerzo que exige, porque el alumno tiende a experimentar una gran satisfacción cuando es capaz de resolver un problema desafiante.
- La utilización de creatividad en el aula permitirá orientar a los alumnos a descubrir problemas, con estrategias más específicas como:
    - Dramatizar en clase técnicas de compra y venta.
    - Matematizar situaciones de la vida cotidiana.
    - Utilizar e inventar juegos matemáticos: rompecabezas, numerogramas, criptogramas, jeroglíficos, sudokus, tangramas, ajedrez, uno, domino…
    - Interpretar y elaborar planos, sobre todo planos que les sean significativos.
    - Hacer traducciones del lenguaje ordinario al lenguaje matemático.
    - Reproducir a escalas edificios, estatuas, juguetes.
    - Utilizar cuentos para introducir contenidos o plantear situaciones problemáticas.

Discusión y conclusiones

En Costa Rica, el Programa de Estudio para el área de Matemática y su propuesta de implementar la resolución de problemas como eje principal en la actividad de aula, conlleva una transformación pero sobre todo un reto en el quehacer diario de los docentes. Sin embargo, aunque la propuesta contiene un marco referencial amplio y rico en ideas, es fundamental la capacitación de los docentes sobre ¿Cómo implementarla? Dado que la verdadera transformación y ejecución supera cualquier discurso teórico. Éstas deben estar enfocadas, principalmente, en brindar a los docentes la orientación clara y precisa sobre el accionar en la práctica.

Al emplear la resolución de problemas como estrategia metodológica, de acuerdo con la información presentada y el análisis de la misma, se ofrecen las siguientes recomendaciones.

a) Se debe plantear a los estudiantes situaciones problemáticas surgidas de contextos reales y que exijan planificar la acción, controlar y supervisar lo que se hace y se piensa, así como evaluar los resultados obtenidos. Algunas características deseables en el problema son: ser práctico de manera que le encuentren un sentido lógico, que admita más de una solución así como que posibilite el empleo de más de un método para alcanzar la solución.
b) La implementación de situaciones abstractas no debe dejarse de lado, sin embargo debe estar en función de objetivos claros y atender las necesidades cognitivas para su implementación. Su uso pone en juego distintas habilidades que le obliguen a justificar conclusiones, al empleo de la demostración como recurso que valide resultados, al uso del lenguaje matemático y el razonamiento riguroso.
c) En los primeros niveles de escolaridad, el docente, debe resolver en forma conjunta con los estudiantes diversos problemas, para ello debe razonar en voz alta y mostrar los procesos de

ISBN 978-9968-641-33-3

razonamiento y las actitudes necesarias para su resolución. Incentivando aspectos como: comprensión lectora del enunciado, los conocimientos que se deben aplicar, la estrategia más conveniente que se debe seguir, la determinación de continuar o abandonar el camino seleccionado, actitudes de perseverancia, flexibilidad para corregir los errores, reflexión para encauzar las estrategias, espíritu de superación ante las dificultades y posibles estimaciones de solución, entre otras.

d) Se debe involucrar a los estudiantes en el reconocimiento de los datos presentes en el problema, incluso aquellos que no son necesarios y los que son irrelevantes para resolverlo.

e) Proponer la operación u operaciones mediante las cuales se puede resolver según lo analizado a partir de la lectura.

   Es importante que esta fase no se convierta en un espacio para que el docente sea quien ejemplifique a los estudiantes el cómo se hace, dado que el trabajo conjunto es lo que debe imperar. Posteriormente los estudiantes resuelven el problema y se pueden proponer otros que conserven la misma estructura que el problema inicial, preferiblemente que sean los alumnos quienes los propongan, de tal manera que sólo varíen los datos y el contexto. De esta menara se contribuye así con el aprendizaje transferible a nuevas situaciones.

   Terminada esta fase sería conveniente que el docente plantee algunas variantes para incentivar la inventiva y creatividad en el estudiante, dado que si se prioriza o se usa de manera exclusiva esta estrategia, sin introducir ninguna variante, el problema dejara de serlo. El dar datos para que puedan plantear problemas es una excelente estrategia.

f) Si bien las recomendaciones teóricas planteadas por diversos autores respecto a cómo enfrentar la resolución de problemas puede servir de guía a los estudiantes, es necesario que sean ellos quienes desarrollen sus estrategias de solución.

g) La reformulación verbal de los problemas mediante el empleo de términos de uso familiar sin que esto afecte la estructura original debe imperar como parte de la estrategia para la solución.

   Esta fase requiere, un acompañamiento, dado que la reelaboración del enunciado podría modificar la estructura original del problema, lo cual no conduciría a solucionarlo. Otro aspecto que debe ser valorado es si la reelaboración trae consigo la eliminación del lenguaje técnico o de palabras, lo cual podría resultar una limitante en la ampliación semántica del vocabulario.

h) Durante el proceso de resolución, por parte de los estudiantes, el docente deberá plantearles diversas interrogantes que le guíen y que además le permita comprobar sí están entendiendo y justifica lo que hace.

   Las preguntas podrían tender a recuperar ciertos conceptos y conocimientos involucrados en el planteamiento del problema, aumentando con ello la probabilidad de que el estudiante elija los procedimientos adecuados para resolverlo.

i) Una actividad enriquecedora y casi obligatoria es facilitar al estudiante la explicitación de los razonamientos durante el proceso de solución del problema. Esto contribuye a fomentar el pensamiento en voz alta, lo cual hace que el estudiante sea consciente de las razones por las que va tomando decisiones, fortaleciendo el pensamiento reflexivo y crítico. Es conveniente que puedan dar respuesta a ¿Cómo se le ocurrió esta forma de solución? ¿Qué pensó cuando decidió realizar determinada operación? ¿Por qué cree que funciona? ¿Para qué la resolvió y que obtiene con ello? ¿Qué le ayudó a pensar de esa manera? ¿Habrá otra forma de resolverlo?

El trabajar la resolución de problemas en pequeños grupos donde el estudiante esté obligado a ser claro y a justificar su proceso de resolución, permite el intercambio de ideas en torno a la resolución de problemas, se tome conciencia de que un mismo problema puede abordarse a través de distintos procedimientos y compartir las dificultades que puede contribuir a que éstas se vivan con menos carga de angustia. Es valioso que expliquen a los compañeros lo que pensaban mientras resolvía el problema

ISBN 978-9968-641-33-3

fomentándose el aprendizaje cooperativo. Respecto a esta metodología del aprendizaje cooperativo Ortega y Melero (1999) mencionan:

> …hablamos de estructura de aprendizaje cooperativo cuando se organizan tareas en las que la cooperación es la condición para realizarlas. Son tareas de aprendizaje que no se pueden realizar si no es colaborando entre los compañeros. No se puede tener éxito si los compañeros no lo tienen. Se liga el éxito propio al éxito del resto. (p. 17)

Bibliografía

Alfaro C y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Centro de investigaciones matemáticas y meta-matemáticas. Año 2, No.4. San José Costa Rica.

Conce, J y Conde Y. (2005). El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos. Recuperado http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24662/Documento_completo.pdf?sequence=1

De La Rosa Sánchez, J. (2007). Didáctica para la resolución de problemas. Educación primaria. Recuperado de https://dl.dropboxusercontent.com/u/5941054/blog_mates/compematex/ordenados/primaria/Did%C3%A1ctica%20para%20la%20Resoluci%C3%B3n%20de%20Problemas%20Jose%20de%20la%20Rosa.pdf

Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. Recuperado de https://www.edu.xunta.es/centros/ceipisaacperal/system/files/matematicas.pdf

Escudero, J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Recuperado de http://www.creadotecnia.es/descargas/escudero-2.pdf

Fernández, J. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. Recuperado de http://www.grupomayeutica.com/documentos/21.%20ALGO%20SOBRE%20RESOLUCIoN%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS.pdf

González, F. (2006). Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de problemas. Recuperado de http://www.galeon.com/unvm/Cap12.pdf

Jimeno, M. (2007). Las Dificultades en el aprendizaje matemático de los niños y niñas de Primaria: causas, dificultades, casos concretos. Recuperado de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepco3/competencias/mates/primaria/Dificultades_matematicas%20primaria%20Manuela%20Jimeno.pdf

Koffka, K . (1935). Principios de la psicología de la Gestalt. Recuperado de http://www.ub.edu/pa1/node/60

MEP. (2012). Programas de Estudio en Matemáticas. Costa Rica.

Ortega, M. & Melero, M. (1999). El aprendizaje cooperativo: <<principios básicos>>. Editorial Gráficas Lizarra. Pamplona, Navarra.

ISBN 978-9968-641-33-3

Planas, N. y Alsina, A. (2009). Educación Matemática y buenas prácticas. Graó: Barcelona.

Poggioli, L. (sf). Estrategia de resolución de problemas. Recuperado de http://spratfau.files.wordpress.com/ 2011/09/biblio_estrategias-de-resolucic3b3n-de problemas.pdf

Polya, G. (1975). How To Solve It. Princenton University Press. Second Edition. New Jersey, Unit States.

Silva, M; Rodríguez A y Santillán, O. (2009). Método y estrategias de resolución de problemas matemático sutilizadas por alumnos de 6to. Grado de primaria. Recuperado de http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf

ISBN 978-9968-641-33-3

Taller: Resolución de problemas mediante aprendizaje autorregulado ¿Cómo implementarlo en el aula?

Irene María Herrera Zamora
imherreraz@costarricense.cr
Fabiana Mahtabel Arteaga Cervantes
hada061419@hotmail.com
Universidad Autónoma de Puebla

Resumen: El siguiente taller tiene como propósito discutir ideas relacionadas con la resolución de problemas mediante aprendizaje autorregulado. En dicho taller se resolverán algunos problemas proponiendo diferentes caminos de solución, con el objetivo de reflexionar sobre los procesos de resolución desde la perspectiva del estudiante y contrastarla con la del docente, de manera que se incida en la forma de concebir la didáctica de las matemáticas, así como en las estrategias más significativas y efectivas para los estudiantes. Se realizará un proceso de verbalización del pensamiento, tratando de interpretar la resolución de cada problema desde el punto de vista del estudiante, y la nuestra como docentes.

Palabras claves: Matemática, resolución de problemas, aprendizaje autorregulado, metacognición.

Objetivos

- Implementar el aprendizaje autorregulado en la resolución de problemas matemáticos.
- Fomentar en los y las participantes una mayor conciencia hacia la importancia de una aplicación efectiva de metodologías que permitan a los estudiantes ser constructores de sus aprendizajes.
- Reflexionar sobre el proceso que pueden realizar los estudiantes al resolver problemas no rutinarios, para describir y explicar de manera hipotética los posibles procesos y respuestas elegidos por los estudiantes con respecto a los problemas.

Actividades

1) Presentación del taller. (3 minutos)
2) Ideas generales: ¿Qué significa resolver problemas matemáticos? ¿Se ha aplicado apropiadamente la metodología de resolución de problemas en la clase de matemática? (7 minutos)
3) Análisis de resultados de Shoenfeld. (10 minutos)
4) Aplicación del aprendizaje autorregulado en problemas matemáticos. (40 minutos)
5) Posibles respuestas de estudiantes de secundaria y preparatoria. (10 minutos)
6) Soluciones a los problemas planteados. (15 minutos)
7) Cierre: Evaluación del taller, comentarios y sugerencias.

Justificación

ISBN 978-9968-641-33-3

Como parte del plan de estudios de la Maestría en Educación Matemática, recientemente inaugurada en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), México, hemos recibido una asignatura denominada Metodología de la Investigación I, con una orientación didáctico-pedagógica, donde se ha explorado el aprendizaje autorregulado de los alumnos como una metodología que potencia la adquisición y construcción efectiva de nuevos conocimientos en los aprendices. Esta metodología consiste de tres fases: planeación, ejecución y reflexión, en las cuales se deben activar de manera rutinaria los recursos conceptuales, metacognitivos, motivacionales, comunicativos y contextuales. En este contexto, como parte de las actividades, se han analizado los procesos implicados en la resolución de problemas matemáticos mediante el aprendizaje autorregulado y sus implicaciones al ser implementado en actividades propuestas a los estudiantes de nivel básico (secundaria) y preparatoria.

Por lo anterior, nos hemos dado a la tarea de proponer este taller como una forma de crear un espacio de reflexión docente hacia la resolución de problemas, que se presume es un componente fundamental para propiciar el aprendizaje de acuerdo con los programas de estudio de países como México y Costa Rica, empleando un acervo teórico basado en los resultados de Shoenfeld (1992), Valle y Ávila (2010), investigadores con reconocimiento internacional en el estudio y análisis de la educación basada en problemas; además de una breve referencia a los planes y programas de estudio tanto de México como de Costa Rica, tal como se muestra a continuación.

La enseñanza mediante la resolución de problemas en Costa Rica

En Costa Rica, los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas para I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada propone la resolución de problemas como enfoque principal del currículo. Para lograrlo se espera que la construcción de los aprendizajes sea asumida por cada estudiante y que el trabajo docente propicie la generación de aprendizajes en las cantidades y calidades requeridas. Por lo que, aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades (MEP, 2013).

La enseñanza mediante la resolución de problemas en México

Por su parte, en México (SEP, 2011, p. 19), los Programas de Estudio, 2011, para Educación Básica Secundaria en Matemáticas plantea que los conocimientos adquiridos y las habilidades y actitudes desarrolladas durante la Educación Básica son fundamentales para la formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana. Y que “La experiencia que vivan los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias: el gusto o el rechazo por ellas, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos según el criterio del docente.” Con respecto al enfoque didáctico, para generar las capacidades requeridas en los estudiantes, en los Programas de Estudio mexicanos, se sugiere, como parte de la metodología para el estudio de las Matemáticas, despertar el interés de los alumnos e invitarlos a reflexionar para encontrar diferentes maneras de resolver problemas matemáticos; así como formular argumentos que den validez a los resultados. “Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.”

Resolución de problemas

Continuando con la idea anterior, es importante tener claros algunos conceptos:

ISBN 978-9968-641-33-3

¿Qué es un problema matemático?

Primeramente, un problema se considera como tal si implica un propósito u objetivo que hay que conseguir, y además es aceptado como problema por alguien. Para resolverlo se presentan ciertos obstáculos, por lo que requiere cierta deliberación, ya que el que lo afronta no conoce ningún algoritmo o procedimiento para resolverlo. Por lo tanto, un problema debe representar un reto adecuado a las capacidades de quien intenta resolverlo.

¿Qué implica resolver un problema matemático?

Resolver un problema implica recorrer una serie de etapas hasta solucionarlo: leer el problema, analizar la situación propuesta, explorar las posibles vías de acción, planificar un proceso de solución e implementarlo, y verificar la solución encontrada. Estas etapas pueden ser recorridas más de una vez, en caso de ser necesario hasta alcanzar la solución óptima al problema planteado. Sin embargo, la resolución de problemas es un proceso, no un procedimiento paso a paso; es fundamentalmente un viaje, no un destino. Lo importante es aceptar el problema, arriesgarse a buscar una solución, descubrir nuevos conocimientos y crear soluciones adecuadas.

¿Qué aprendemos resolviendo problemas?

Aprendemos especialmente a entender cómo razonamos, a dominar nuestros estados de ánimo y a aumentar la confianza en nosotros mismos, potenciamos nuestras capacidades para enfrentar nuevos retos, etc.

¿Cuál es el mejor método para resolver problemas?

La única manera es resolviendo problemas. Cada problema que enfrentamos, logrado o no, nos provee de estrategias para resolver el siguiente. De alguna manera aprendemos a aprender, por eso es importante esta actividad. Pero se requiere creer que podemos resolverlo, ser persistente y aceptar, si es necesario, otros puntos de vista que nos aclaren el camino de solución, y disciplina para continuar hasta lograr la meta o aprender algo nuevo durante el camino.

¿Qué hacer ante una sensación de bloqueo?

Ante un problema del cual desconocemos el camino, pero vislumbramos en cierta medida lo que queremos alcanzar, surgen actitudes positivas y negativas. Las positivas pueden ser la disposición por aprender, curiosidad, persistencia, etc. Pero las actitudes negativas como el miedo a lo que no entendemos, nerviosismo, apresuramiento por acabar, vergüenza por no saber dar una respuesta pronto, etc. pueden provocar bloqueos que obstaculizan nuestro aprendizaje. Entonces, hay que recordar la importancia del proceso que realizamos, más que en la solución misma. Porque mediante el proceso se aprende.

Aprendizaje autorregulado

Primeramente, para referirnos brevemente acerca del aprendizaje autorregulado vale mencionar que un cambio de perspectiva desde el conductismo al cognitivismo dentro de la Psicología de la Educación supuso, “el reconocimiento del aprendiz como un participante activo del proceso de aprendizaje (Di Vesta, 1989). Lo anterior contrasta con el proceso de enseñanza llevado a cabo, por los docentes de todos los niveles educativos, desde hace varios años. Por ello los sistemas educativos de diferentes países están promoviendo cambios en la metodología de enseñanza-aprendizaje dentro de las instituciones educativas. Esto se puede complementar con la idea de que “Los investigadores que se desplazan del laboratorio a situaciones de aprendizaje más realistas se encuentran con un aprendiz mucho más activo y creativo, un aprendiz que busca construir el significado más allá de las informaciones puntuales que recibe de su ambiente”. (Valle et al, 2010). Además, según Valle, “un elemento esencial del proceso

ISBN 978-9968-641-33-3

de aprendizaje de los sujetos autorreguladores es su carácter inherentemente constructivo y dirigido a metas.”

De acuerdo con Valle (2010) “Este nuevo aprendiz posee habilidades denominadas metacognitivas o metacomponenciales -conocimiento sobre los propios procesos cognitivos o sobre los propios procesos de adquisición de conocimiento.” Considerando lo anterior, la meta fundamental de los sistemas de educación es ayudar a los estudiantes a “ser expertos en cómo aprender y utilizar lo aprendido para construir conocimientos útiles en cada ámbito específico” (Mayer, 1992).

Según Valle et al (2010) “… el aprendiz autorregulado debe controlar de forma adecuada sus procesos seleccionando y organizando la información relevante y construyendo conexiones desde el conocimiento existente relevante.” Un problema debe estar acorde con los conocimientos y habilidades previas de quien lo debe resolver, sin embargo, no es suficiente dado que con respecto a un comportamiento eficaz y los recursos necesarios para la resolución de problemas, Schoenfeld, (1992) menciona que “… no es sólo lo que usted sabe, es cómo, cuándo, y si usted lo usa”. Esto revela la necesidad de ayudar a los estudiantes en el desarrollo de habilidades de autorregulación durante la resolución de problemas matemáticos.

A continuación se presentan algunas figuras que muestran resultados observados por Schoenfeld, (1992) con respecto al modo en que resolvieron problemas matemáticos algunos sujetos durante un tiempo estimado de 20 minutos. Las actividades valoradas como importantes para llevar a cabo durante la resolución de problemas consistían en leer, analizar, explorar, planificar, implementar y verificar. En el primer caso (figura 1) se muestra la gráfica de un intento de resolución de problemas llevado a cabo por un par de estudiantes trabajando en equipo: según la figura, Los estudiantes leyeron rápidamente el problema y pasaron directamente a explorar la situación, basados en un enfoque que claramente no les permitía avanzar hacia la solución del problema. Al final de los veinte minutos se les preguntó cómo ese enfoque les habría ayudado a resolver el problema original. No pudieron contestar al respecto.

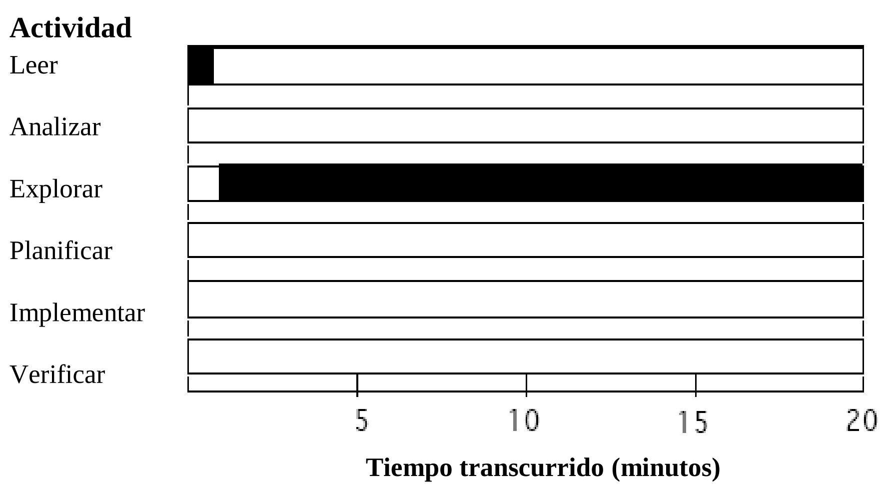


Figura 1. Gráfico de línea de tiempo de un intento típico de estudiantes para resolver un problema no estándar.
Fuente: (Schoenfeld, 1992)

La mayoría de las veces, los docentes no observan dicha situación en sus clases de matemáticas pues tal comportamiento no suele aparecer cuando los estudiantes trabajan ejercicios rutinarios donde ya conocen la técnica que deben aplicar para resolver. Pero cuando los estudiantes están resolviendo un verdadero problema, el cual no les resulta familiar el comportamiento resulta similar al ilustrado en la figura anterior. En la colección de (más de cien) cintas de vídeo de la universidad y los estudiantes de secundaria que trabajaron problemas desconocidos de Schoenfeld (1992), aproximadamente el sesenta por ciento de

ISBN 978-9968-641-33-3

los intentos de solución fueron de la variedad "*leer, tomar una decisión rápidamente, y llevar a cabo esa dirección contra viento y marea*". Y esa primera decisión, apresurada o prematura, mal tomada, si no se reconsideró y revocó, garantiza el fracaso.

En contraste con la figura 1, se le encomienda la resolución de un problema a un matemático. Su modo de llevar a cabo la tarea se presenta en la figura 2:

Actividad

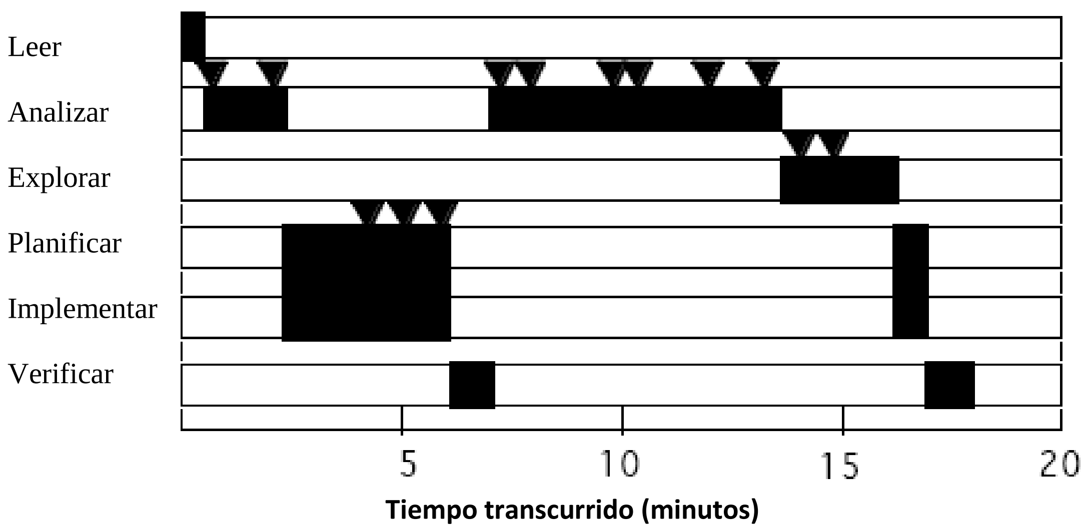


Figura 2. Gráfico de línea de tiempo de un matemático que resuelve un problema más difícil
Fuente: (Schoenfeld, 1992)

Lo primero que se puede destacar es que el matemático pasó más de la mitad de su tiempo asignado tratando de dar sentido al problema. En lugar de comprometerse con cualquier dirección particular, hizo una importante cantidad de análisis y exploración. No pasó mucho tiempo en exploración no estructurada o se pasó a la aplicación hasta que estuvo seguro de que estaba trabajando en la dirección correcta. En segundo lugar, cada uno de los pequeños triángulos invertidos en la Figura 2 representa un comentario explícito sobre el estado de su solución de problemas, por ejemplo, "Hmm… No sé exactamente por dónde empezar aquí " (seguido de dos minutos de analizar el problema) o "Aceptar. Todo lo que necesito para ser capaz de lograrlo es [una técnica particular] y listo" Y seguidamente, la implementación directa de la solución del problema. Este matemático, administró el tiempo y las actividades de modo eficiente de manera que abandonó a tiempo los caminos que no parecían ayudar a resolver el problema.

La forma de trabajar de un estudiante durante la resolución de problemas es muy diferente a la que emplea un experto en problemas desconocidos para él. Los estudiantes desconocen o no pueden utilizar las habilidades directivas que demuestra un experto. Sin embargo, pueden desarrollarlas como resultado de una instrucción explícita que se centra en los aspectos metacognitivos del pensamiento matemático. Donde el docente, siguiendo la metodología de Shoenfeld, toma el papel de "consultor itinerante" mientras los alumnos resuelven problemas en pequeños grupos. De modo que pueda cuestionar a los estudiantes con preguntas tales como ¿Qué estás haciendo exactamente? ¿Puedes describirlo con precisión? ¿Por qué haces eso? ¿Cómo encaja en la solución? ¿Qué vas a hacer con el resultado cuando lo consigas?

ISBN 978-9968-641-33-3

Quizás la falta de costumbre a estos cuestionamientos incomode al principio a los estudiantes, sin embargo, con el tiempo, estos cuestionamientos serán habituales y favorecerán mayor conciencia y reflexión cada vez que se enfrenten a algún problema.

Sin embargo, la siguiente figura (figura 3) muestra la nueva forma de trabajo de dos estudiantes luego de recibir un curso de resolución de problemas:

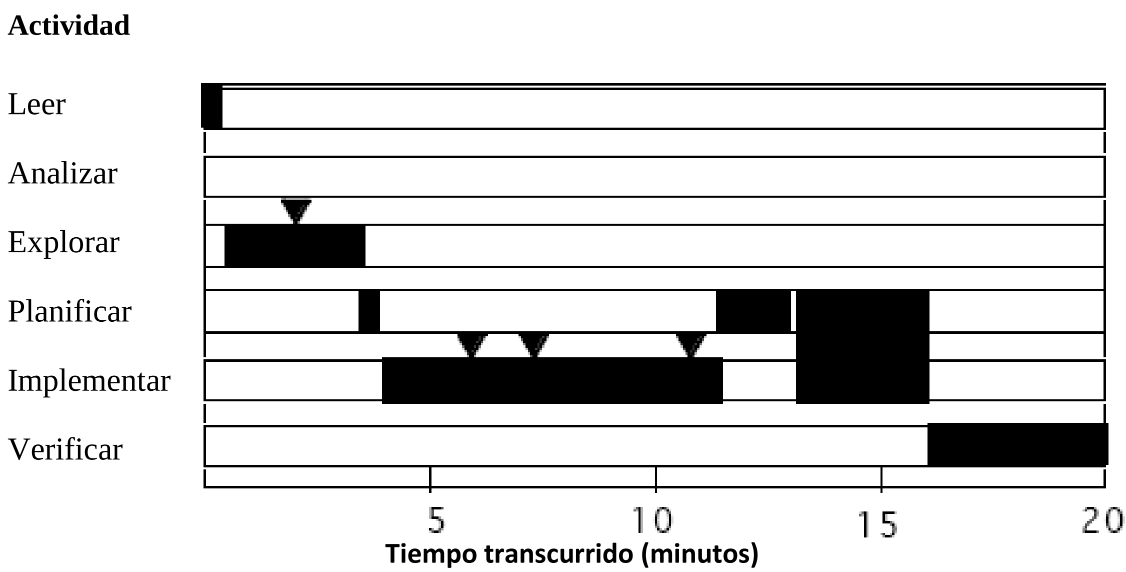


Figura 3. Gráfico de línea de tiempo de dos estudiantes que trabajan un problema después de recibir un curso de solución de problemas.}
Fuente: (Schoenfeld, 1992)

Los resultados de esta forma de trabajo con los estudiantes se ilustran en la figura 3. Después de leer el problema, intentan explorar una posible solución que, desafortunadamente, se basa en una suposición infundada. Pero se dan cuenta de esto un par de minutos más tarde, y deciden probar otra cosa. Esa elección también era mala, y se involucraron en los cálculos complicados que los mantuvieron ocupados durante ocho minutos y medio. Pero en ese momento se detuvieron una vez más. Uno de los estudiantes dijo: "No, no estamos logrando nada aquí [Lo que estamos haciendo no está justificado] ... Rectificaron y encontraron una solución poco tiempo después.

Retos y estrategias en la educación

Según el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2013), aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades Al desafío intelectual le es consubstancial, un nutriente para una labor de aula inteligente y motivadora. Para lograr lo anterior se deben tomar en cuenta cuatro momentos centrales:

(1) propuesta de un problema,

(2) trabajo estudiantil independiente,

(3) discusión interactiva y comunicativa,

ISBN 978-9968-641-33-3

(4) clausura o cierre.

Estos pasos requieren que el estudiante retome su responsabilidad como gestor de su aprendizaje, y no como un simple receptor pasivo del conocimiento que le transmite su profesor durante la lección, para que lo reproduzca en las evaluaciones que se le realizan.

Algunos de los problemas para trabajo durante el taller:

1. Apúrate caracol
2. Contando trenes.
3. Mezclando líquidos de colores
4. El jardín de manzanas
5. Los dos viajeros

Una reflexión que ha de orientarnos frente a un problema que se pretende traducir en una situación didáctica, es más que el cómo el docente puede resolverlo o qué proceso sigue para resolverlo, es el preguntarnos: **¿Cómo resolverían los estudiantes este problema?**

Finalmente, debemos recordar que para resolver cualquier problema matemático es fundamental el conocimiento y entendimiento de los principios matemáticos que permiten dar una solución y comprender su esencia.

Bibliografía

Ávila, A. M. & Herrera, I. Retos Matemáticos. (s.f.). Recuperado de http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/memorias/4toCIEMAC/Ponencias/Retosmatematicos.pdf

Costa Rica. Ministerio de Educación Pública. (2013). Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía. Programas de Estudio de Matemáticas I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. Recuperado de http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf (p. 13)

Di Vesta, F. (1989). Applications of cognitive psychology to education. In M. C. Wittrock & F. Farley (Eds.), *The future of educational psychology* (pp. 37-73). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R. E. (1992). Cognition and instruction: Their historic meeting within educational psychology. *Journal of Educational Psychology,84*, 405-412.

México, Secretaría de Educación Pública. (2011). Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria Matemáticas. Cuauhtémoc, México, D. F. (p. 19)

Móviles- Distancias-Velocidades. (n.f.). Recuperado de http://platea.pntic.mec.es/jescuder/moviles.htm

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Valle, A., Rodríguez, S., Núñez, J. C., Cabanach, R. G., González-Pienda, J. A. & Rosario, P. (2010). Motivación y Aprendizaje Autorregulado. *Interamerican Journal of Psychology*, Sin mes, ISSN 0034-9690. 44(1) 86-97. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=28420640010 p. 87.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

TIC's Online: una nueva forma de aprender Matemáticas

Marlene Durán López
marlene.duran.lopez@una.cr
Carlos Luis Chanto Espinoza
carlos.chanto.espinoza@una.cr
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: Los nuevos estilos de vida digital, han revolucionado las formas tradicionales de realizar las cosas, y el ámbito educativo no es la excepción. La nueva era generacional exige formas creativas e innovadoras para asimilar el aprendizaje y es aquí donde las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC's), representan una herramienta que con creatividad y disposición se puede canalizar hacia su uso en el aula fortaleciendo los diferentes estilos de aprendizaje: visual, auditivo y kinestésico.

La ponencia expone algunas herramientas TIC's enfocadas al área de matemática donde por medio de videos, simuladores, juegos, apps y otras herramientas online, se pueda presentar de forma interactiva temáticas y su respectiva aplicación práctica, de modo que cada uno de estos instrumentos influya en el éxito académico, fortaleciendo los estilos de aprendizaje y produciendo motivación en el estudiante y apoyo para el sector académico.

Palabras claves: Innovación, Matemáticas, TIC's, Educación, aprendizaje online.

Introducción

Hoy en día las empresas y su globalización han elaborado un apresurado proceso de propagación y manejo de las tecnologías de la información y comunicación. La implementación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación fortalecen un modelo pedagógico innovador y necesario, dado su condición de inmediatez en la comunicación. De esta forma, esta metodología permite utilizar el aprendizaje como un discernimiento de los conceptos para cristianizarlos en conocimientos nuevos, dado que este sistema permite la investigación autónoma que facilita el interés del educando, no solo por formarse y desarrollar lo trabajado en al salón de clases, sino que le permite profundizar en temas de su interés y formase para la vida misma.

Tecnologías de Información y Comunicación, así como la formación académica van de la mano en la actualidad. Las labores educativas en la era de la información son aspectos que el docente de hoy debe tener claro en el entorno de sus labores diarias. Es significativo subrayar la interacción del educando con las tecnologías, así como la exigencia del docente para no quedarse corto en las ayudas que logra aportarle la tecnología en miras de lograr un aprendizaje dinámico y significativo.

Las TIC's y la gestión del sector educativo

En el contexto de los cambios que la sociedad demanda a las instituciones de enseñanza, cabe indicar: la academia como identidad generadora de innovaciones y experiencias participativas en la formación. Por ende, estas permutas conceptuales requieren redelimitar los roles del profesor, construir los

ISBN 978-9968-641-33-3

conocimientos y caracterizar las nuevas habilidades que debe tener tanto el docente como el aprendiente ante un ambiente social y tecnológicamente cambiante.

Las TIC's representan hoy día una necesidad en el ámbito educativo en miras de lograr el acceso y las habilidades para manipular adecuadamente la tecnología en miras de adquirir el conocimiento y los recursos que nos facultan para un mejor aprendizaje.

¿Cuál es el papel de las tecnologías?

Cuando nos referimos a las TIC's hacemos mención a medios físicos (hardware) como virtuales (software), a través de los cuales absorbemos y expedimos información. Los medios físicos tradicionales por los que recibimos y enviamos información podemos mencionar la radio y el televisor, la computadora y el hoy en día los dispositivos móviles. Ya en ámbitos educativos, podemos mencionar las pizarras digitales, los teléfonos inteligentes y las tablets.

Hoy en día, y gracias al desarrollo de proyectos institucionales, se han incorporado gran cantidad de dispositivos tecnológicos a un gran número de instituciones educativas como herramientas de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje. Dispositivos como la PD (Pizarra Digital) y PDI (Pizarra Digital Interactiva) son herramientas conectadas a un ordenador a un video proyector, el cual permite observar a gran escala lo presentado en la computadora, mientras que la PDI, nos facilita interactuar directamente en la pantalla con la imagen, generalmente usando un lápiz (puntero) o los dedos de la mano.

Podemos mencionar que los aspectos que se encuentran más concisamente influenciados en el proceso de enseñanza y aprendizaje empleando las TIC's son: la motivación, la interactividad, el rol del educando, así como el conocimiento de los contenidos por parte del estudiante.

> Las TIC's suponen una gran ayuda al docente en la impartición de sus clases, ya que permiten el acceso a una amplia información y utilización de recursos que el docente no podría obtener de otro modo. Además, el acceso a la información (vídeos, audio, imágenes, texto) es inmediato, lo cual permite al docente ahorrar tiempo y ganar flexibilidad en sus clases. (Pérez, 2006).

La incorporación a un salón de clase de un recurso tecnológico, modifica de forma reveladora todos los aspectos relacionados con la gestión de la clase. Es todo un reto para un profesor el poder gestionar apropiadamente una clase usando las Tecnologías de Información y Comunicación, ya que son esenciales varios requisitos antepuestos con el desenlace de que el proceso de enseñanza aprendizaje sea lo más exitoso posible.

> La tecnología permite a los docentes ser más eficaces en la realización de las actividades en el aula, siempre que se dé un uso adecuado a las herramientas tecnológicas que se dispongan. Por ejemplo, usando la pizarra digital junto con un dispositivo de control remoto, de manera que el docente en tiempo real y sin pérdida de tiempo, pueda controlar desde su propio ordenador el trabajo iniciado y/o desarrollado por cada estudiante, pudiendo intercambiar archivos con sus alumnos/as, corregir errores, realizar indicaciones precisas y/o aportar los apoyos necesarios para que el alumnado pueda resolver satisfactoriamente los problemas que se le presenten. (Posada, 2010).

Influencia de las TIC's en el aprendizaje de las matemáticas

En el aspecto concreto de las matemáticas, el aprendizaje de esta materia sobrelleva métodos complicados que demandan de una gran variedad de metodologías para conseguir la máxima eficacia posible. La utilización de las TIC's se acomoda esencialmente bien a esta materia: el uso de imágenes,

ISBN 978-9968-641-33-3

gráficas, hojas de cálculo, multimedia entre otros en ordenadores permite avanzar con mucho apresuramiento y, lo más importante, alcanzar y retener la información.

De la misma forma, las TIC's brindan la posibilidad de establecer nuevos ambientes de aprendizaje y, por tanto, de desplegar nuevas metodologías que consientan el aprovechar al máximo los recursos disponibles en la web. Las metodologías ligadas a su implementación en el salón de clases de matemáticas comparten entre sí, el objetivo de provocar que los educandos perciban, y manejen, diversidad de técnicas y herramientas, colocando a disposición de los educandos efectivos "laboratorios de matemáticas" en los que concepciones matemáticas muy abstractas se plasman y el estudiante experimenta con ellos.

Con lo mencionado hasta el momento pareciera que la utilización de estas tecnologías viene a ser una modificación progresiva en la manera de enseñar las matemáticas. La implementación de estas herramientas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tiene importantes influencias positivas en el aprendizaje del educando que debemos considerar:

- Las Tecnologías de la Información y Comunicación posibilitan que los estudiantes interactúen con las matemáticas de forma innovadora, lo que facilita su comprensión y mejoran su aprendizaje.
- Con la utilización de Tecnologías de la Información y Comunicación el abordaje de conceptos matemáticos, se puede realizar mediante una aplicación que presenta las características de ser manipulada y que reacciona a las acciones del educando permitiéndole su comprensión. Por ende no es lo mismo realizar una práctica o dibujo en papel que dibujar o implementar soluciones utilizando software o herramientas en línea, con las posibilidades de cambiar y manipular un objeto o las propiedades de este, de forma dinámica y ver los resultados de efectuar dichos cambios.
- Las Tecnologías de la Información y Comunicación se pueden utilizar en la enseñanza de los números, las medidas (longitud, superficie, volumen), concibiendo los planos o cuerpos geométricos de diferentes tipos de construcciones, de forma que, a través de la visualización, y la interactividad, emprendan indagar sobre desiguales objetos.

Por ende, las TIC's deben de ser utilizadas principalmente para estimular las capacidades intelectuales, desarrollar la capacidad de analizar y poder diferenciar y confrontar cada caso concreto.

Recursos tecnológicos para las clases de matemáticas

En la actualidad, gracias a la red mundial de redes (Internet), contamos con una gran cantidad innumerable de recursos didácticos que podemos utilizar para hacer más innovador el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La utilización de las TIC's no presentan un carácter institucional, al contrario se presentan como una fuente de incalculable riqueza para los docentes. El mayor problema radica en seleccionar (los materiales, software, actividades), más apropiados para desarrollar los contenidos del curso.

A continuación describiremos algunos recursos que tenemos a nuestra disposición en la red (internet) y que otros profesionales de la educación han utilizado:

- **kiddia.Org** (http://www.kiddia.org/juegos-flash-de-0-a-5-anos) es una web para profesores, padres y estudiantes que proporciona mediante videojuegos una metodología para captar la atención de los niños y generar conocimiento de una forma entretenida, los juegos que ahí se

ISBN 978-9968-641-33-3

presentan pueden estar respaldados con una estrategia metodológica que permita al estudiante aprender matemática.

Figura 1: Juegos Flash de 0 a 5 años
Fuente: Kiddia.Org, (s.f)

Con creatividad, el docente puede adaptar un juego o un recurso, como forma para practicar y aprender matemática, se puede utilizar un video, una canción o una simple imagen para abarcar una temática.

- **genmagic.org** es un aula virtual que ofrece una serie de aplicaciones interactivas de matemáticas, muy completas para primaria (http://www.genmagic.net/educa/course/view.php?id=3) y secundaria (http://www.genmagic.net/educa/course/view.php?id=5), desarrolladas mediante la herramienta flash y permitiendo a los estudiantes abarcar conceptos y realizar ejercicios prácticos que son evaluados por la herramienta, indicando el avance obtenido por el aprendiente.

Figura 2: Aplicaciones interactivas de matemáticas.
Fuente: genmagic.org, 2014

Internet y las tecnologías de la información y comunicación son herramientas, que canalizadas al ámbito educativo permiten al docente trabajar y al estudiante jugar y aprender de una forma divertida, y a quien no le gusta aprender jugando? genmagic.org proporciona más de 70 recursos en línea que pueden ser utilizados como actividades complementarias en la clase. Además asociado a esta web está el canal de genmagic.org en youtube, Calebania Productions puede accesar mediante el siguiente link http://www.youtube.com/user/calebaniaproductions/videos a

ISBN 978-9968-641-33-3

una serie de videos interactivos que muestran contenido y a su vez proporcionan actividades de autoevaluación.

- **genmagic.net** (http://genmagic.net/repositorio/index.php?cat=2) es un sitio asociado a la web genmagic.org que ofrece un banco de objetos interactivos multimedia, con operaciones básicas, conceptos matemáticos, fracciones, representación gráfica y estadística, problemas, unidades, medidas, operaciones avanzadas, geometría, para un total de 329 aplicaciones a disposición de los usuarios.

  La siguiente imagen corresponde al álbum de operaciones básicas, el cual contiene 192 archivos de flash con dinámicas interactivas.

Figura 3: Archivos de operaciones básicas matemáticas.
Fuente: genmagic.net, 2014.

- **Geogebra.org** en su sitio http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html provee un programa interactivo de enseñanza y aprendizaje de geometría y algebra, para niveles más avanzados.

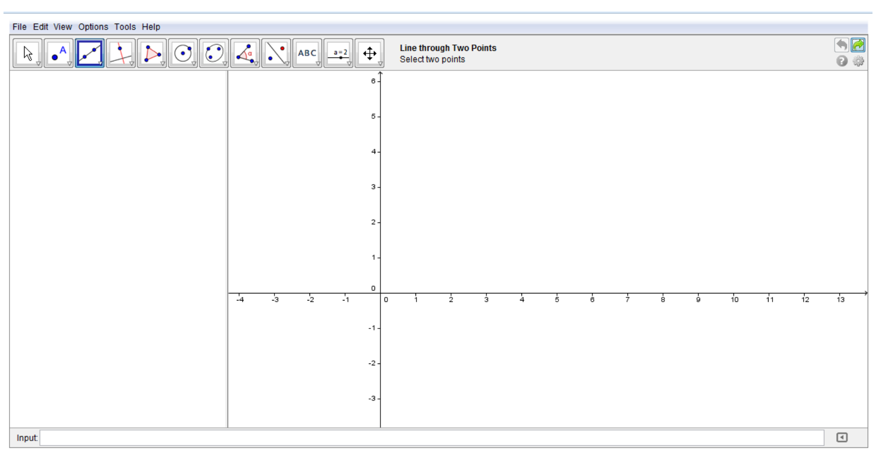


Figura 4: Geometría
Fuente: geogebra.org, (s.f)

Los siguientes enlaces corresponden a una serie de recopilaciones de sitios webs educativos, con diversidad de recursos didácticos para matemáticas.

- Matemática para infantes, primaria, secundaria y educación especial.

ISBN 978-9968-641-33-3

http://www.educarm.es/matematicas

- Matemáticas, algebra, ecuaciones, ecuaciones lineales:

  http://www.educatina.com/matematicas/algebra/ecuaciones/ecuaciones-lineales-con-pasaje-de-terminos/ecuacion-resuelta-video

- Apuntes matemáticos y ejercicios: http://www.ematematicas.net/
- Problemas matemáticos, soluciones y curiosidades

  http://www.amejor.net/index.php?option=com_content&view=category&id=1&Itemid=8

- Web con una cantidad exhaustiva de recursos en el lenguaje inglés

  http://mathworld.wolfram.com/

En fin el internet provee un mar de recursos que requieren del docente, interés por investigar y probar las herramientas disponibles al usuario, y adaptarlas a su grupo o temática en particular. Cabe destacar que el docente debe verificar y validar si la información o las prácticas que presenta cierto sitio son verídicas y su desarrollo correcto, de modo que también adquiera criterio para seleccionar aquellos recursos que vengan respaldados por entes educativos o por una metodología de enseñanza.

Consideraciones finales

Del trabajo realizado constatamos que las Tecnologías de la Información y Comunicación son herramientas que los docentes no podemos obviar, no sólo porque sea una obligación profesional, sino por el provecho y habilidades que logran desarrollar en los salones de clases, así como el aporte para el educando que, con métodos tradicionales dificulta el entendimiento de conceptos complejos.

El trabajo del docente utilizando una pizarra digital y aplicaciones multimedia, permiten al grupo observar y promover la participación e interacción grupal, a la vez que motiva al estudiante con herramientas llamativas y actualizadas.

Mediante el uso de las TIC’s se presentan diversos recursos didácticos que pretenden familiarizar al estudiante con temáticas que para algunos aprendientes han sido difíciles de asimilar, presentándolas de una forma fácil y creativa que estimule en el estudiante interés por la materia.

En la metodología de aprendizaje práctica-teoría-práctica, la utilización de los recursos didácticos online, constituyen una excelente alternativa, con las cuales el profesor puede introducir su clase de forma motivante para el estudiantado, de modo que lo prepare para la parte teórica.

El uso de la tecnología con fines pedagógicos y éticos, la búsqueda de material y la actualización constante, facultara a la persona para que adquiera empoderamiento en el campo de saber a fin, de manera que desarrolle criterio a la hora de elegir entre tanta información que ofrece el internet.

Las instituciones que adquieran tecnología y la canalicen mediante una estrategia pedagógica, permitirán a todos los aprendientes (y más aún aquellos que por sus condiciones sociales, físicas y económicas tengan acceso limitado o nulo a las mismas), poder tener nuevas experiencias enriquecedoras de aprendizaje.

La investigación es relevante para consolidar resultados y experiencias acorde a las necesidades educativas del grupo meta. La tecnología puede propiciar y facilitar el aprendizaje a personas con problemas de accesibilidad y permitir una educación especial de calidad y en la mayor medida de lo posible igualitaria.

ISBN 978-9968-641-33-3

La curiosidad que experimentan los estudiantes por las nuevas tecnologías es un factor a cultivar, y las herramientas en línea proveen un sinfín de posibilidades que pueden facultar al estudiante para aprender de forma autosuficiente, o mediante la práctica y el repaso fuera del salón de clases.

Bibliografía

Cabero J. (1999). Tecnología educativa. Madrid: Síntesis.

genmagic.net. (2009-2014). Banco de objetos interactivos multimedia. Recuperado http://genmagic.net/repositorio/displayimage.php?album=1&pos=0

genmagic.org. (2014). Aplicaciones interactivas de matemáticas. Recuperado de http://www.genmagic.net/mates5/numc1.swf

Geogebra.org. (s.f). Geometría. Recuperado de http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html

kiddia.org. (s.f). **Juegos flash de 0 a 5 años. Recuperado de** http://www.kiddia.org/juegos-flash-de-0-a- **5-anos**

Pérez Sanz, A. (2006). Matemáticas en las aulas de Secundaria. La Gaceta de la RSME, 9.2, 522-544.

Posada, F. (2010). Aplicaciones TIC para la enseñanza de las matemáticas en educación primaria. IX Jornadas de intercambio de experiencias educativas, Avilés, 23, 24 y 25 de noviembre de 2010.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

TIC's para la Educación Matemática

M.Sc. Jessenia Ma. Chavarría Vásquez
jesenniach@gmail.com
M. Ed. Marcela García Borbón
magarcib@gmail.com
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: El auge que han tenido las Tecnologías de la Información y Comunicación en la mayoría de los ámbitos del conocimiento y del quehacer humano, es innegable. Este impacto se ha visualizado en procesos tan complejos como la educación, por ejemplo, diversas teorías educativas han experimentado cambios a partir de las nuevas tecnologías y, como consecuencia han llevado al cambio de los paradigmas tradicionales.

En efecto, uno de los desafíos que enfrenta nuestra sociedad y en particular la educación, es el mantener un ritmo adecuado de cambio respecto a los avances tecnológicos actuales. El reto, en este sentido, consiste no sólo en el uso de estas herramientas sino en la forma en la que son utilizadas para potenciar el aprendizaje en los estudiantes.

En nuestro trabajo presentamos algunos ejemplos de estrategias metodológicas, haciendo uso de las tecnologías para complementar el aprendizaje de las matemáticas, enfatizando en el uso de recursos tecnológicos a nivel de secundaria, tales como blogs didácticos, videos educativos y aula virtual.

En la exposición de este proyecto se propone un conjunto de elementos que puedan servir de guía para el diseño, elaboración y evaluación de proyectos a través del uso de las TIC's. Su finalidad es generar una reflexión en los docentes sobre la incorporación de las tecnologías en la educación matemática.

Palabras claves: educación matemática, tecnologías de la información y la comunicación.

Introducción

La incorporación de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación exigen el desarrollo de habilidades, destrezas y actitudes, por parte del docente y del estudiante, en tanto que, el primero requiere no solo un conocimiento adecuado de la tecnología como recurso didáctico, sino de habilidades de comunicación y ser selectivo con la información. Por otro lado, el estudiante debe desarrollar habilidades y destrezas metacognitivas y de procesamiento de información que lo lleven a apropiarse del conocimiento.

Lo anterior se fundamenta en teorías de aprendizaje no tradicionales, como la constructivista, en las cuales el estudiante adquiere un mayor protagonismo en su aprendizaje y el docente se convierte en un facilitador y orientador.

En el caso de la enseñanza de la matemática, esta se ha visto afectada en forma positiva por nuevas las tecnologías. Actualmente existen diferentes *software* sobre matemáticas, así como herramientas multimediales y tecnológicas que pueden ser utilizadas para complementar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. Sin embargo, antes de utilizar estos medios, se debe

ISBN 978-9968-641-33-3

considerar su uso adecuado y óptimo, con el propósito de generar aplicaciones multimedia de calidad que tomen en cuenta aspectos tan "simples" como la comunicación de un mensaje o tan "complejos" como aspectos técnicos o de programación.

Marco Teórico

Para la utilización de recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, es necesario considerar aspectos de importancia a nivel teórico, semiótico y de diseño, los cuales se detallan a continuación.

Inventario teórico y semiótico

Constituye la primera etapa en la utilización de un recurso multimedia; consiste en tener dominio del tema a desarrollar, así como conocimiento de los elementos semióticos que serán utilizados, es decir, se requiere de un análisis adecuado de las potencialidades de la comunicación.

En la transmisión y construcción de un determinado conocimiento, priva inicialmente la necesidad de comunicar las ideas, y que esta comunicación sea efectiva y eficaz. Esta necesidad conlleva a la comprensión del sistema de signos y de sus funciones que interactúan e intervienen en la aplicación multimedia desarrollada para aprender y enseñarle a un usuario, entendiéndose por signo "un estímulo cuya imagen mental está asociada en nuestro espíritu a la imagen de otro estímulo que ese signo tiene por función evocar con el objeto de establecer una comunicación." (Guiraud, 1976)

En el caso particular de utilización de recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se debe considerar el lenguaje propio de esta disciplina, dotado de procedimientos de significación y códigos no lingüísticos para su propia axiomática, en donde dichos códigos gozan de precisión. De esta forma, es fundamental revisar que la aplicación multimedia que se utilizará no presente ambigüedades en el uso del lenguaje.

Elementos para el diseño y elaboración de recursos didácticos utilizando tecnología

La utilización de tecnología para los procesos de enseñanza y aprendizaje, se asemejan a una investigación, en tanto es necesario tener claridad y dominio del contenido, establecer una metodología a utilizar y ser consciente que representa un proceso continuo de ajuste desde la elaboración y diseño, hasta la implementación.

Tal y como lo expone Valverde (2014), para la elaboración de material didáctico, se requiere tener claridad en el qué, a quién y para qué. De forma que se establece en el qué, el tema específico que se abordará con el material didáctico, es decir, el contenido que será objeto de narración o explicación a través del medio, y la factibilidad que posee dicho contenido de ser tratado a nivel multimedial. Asimismo, deben considerarse elementos como la valoración de los materiales y su impacto con el medio ambiente, el uso adecuado de imágenes y sonidos, que sean pertinentes al tema a tratar y no se constituyan en una distracción que vaya en detrimento del aprendizaje. Estas imágenes, sonidos y simbologías que se utilicen deben considerar el respeto a la diversidad y la equidad.

La selección del contenido puede realizarse, según Valverde (2014) a través de criterios como: los intereses personales del diseñador, la novedad o lo controversial del tema a tratar, el valor estético o artístico y el interés pedagógico o formativo, este último siendo el de mayor trascendencia.

ISBN 978-9968-641-33-3

Al referirse a quién, consiste en tener claro cuál es la población destinataria de la información. Esta población debe definirse de un modo genérico pero preciso, considerando aspectos como edad, curso, necesidades educativas, entre otros.

Finalmente, en cuanto al para qué, como cualquier proyecto, requiere desde el inicio haber determinado los objetivos y propósitos que se persiguen con el material multimedial. Este aspecto es trascendental porque define e impregna todo el proceso, desde el material multimedia a utilizar, hasta la forma en la cual se utilizará.

Una vez que se ha dado respuesta a la triada qué, quién y para qué, se continua con la elaboración de un diseño multimedia. Existen múltiples teorías sobre los elementos a considerar para el diseño de un material multimedia, que van desde la ergonomía, la paralingüística, la kinésica, la prosémica y la sinestésica, hasta el dominio de las leyes perceptivas o leyes de la forma que influyen directamente en nuestra visión y por ende en nuestra percepción de los objetos.

Para efectos de este estudio, no se profundizará sobre dichos elementos, no obstante serán abordados en distintos momentos de la elaboración del material didáctico. En este estudio se consideraron como pautas indispensables para el diseño de un recurso didáctico, contar con un inventario teórico y semiótico, con un guión didáctico y un guión técnico

Guión didáctico

El guión didáctico, consiste en un documento que acompaña al material audiovisual y que consta de los siguientes apartados, según lo establece (Valverde, 2014), Identificación, Contenido, Descripción, Análisis Didáctico, Orientaciones educativas y Materiales complementarios del producto.

Identificación del producto refiere a las características administrativas del material didáctico, como son título, autores, duración del material, fecha de producción y formato. En cuanto al contenido del producto, la idea es incluir mapas conceptuales o mentales que describan el desarrollo del mismo. El análisis didáctico refiere a información sobre los destinatarios del audiovisual, definición y redacción de los objetivos educativos. Las orientaciones educativas, por su parte, consideran las sugerencias de actividades educativas previas y posteriores al uso del material, así como las sugerencias en evaluación. Los materiales complementarios, consisten en todos los materiales de consulta que puede utilizar el destinatario para enriquecer el proceso de utilización del material multimedia.

Finalmente, en lo que refiere a la descripción del producto, éste consiste en el guión técnico, el cual será detallado a continuación.

Guión Técnico

La construcción de un guión técnico demanda una descripción detallada de todas y cada una de las escenas del audiovisual, es decir, narra en forma visual el mensaje que se ofrecerá a través del producto audiovisual, e indica además, aspectos técnicos como tiempo, formato, personajes y detalles ambientales.

En primera instancia se establece un “boceto” del recorrido que haría un usuario del producto multimedia, es decir, se determina la forma de interacción del usuario con el contenido del proyecto. Esto se puede efectuar a través de un *story board*, que constituye un documento en el cual se muestra a grandes rasgos lo que acontecería pantalla por pantalla, a nivel de imagen y texto. Por ejemplo:

ISBN 978-9968-641-33-3

1. Producciones El Nudo

2. Presenta

3. ¿Qué es la Topología?

4. 

Fuente: Chavarría J. y Alfaro, C. (2008). Producción de Multimedia: una experiencia en el campo de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Número 4. San José, Costa Rica

Posteriormente, se indican los detalles técnicos en cuanto a la aparición de textos, imágenes, sonidos, videos, música y los efectos que puedan acompañar estos elementos, a este tipo de documento se le denomina guión técnico. Se puede establecer, por tanto, una analogía entre el guión técnico y la aplicación multimedia, de forma que el guión es a la aplicación como un algoritmo es al programa.

Una vez que se han escogido las imágenes y sonidos a utilizar, así como su utilización, se indican los tiempos de aparición de cada recurso y los efectos que permitirán enlazar cada uno. A continuación presentamos un extracto de un guión técnico.

Guión Técnico: La Topología y sus aplicaciones en la vida cotidiana			
Video	Tiempo	Audio	Tiempo
La pantalla tiene un fondo negro. Entra Título “Producciones El Nudo” con efecto STP-Warp (Hollywood FX)	0 - 4,27	Entra música Radio Ga Ga 1 en primer plano	0 - 4,27
La pantalla tiene un fondo negro. Entra título “Presenta” con efecto Clock Wipe (alpha magic)	4,27 – 8,26	Música pasa a segundo plano.	4,27 – 8,26

Fuente: Chavarría J, Alfaro C. (2008). Producción de Multimedia: una experiencia en el campo de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Número 4. San José, Costa Rica

Ejemplos de proyectos con el uso de las TIC’s

Una vez analizados los elementos que deben considerarse para el diseño de recursos tecnológicos, nos proponemos compartir algunos ejemplos elaborados por los estudiantes del curso Recursos Didácticos

ISBN 978-9968-641-33-3

para el Aprendizaje de las Matemáticas 2014 de la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional.

Elaboración de un video didáctico

Por medio de la herramienta tecnológica *Movie Maker*, así como de cámaras fotográficas o de video, los estudiantes elaboraron un video educativo de aproximadamente 8 minutos, cuyo propósito fue compartir historia y aportes de la Geometría Analítica así como incluir algunas construcciones haciendo uso del Geogebra.

El video se desarrolló siguiendo las tres etapas: Diseño del guión didáctico, Diseño del guión técnico y Grabación y edición del video educativo.

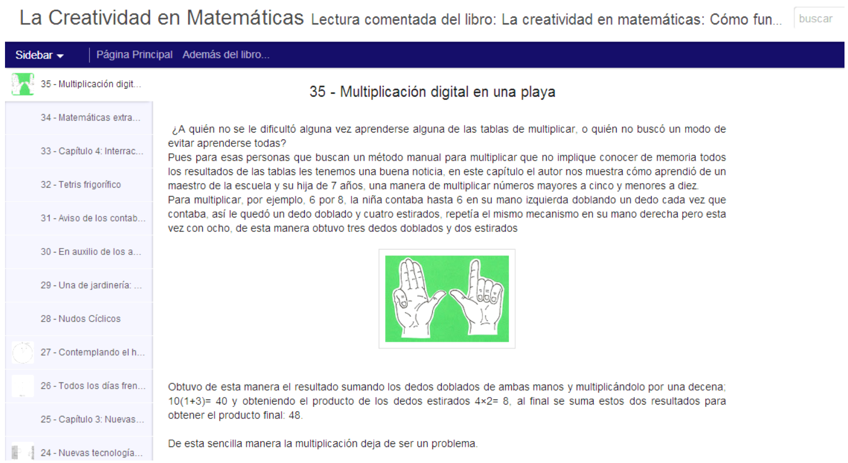
Fuente: Video elaborado por estudiantes del curso Recursos didácticos para la Enseñanza de la Matemática, 2014

Blog educativo

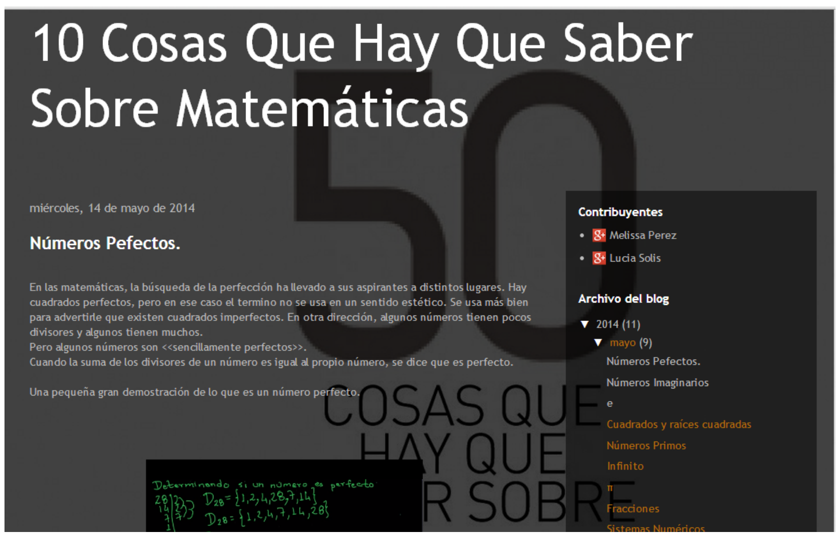
El blog educativo consiste en una página en línea en la cual se puede incluir información escrita, compartir videos, enlaces, entre otros. La herramienta del blog exige que su creador actualice constantemente la información y mantenga un “diálogo virtual” con sus seguidores, de manera que esta se convierta en una ventana de acceso entre profesor y estudiantes, donde se puedan compartir no solo conocimientos matemáticos propios del programa de estudio, sino otros elementos interesantes alrededor de la matemática como historia, inventos, artículos, problemas relacionados con el contexto, entre otras.

Para este caso particular, haciendo uso de la herramienta tecnológica Blogger, los estudiantes de la carrera elaboraron diferentes blogs basados en libros que exponen la matemática de una manera práctica e histórica. Algunos de los libros en los que se basaron los estudiantes son: El Enigma de Fermat de Simon Sign, La Sorpresa de los Números: Un viaje al fascinante universo de las matemáticas de Anna Cerasoli, La burla de los sentidos: El arte visto con ojos matemáticos de Francisco Martín Casalderrey, entre otros. El objetivo del blog consistió en fomentar la lectura en los estudiantes –como futuros educadores– y desarrollar la capacidad de síntesis, de manera que pudieran compartir, la información con la comunidad académica, de una forma didáctica.

ISBN 978-9968-641-33-3



Fuente: http://lacreatividadenmatematicas.blogspot.com/2013/06/29-una-de-jardineria-el-triangulo.html



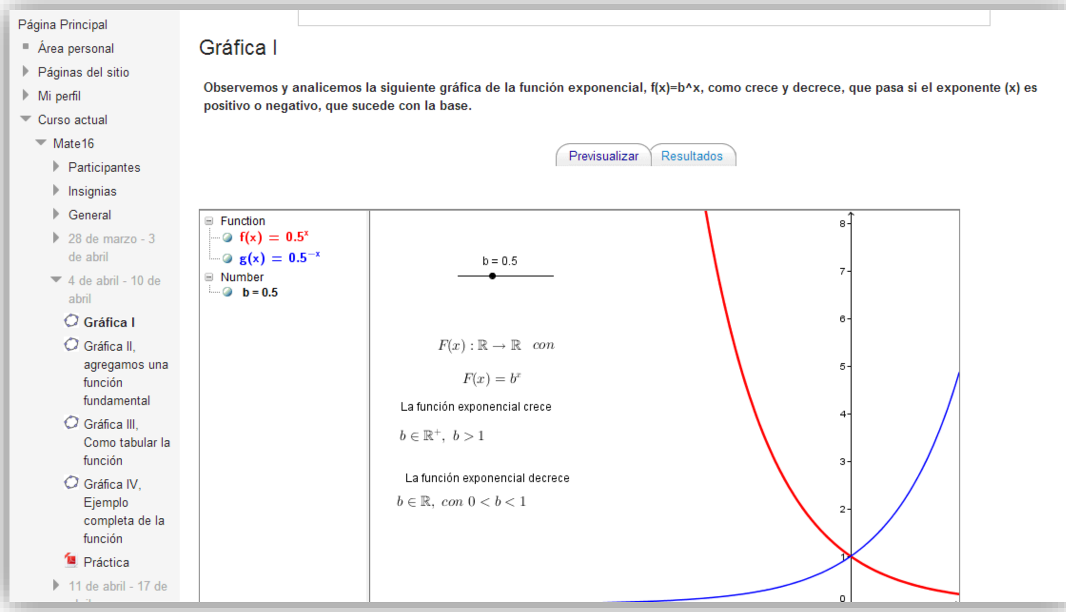
Fuente: http://10cosassobrematematicas.blogspot.com/

Aula virtual

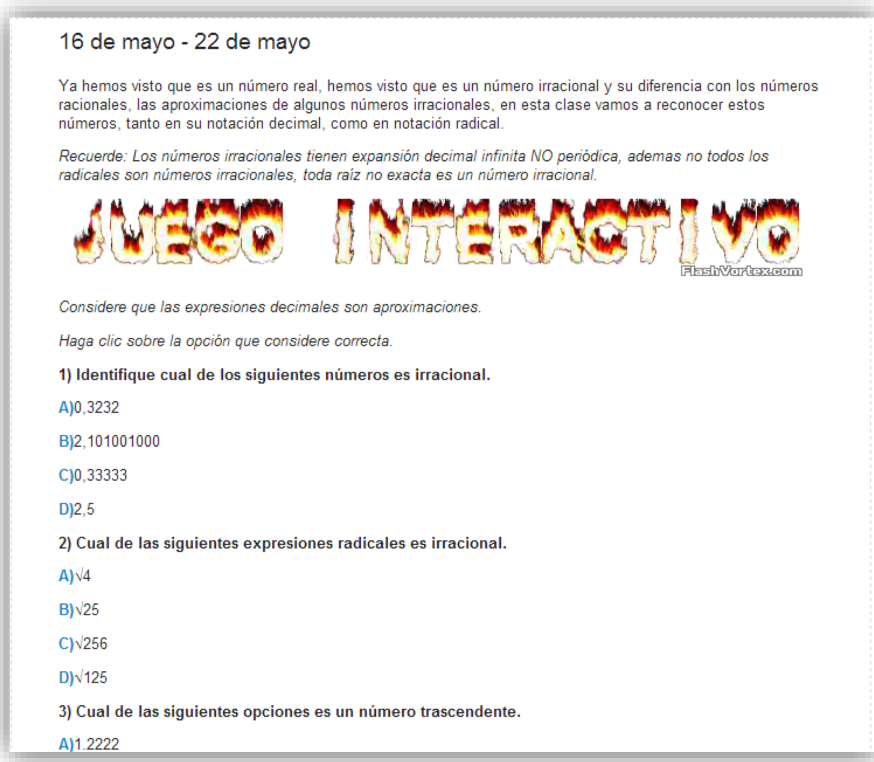
El aula virtual es una herramienta tecnológica que potencia el e-learning en todas sus dimensiones. Constituye un amplio espacio didáctico que puede ser aprovechado por todo educador para complementar las diferentes temáticas en estudio y evaluarlas. Así, el aula virtual ofrece espacios como chats de dudas, foros de discusión donde el estudiante participa activamente. También, permite “subir” videos, documentos en Word o PDF, mapas conceptuales, gráficas y prácticas elaboradas en Geogebra que complementen el estudio de determinado tema y contiene herramientas como cuestionarios que el estudiante puede completar en línea y que le permiten al docente conocer el rendimiento de forma inmediata.

Como ejemplo, los estudiantes de la carrera (en subgrupos) elaboraron sus aulas virtuales haciendo uso de la herramienta tecnológica gear.milaulas.com (https://gear.milaulas.com/login/index.php) basándose en el desarrollo de un contenido específico de secundaria. Así, asumiendo la figura de docente de un nivel educativo de secundaria, consideraron las habilidades establecidas en los programas del MEP, plantearon diferentes propuestas metodológicas y de evaluación haciendo uso de las herramientas del aula virtual según el nivel educativo, durante cuatro semanas.

ISBN 978-9968-641-33-3



Fuente: Aula virtual elaborada por estudiantes del curso Recursos Didácticos para el aprendizaje de la Matemática, 2014



Fuente: Aula virtual elaborada por estudiantes del curso Recursos Didácticos para el aprendizaje de la Matemática, 2014

Consideraciones finales

ISBN 978-9968-641-33-3

A pesar de que existen diversos software y herramientas tecnológicas para facilitar el aprendizaje de la matemática, éste no se dará en una forma óptima sino se consideran los elementos expuestos a lo largo de este artículo; elementos que permiten una mejor organización y planificación del contenido.

Por otro lado, es de fundamental importancia, que el docente de matemática tenga conocimiento de los recursos tecnológicos disponibles, sus alcances y la mejor forma de utilizarlos. De forma, que estos recursos, no sólo faciliten el aprendizaje sino que creen un vínculo generacional entre el docente y los estudiantes.

En la actualidad, los docentes deben ser receptivos a la utilización de recursos tecnológicos y dejar a un lado las resistencias que puedan generarse, principalmente en función de estudiantes nativos de la era de la información y comunicación, que cuentan con un lenguaje y uso de tecnología innato y que demandan ese estilo de aprendizaje del sistema educativo.

De esta forma, como docentes, debemos ser capaces de tomar riesgos y explotar nuestra creatividad en pro del aprendizaje de nuestros estudiantes. A pesar de que no somos especialistas en el campo de la tecnología, somos parte fundamental del proceso educativo, lo que nos obliga e insta a capacitarnos y formar parte de equipos multidisciplinarios en los cuales se promueva el diseño y producción de materiales didácticos con uso de la tecnología.

Bibliografía

Bou, G (1997). *El guión Multimedia*. Editorial ANAYA Multimedia, S. A y la Universitat Autónoma de Barcelona, Madrid-España.

Guiraud, P (1976). *La Semiología*. Editorial Siglo Veintiuno editores, SA, México DF.

Valverde, J. (s.f.). Pautas para la elaboración de un material educativo multimedia. Disponible en: http://www.unex.es/didactica/Tecnologia_Educativa/guion02.htm

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Un problema para estudiantes de Ingeniería Civil

Yoana Acevedo Rico
Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga
yoana.acevedo@upb.edu.co
www.upb.edu.co

Resumen: En esta comunicación se aborda el diseño, implementación y evaluación de una estrategia didáctica en la asignatura Geometría y Trigonometría con estudiantes de primer semestre de Ingeniería Civil de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga. Dicha estrategia apunta hacia la metodología y evaluación de la clase de matemáticas y el trabajo independiente del estudiante. La propuesta está enmarcada en la resolución de problemas desde la perspectiva del aprendizaje significativo de David Ausubel y la técnica para solucionar problemas de George Polya. El problema formulado a los estudiantes se caracteriza por no poseer una solución inmediata, tener múltiples soluciones y aplicar los ejes temáticos de la asignatura. Los datos recolectados a través de observaciones durante la implementación de la propuesta y la socialización de las soluciones del grupo experimental permitieron observar *cambio de hábitos de estudio*, reflejado en una mayor organización del tiempo, mayor habilidad en la toma de apuntes, mayor atención y concentración en clase, entre otros. Además, a través de una prueba realizada a dos grupos (el experimental y uno de control), se encontró un mayor rendimiento del primero en la solución de problemas.

Tanto en el diseño como en la implementación de este tipo de estrategias es relevante el papel del docente, ya que el proceso se puede convertir en un hacer del estudiante, sacrificando el conocer.

Palabras claves: Resolución de problemas; aprendizaje significativo, técnicas para solucionar problemas.

Introducción

Un 45% de la población estudiantil deja la universidad por causas del bajo rendimiento académico en los primeros semestres (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2008). En las asignaturas del ciclo básico de la Escuela de Ingeniería (Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga, 2012), es preocupante el bajo rendimiento de los estudiantes, especialmente en el primer semestre, siendo este un período de transición del colegio a la universidad, con todos los cambios en el estudiante tanto en su vida personal como la incertidumbre de alcanzar sus metas de profesionalización.

Un estudio sobre la relación de dependencia entre variables de tipo sociodemográficas, económicas, familiares, académico y motivacional con la variable: aprobación de la asignatura cálculo diferencial (asignatura que junto con la asignatura *Geometría y Trigonometría*, hacen parte de las asignaturas de matemáticas del primer semestre de los estudiantes de la escuela de ingeniería) permitió identificar la relación de dependencia de la variable con 14 variables de tipo académico y motivacional tanto en las clases de matemáticas durante la secundaria como en las del primer semestre de la universidad, entre las que resaltamos las que reflejan ausencia de hábitos de estudio. (Acevedo & Ortiz, 2013, p.1887-1896).

En el Modelo pedagógico integrado (Universidad Pontificia Bolivariana, 2009) se concibe el aprendizaje como promotor de construcción de conocimiento y desarrollo de competencias: habilidades, destrezas, actitudes y valores en búsqueda de la formación integral del estudiante con autonomía y un docente

ISBN 978-9968-641-33-3

generador de espacios para lograr tales fines en un proceso dinámico y en continuo cambio.

En la revisión de referentes teóricos, específicamente del aprendizaje significativo de Ausubel encontramos herramientas que pueden ayudar a proponer alternativas que direccionen las prácticas de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta las consideraciones anteriores. El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. (Ausubel, 1983, p.84).

Ahora bien, el aprendizaje significativo de las matemáticas, es el que se lleva a cabo a través de la resolución de problemas, ya que permite involucrar de manera activa al estudiante en la construcción y aplicación del conocimiento (Camacho & Santos, 2004, p.45-60). El problema es un conjunto de situaciones en un contexto dado, nuevo para el estudiante, que permite activar los conocimientos previos de los estudiantes, es decir, explicitar lo que saben y lo que no para resolverlo y detectar las necesidades de aprendizaje. Adicionalmente, posibilita integrar conocimientos de diferentes áreas y facilita la comprensión. (Mérida, 2005, p.31-46). Para solucionar el problema, el estudiante debe dar cuatro pasos propuestos por George Polya: *Entender el problema; configurar un plan para solucionar el problema, ejecutar dicho plan y mirar hacia atrás (contrastar la solución con los datos iniciales).* (Fuentes, 2008, p.36-58).

Es así como, se realiza el proceso de diseño de una estrategia didáctica de metodología y evaluación, a través de la resolución de un problema, que permita la aplicabilidad de las asignatura Geometría y Trigonometría en la Ingeniería, específicamente, ingeniería civil. Dicha estrategia se implementa con estudiantes de ingeniería civil matriculados en el primer semestre de 2013 en la asignatura de geometría y trigonometría, posteriormente se evalúa a través del seguimiento del docente-observador de las producciones de los estudiantes durante la implementación y una prueba escrita finalizando la implementación.

Método

El trabajo de investigación es producto de una continua reflexión que permite situar el diseño, la implementación y la evaluación de la propuesta didáctica en el objeto de estudio. El diseño de la propuesta didáctica surge de la reflexión de la práctica de enseñanza de la docente-investigador, contrastados con el marco teórico, haciéndola pertinente a las necesidades de conocimiento matemático de la población. Es así como la implementación está permeada por la continua reflexión de los hallazgos que se van encontrando, tanto en el grupo objeto (en este grupo se implementa la propuesta didáctica), como el grupo control (en este grupo no se implementa).

La prueba escrita se aplica a los dos grupos, los datos recolectados de ésta permitirán realizar un contraste entre los hallazgos encontrados en la implementación de la propuesta, la teoría y la evaluación del proceso realizado.

Es una investigación de métodos mixtos, combinando el método *cuantitativo*, validando la implementación de la estrategia a través de la comparación de los resultados obtenidos en una prueba escrita con un grupo objeto con respecto a otro grupo de control y el método *cualitativo* por el continuo acercamiento entre el docente-investigador y el objeto de estudio a través de las observaciones realizadas en la implementación de la propuesta.

ISBN 978-9968-641-33-3

La investigación se realiza con dos grupos (un grupo objeto y uno de control) de estudiantes de Ingeniería Civil de la Escuela de Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana, matriculados por primera vez en la asignatura Geometría y Trigonometría en el segundo semestre académico de 2013.

El problema planteado a los estudiantes del grupo objeto es: *Encontrar las dimensiones (ancho, alto, profundo) del edificio X de la UPB, sin utilizar mediciones directas y utilizando la trigonometría*. Dicha solución debe comprender tres partes: construcción de un medidor de ángulos (de elevación, depresión y barrido), una estrategia trigonométrica para encontrar los datos experimentalmente y una estrategia (aplicación de Smartphone) que evalué la precisión de los datos hallados. El tiempo disponible para la solución del problema son 8 semanas y será utilizado el tiempo de trabajo independiente del estudiante (8 horas semanales) y consulta personalizada con el docente (2 horas semanales). Se conforman 13 equipos de trabajo (de 3 personas por equipo).

Resultados y análisis

El análisis de las observaciones realizadas durante la implementación de la propuesta didáctica se aborda de acuerdo a las fases en que se dividió dicha propuesta, agregamos a este análisis, la socialización de las soluciones de todos los grupos, así como el análisis de los datos obtenidos a través de la prueba escrita.

a. *Comprensión el problema:* Los estudiantes deben realizar investigaciones sobre aparatos caseros para medir ángulos, teniendo en cuenta las especificaciones propias de los edificios que van a medir, así como determinar la pertinencia de la estrategia trigonométrica seleccionada, según los ejes temáticos desarrollados en clase propios de la agrimensura. Cabe resaltar que las aplicaciones de Smartphone para medición deben descargarse y saber usarlas para realizar la medición con precisión.

-*Observaciones*- La recopilación de la información es muy general, en algunos grupos se observa un mayor avance, puesto que se concentraron en el problema y su descomposición, otros por el contrario deben ser orientados por la docente. Finalizado el tiempo para esta fase, en la gran mayoría de los grupos se ha entendido el problema.

b. *Concepción de un plan:* Los estudiantes deben construir el medidor de ángulos, realizar pruebas de precisión a través de cálculos para hallar las dimensiones de una puerta, un árbol y una persona y hacer los ajustes necesarios al artefacto construido. La estrategia trigonométrica debe ser utilizada para ajustes del medidor de ángulos. Las aplicaciones para medición descargadas deben ser comprobadas y los estudiantes deben saber manipularlas.

-*Observaciones*- Cada grupo presenta su medidor de ángulos y tienen una estrategia trigonométrica para la altura del edificio. Se presentan diversas dificultades para hallar el ancho y el profundo de los edificios por la complejidad del terreno donde se encuentran. Se observa poca precisión en la medición al usar las aplicaciones para smartphone descargadas. Se observa en general, compromiso y motivación por solucionar el problema.

c. *Ejecución del plan:* Los estudiantes deben realizar las mediciones del edificio asignado (diferente por equipo), realizar varias tomas de ángulos y calcular un promedio entre los datos experimentales, posteriormente se deben realizar los cálculos a través de la estrategia trigonométrica, además se hallan las mediciones a través del software descargado.

-*Observaciones*- Algunos equipos encuentran dificultades en el momento de la toma de datos, por no tener en cuenta la forma del terreno, deben realizar ajustes para encontrar el lugar para el observador, otra de las dificultades fue el margen de error alto cuando se realizan los cálculos trigonométricos, como

ISBN 978-9968-641-33-3

consecuencia, deben realizar varias mediciones desde diferentes puntos de observación, sin embargo, se observó una buena precisión al utilizar el software y esto facilita la comprobación y validez de los datos experimentales obtenidos. Los grupos han cumplido con la entrega de las tareas (talleres con situaciones problemicas) para reforzar y profundizar en los temas de trigonometría del triángulo.

d. *Visión retrospectiva:* Los estudiantes deben comparar los resultados experimentales, los datos obtenidos con el software y la medición que realiza el docente-investigador con el metrolaser.

-*Observaciones*- Al encontrar datos experimentales poco precisos, los equipos debieron ajustar el instrumento, así como la precisión al realizar la observación, contrastar los datos obtenidos por su solución, los de la aplicación descargada y los del metrolaser, para analizar y concluir sobre el plan trazado y ejecutado. Al finalizar esta etapa todos los estudiantes han encontrado la validez de su propuesta con una buena precisión.

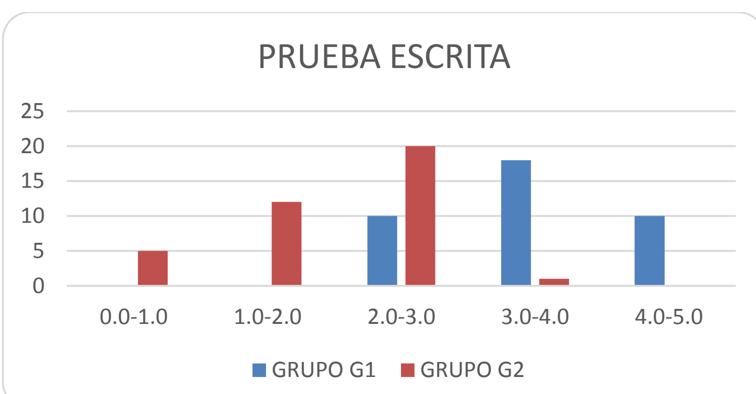
e. *Socialización:* Los estudiantes deben socializar la experiencia y evaluar el proceso desarrollado por los otros equipos y el propio.

-*Observaciones*- La calidad de los trabajos realizados y la continua participación de los otros equipos refutando o validando los procedimientos realizados por sus compañeros, permitió contrastar las múltiples soluciones que tenía este problema. Cabe resaltar que los estudiantes manejaban el tema con mayor fluidez y estuvieron muy preocupados por la precisión de los datos tomados y calculados por sus compañeros.

f. *Prueba escrita:* Los estudiantes del grupo objeto y control realizan la prueba escrita. (Ver Anexo 1)

-*Análisis de los datos*- A través de la prueba final se evalúa la estrategia didáctica, comparando los resultados obtenidos por el grupo objeto G1 con el que se implementa la estrategia didáctica y el grupo control G2 con los que no se implementa. De los resultados obtenidos en la prueba, se puede concluir que: El 44.74% de los estudiantes del grupo G2 obtienen una nota por debajo de 2.0 sobre 5 que era el máximo valor. En contraste con el grupo G1 con notas por encima de 2.0 en toda la población. A continuación en la Tabla 1 se muestran los resultados de los dos grupos: Nota Vs Personas.

TABLA 1. RESULTADOS DE LA PRUEBA ESCRITA

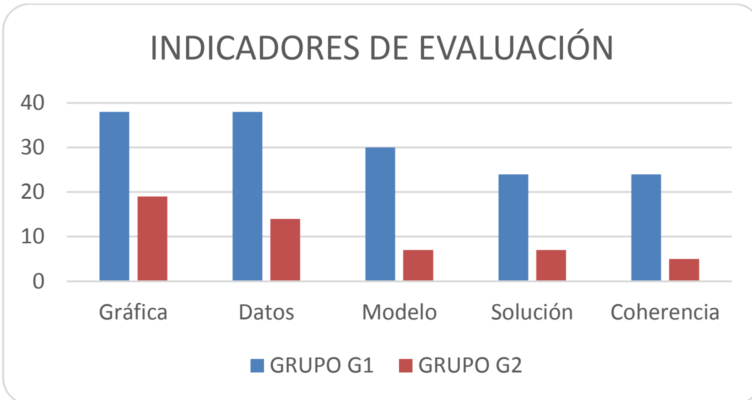


En la prueba escrita se observan mayor razonamiento de los estudiantes del grupo G1 que los estudiantes del grupo G2, ya que se justifican las respuestas con un procedimiento trigonométrico más preciso. De 6 problemas de agrimensura formulados, se analizaron los siguientes indicadores de evaluación: *Gráfica* o bosquejo que representa la situación problemica, *Datos* que dan y piden, relacionados entre sí a través

ISBN 978-9968-641-33-3

de la gráfica. *Modelo* trigonométricos y procedimiento que permita solucionar el problema. *Solución* del problema. *Coherencia* entre los datos encontrados y lo que se pedida en el problema. En la Tabla 2 se muestran los resultados por indicadores de evaluación en los dos grupos: Indicadores Vs Personas.

TABLA 2. INDICADORES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA ESCRITA



Conclusiones

En la socialización los estudiantes enriquecieron su experiencia con las de sus compañeros obteniendo 13 posibles soluciones al mismo problema. (Ver anexo 2).

A través de la estrategia didáctica, los estudiantes hicieron buen uso de las herramientas de la información, permitiéndoles contrastar, precisar y complementar los datos experimentales y analíticos obtenidos que solucionaban el problema con los hallados en las aplicaciones de Smartphone.

Los estudiantes se mostraron muy interesados por solucionar el problema, de tal manera que los motivó a trabajar con dedicación durante todo el proceso.

El método utilizado para la solución del problema y el manejo del trabajo independiente, les permitió encontrar un método de estudio e ir mejorando en la apropiación de hábitos de estudio.

Los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo G1 en la prueba comparados con el grupo G2 evidencian mayor destreza en el análisis y aplicación de los conocimientos adquiridos.

Se hace conveniente realizar réplicas de la estrategia didáctica en otros grupos que permita reforzar y profundizar el diseño de la metodología y evaluación implementada.

Para implementar la estrategia es conveniente una mayor dedicación y tiempo por parte del docente, para la orientación de cada grupo, ya que se puede perder de vista la aplicación de los conocimientos y se convierte la solución del problema en pruebas de ensayo y error que conllevan a un ejercicio de solo hacer y no saber.

ISBN 978-9968-641-33-3

Bibliografía

Acevedo, Y. & Ortiz, J. (2012). Mortalidad académica en cálculo diferencial. Un análisis de dependencia entre variables sociodemográficas, económicas, familiares, académicas, motivacionales y la aprobación de la asignatura en los estudiantes de primer semestre de la escuela de ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga. Actas del VII CIBEM, 1887-1894.

Ausubel, D. (1983). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Editorial Trillas.

Camacho, M. & Santos M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas. Revista Números, 45-60.

Mérida, R. (2005). Una investigación sobre aprendizaje basado en problemas en el marco del prácticum de magisterio. Investigación en la Escuela, 57, 31-46.

Ministerio de Educación Nacional. (2008). Análisis de determinantes de la deserción en la educación superior colombiana con base en el SPADIES. Bogotá, Colombia: Autor. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/articles-254702_determinantes_desercion.pdf

Universidad Pontificia Bolivariana (2009). Modelo Pedagógico integrado. Medellín, Colombia: Autor.

Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga (2012). Estadísticas rendimiento académico: Informe del departamento de Ciencias Básicas 2006-2012. Bucaramanga, Colombia: Autor.

Tangarife, B. (2012). Solución de problemas y trabajo cooperativo: una estrategia didáctica a desarrollar en Trigonometría Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/6819/1/201023949.2012.pdf

ISBN 978-9968-641-33-3

ANEXOS

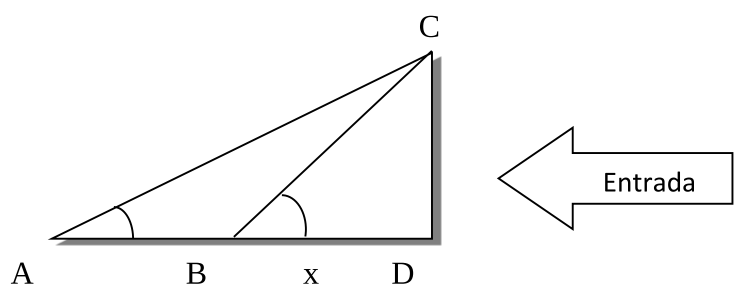
ANEXO 1: PRUEBA ESCRITA

Prueba escrita aplicada a dos grupos: objeto y control. Aplicada en el segundo semestre de 2013.

RESPUESTA DE SELECCIÓN MÚLTIPLE. Seleccione una respuesta para cada situación (las dos situaciones comparten el mismo enunciado).

> *A los estudiantes del curso de Geometría y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana se les ha formulado el siguiente problema:* ***Encontrar la altura del edificio J sin utilizar mediciones directas y utilizando la trigonometría****. A continuación mostraremos dos soluciones de las múltiples que tiene este problema, utilizando la trigonometría: (Nos ubicaremos en las dos soluciones en la entrada de la Biblioteca Benedicto XVI).*

1. Primera solución: Un observador B se coloca a un distancia x de la entrada y realiza la medición de ángulo de elevación a la parte superior del edificio de 70°, a 2m se encuentra un observador A y registra un ángulo de 62°. Con estos valores registrados podemos afirmar que:

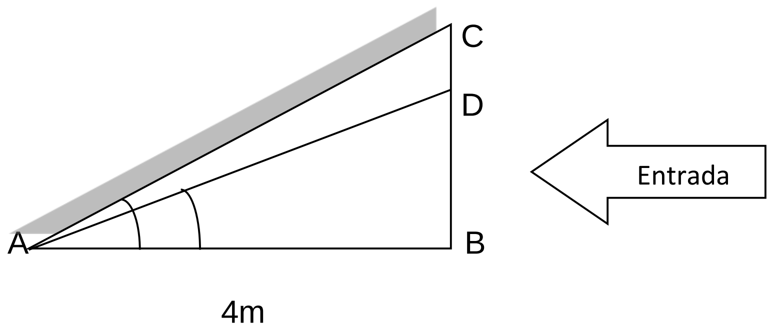


   a. Es posible encontrar la altura porque aplicaríamos la **ley del seno** en el triángulo ACB para hallar la longitud del lado BC y luego utilizaríamos la razón $\boldsymbol{sen\theta}$ en el triángulo BCD para hallar la longitud de y.
   b. Es posible hallar la altura si hubiesen encontrado el valor de x para utilizar la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo BCD y sobraría el ángulo A dado.
   c. Es posible encontrar la altura porque aplicaríamos la **ley del coseno** en el triángulo ACB para hallar la longitud del lado AC y luego utilizaríamos la razón $\boldsymbol{sen\theta}$ en el triángulo ACD para hallar la longitud de y.
   d. Es posible hallar la altura si hubiesen encontrado el valor de x para utilizar la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo ACD y sobraría el ángulo B dado.

2. Segunda solución: Uno de los estudiantes se hace en la azotea del edificio J y un observador se ubica a una distancia de 4 m desde la entrada a la biblioteca, registrando un ángulo de elevación

ISBN 978-9968-641-33-3

hasta los pies del estudiante de 70° y otro ángulo hasta la parte superior de la cabeza de 72.5°. Después de hallar los registros e intentar calcular la altura encuentran que:



a. Con estos valores es posible hallar la altura del edificio sólo conociendo el ángulo hasta la parte superior del edificio, y así utilizar la razón $\boldsymbol{sen\theta}$ en el triángulo ABD para calcular el valor de BD, y el ángulo registrado con la persona en la azotea no era necesario.
b. Con estos valores es posible hallar tanto la altura del edificio aplicando la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo ADB, como la altura del estudiante aplicando la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo ACD.
c. Con estos valores es posible hallar la altura del edificio sólo conociendo el ángulo hasta la parte superior del edificio, y así utilizar la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo ABD para calcular el valor de BD, y el ángulo registrado con la persona en la azotea no era necesario.
d. Con estos valores es posible hallar tanto la altura del edificio aplicando la razón $\boldsymbol{tan\theta}$ en el triángulo ADB, como la altura del estudiante aplicando la razón $\boldsymbol{sen\theta}$ en el triángulo ACD.

PREGUNTAS ABIERTAS. Realice una gráfica que modele las siguientes situaciones problema. Resuelva tres de las cuatro.[15]

1. Una bandera está en la orilla de un acantilado de 50 pies de altura, en la orilla de un rio de 40 pies de ancho. Un observador en la orilla opuesta del río mide un ángulo de 9° entre su visual a la punta del asta y su visual a la base del asta de una bandera que se encuentra arriba del acantilado. Calcule la altura del asta.
2. Desde un mirador de 1000 pies de la base del monte Rushmore, el ángulo de elevación de la coronilla de la cabeza esculpida de George Washington mide 80.05°, mientras que el ángulo de elevación hasta la punta del mentón es de 79.946°. Calcule la altura de la cabeza de George Washington.
3. Dos barcos salen de un puesto a las 7:00 a.m. Uno viaja a 12 nudos (millas náuticas por hora) y el otro a 10 nudos. Si el barco más rápido mantiene un rumbo de N47°O y el rumbo del otro es S20°O, ¿cuál es su separación a las 11:00 a.m. de ese día?

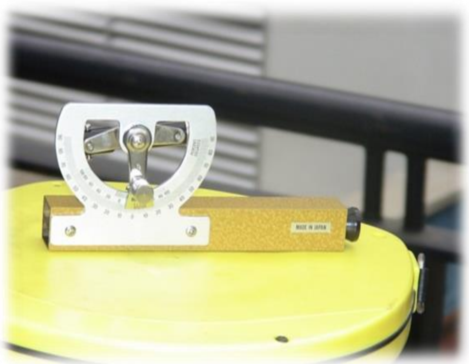
[15] Zill, D. & Dewar, J. (2012). Algebra, Trigonometría y Geometría Analítica. México: Editorial MC Graw Hill. P. 450 – 459.

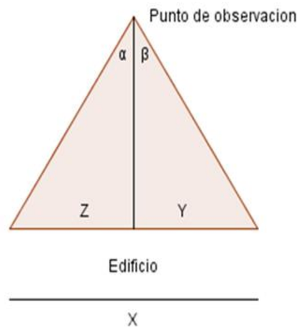
ISBN 978-9968-641-33-3

4. Un edificio está al lado de una colina que baja formando un ángulo de 15°. El sol está sobre la colina y desde el edificio tiene un ángulo de elevación de 42°. Calcula la altura del edificio, si su sombra mide 36 pies de longitud.

ANEXO 2: ALGUNAS SOLUCIONES

1. *Nivel Abney para ángulos de elevación y depresión; para la profundidad del edificio se toman dos ángulos de depresión desde un mismo punto y en la parte superior del edificio a los extremos del edificio en la parte inferior. Se conoce la altura del edificio.*[16]



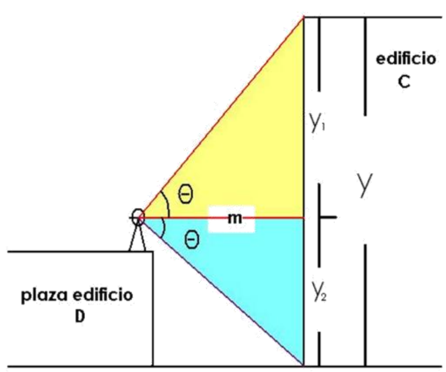


$$\tan\alpha = \frac{z}{h} \qquad \tan\beta = \frac{y}{h}$$

$$h\tan\alpha = z \qquad h\tan\beta = y$$

$$x = y + z$$

2. *Transportador casero para ángulos de elevación y depresión; Se toman dos ángulos al extremo superior (elevación) e inferior (depresión) del edificio y la distancia a la toma.*[17]



Cálculos:

$Y_1 = m * \tan \theta_1$

$Y_1 = 7.37m . \tan 44°$

$Y_1 = 7.12m$

$Y_2 = m * \tan \theta_2$

$Y_2 = 7.37m * \tan 39°$

$Y_2 = 5.97m$

Y total

$Y = Y_1 + Y_2$

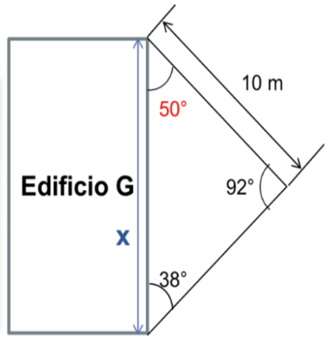
$Y = 7.12m + 5.97m$

$Y = 13.09m$

3. *Brújula para medir ángulos de barrido y clinómetro para ángulos de elevación; para la profundidad se tomaron dos ángulos y el lado a una de las tomas. Se conocen dos ángulos y un lado entre estos.*[18] *Se utiliza la Ley del seno:*

---
[16] Tomado del grupo 12.
[17] Tomado del grupo 12.
[18] Tomado del grupo 2.

ISBN 978-9968-641-33-3



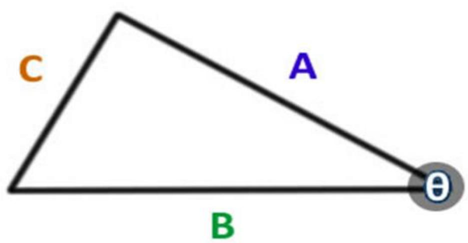
$$\frac{\text{Sen } 38°}{10 \text{ m}} = \frac{\text{Sen } 92°}{x}$$

$$X = \frac{\text{Sen } 92° \times 10 \text{ m}}{\text{Sen } 38°}$$

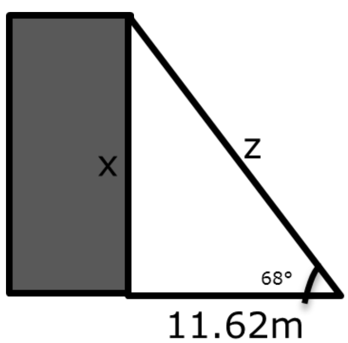
$$X = 16{,}23 \text{ m}$$

4. *Medidor de ángulos de elevación, depresión y barrido, para el ancho se tomó el ángulo de barrido de extremo a extremo del edificio, sujetados por dos pitas de dimensión conocida.* [19] *Conocidos A, B y* $\boldsymbol{\theta}$*. Se aplica la ley del coseno:*

$$A^2+B^2+2*AB*\text{Cos } \theta = C^2$$



5. *Sextante para medir ángulos de elevación, para medir la altura se toma el ángulo de elevación al extremo superior del edificio y se mide la distancia en el piso desde la pared hasta donde se hizo la toma.* [20]



$$\text{Tan}68° = \frac{x}{11.62}$$

$$x = \text{Tan}68° * 11.62$$

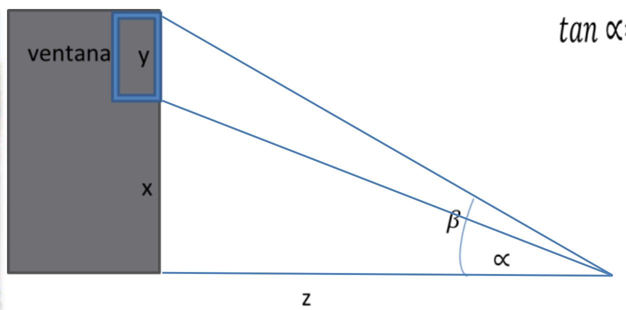
$$x = 28.76$$

---

[19] Tomado del grupo 4.
[20] Tomado del grupo 6.

ISBN 978-9968-641-33-3

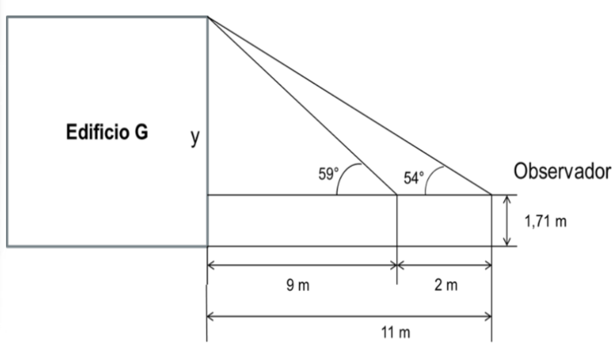
6. *Transportador casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura se tomaron ángulos de elevación a la base y a la parte superior de una ventana del último piso del edificio y se midió la altura de ésta.*[21]



$$\tan\propto = \frac{x}{z} \qquad \tan\beta = \frac{x+y}{z}$$

$$\frac{x}{\tan\propto} = \frac{x+y}{\tan\beta}$$

7. *Clinómetro casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura tomaron dos ángulos de elevación a la parte superior del edificio con una separación de 2m.*[22]



Tan 54° (X + 2) = Tan 59° X

Tan 1,37 X + 2,75 = 1,66 X

2,75 = 1,66 X – 1,37 X

2,75 = 0,29 X

$X = \frac{2,75}{0,29} = 9,48$ m

9,48 m . Tan 59° = y

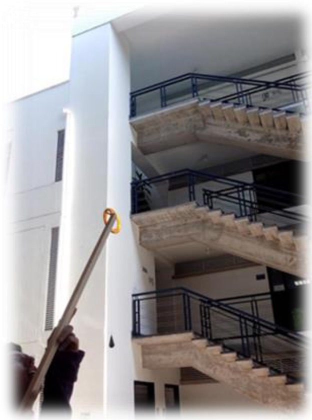
y = 15,77 m + 1,71 m

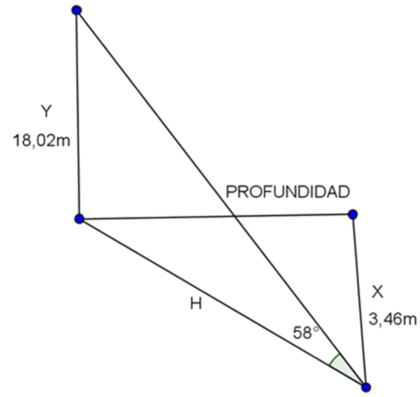
y = 17,48 m

8. *Clinómetro casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura se modelaron dos triángulos rectángulos en diferentes planos.*[23]

[21] Tomado del grupo 3.
[22] Tomado del grupo 1.
[23] Tomado del grupo 10.

ISBN 978-9968-641-33-3



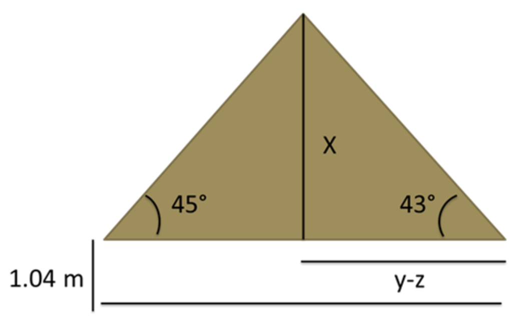


$$\tan 58^{\circ} = \frac{18.02}{H}$$

$$H = \frac{18,02}{tan58^{\circ}}$$

$$PROFUNDIDAD = \sqrt{H^2 - X^2}$$

9. *Transportador casero para ángulos de elevación, inclinación y barrido; para la altura se tomaron dos ángulos de elevación desde cada lado del edificio a un mismo punto en la parte superior del edificio.*[24]



- $z \tan 45° = x$ X= $\tan 43°(y - z)$

$$z(\tan 45° + \tan 43°) = y \tan 43°$$

$$z = \frac{y \tan 43°}{(\tan 45° + \tan 43°)}$$

$$z = \frac{(17.10m) \tan 43°}{(\tan 45° + \tan 43°)}$$

$$z = 8.25m$$

[24] Tomado del grupo 7.

IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
12 al 14 de junio de 2014. Quepos, Puntarenas, Costa Rica
ISBN 978-9968-641-33-3

Una herramienta para valorar la producción de los estudiantes ante tareas de invención de problemas aritméticos verbales

Johan Espinoza González
jespinoza@una.cr
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: Los Programas de Estudio de estudio vigentes para la Enseñanza de la Matemática en Costa Rica, proponen el planteamiento de problemas como uno de los cinco procesos matemáticos complementarios a la resolución de problemas. Así, en este estudio se presenta en qué consiste este proceso y en qué momento de la clase podría emplearse. También se expone una herramienta que permite valorar las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas. Los resultados muestran el gran valor educativo que presenta la invención de problemas como actividad matemática dentro del salón de clase y cómo la herramienta de valoración presentada aquí es útil para caracterizar los problemas inventados por los estudiantes y evaluar el grado de profundización y apropiación que tienen los estudiantes de los conocimientos enseñados en clases.

Palabras claves: Resolución de problemas, invención de problemas, Educación Matemática

Introducción

Recientemente se observa un progreso en el desarrollo de enfoques de instrucción que incorporan la invención de problemas como una actividad de clase (Brown y Walter, 1990; Silverman, Winograd y Strohauer, 1992; Skinner, 1991). En este sentido, los programas vigentes para la enseñanza de la matemática propuestos por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), proponen este tipo de actividades como uno de los cinco elementos fundamentales en el proceso de resolución de problemas.

De hecho, varias habilidades específicas o indicaciones puntuales especificadas en dichos programas, hacen referencia a que los estudiantes planteen problemas a partir alguna situación presentada de forma textual o gráfica (ilustración), o a partir de operaciones aritméticas.

El interés por incorporar este tipo de actividades en clases de matemática no es nuevo, ya que los estándares sobre el currículo y evaluación para las matemáticas escolares (NCTM, 1989) y los estándares profesionales para la enseñanza de la matemática (NCTM, 1991), sugieren un incremento de esta en las clases de matemática.

De igual forma, algunos distinguidos matemáticos e investigadores en educación matemática (Freudenthal, 1973; Polya, 1954; Brown y Walter, 1990; Ellerton 1986; NCTM, 2000; Polya 1979), reconocen la invención de problemas como actividad importante dentro de la experiencia matemática de los estudiantes y mencionan el gran valor educativo, a lo largo del tiempo, que tiene el que los estudiantes de todos los niveles inventen problemas en clase.

Sin embargo, se ha prestado poca atención a cómo valorar las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas (Silver & Cai, 2005). Al respecto, se pueden citar los estudios de Leung & Silver (1997), Ellerton (1988), Cázares (2000) y Espinoza (2011), que muestran algunas herramientas y estrategias

ISBN 978-9968-641-33-3

generales que se pueden emplear para estudiar la complejidad y características de las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas.

De esta forma, se presenta una herramienta que permite valorar las producciones de los estudiantes ante tareas de invención aritméticos verbales y que ha sido empleada en Espinoza (2011) para caracterizar estudiantes con talento matemático.

A continuación se exponen algunas ideas relacionadas con el proceso de invención de problemas, las variables de estudio de los problemas aritméticos y algunos estudios previos referentes al problema de investigación aquí presentado. Esto servirá de base teórica para sustentar la herramienta de evaluación empleada y de la cual se presenta un ejemplo práctico de su uso.

1. Invención de problemas matemáticos

Desde hace varias décadas se da un mayor énfasis a la resolución de problemas como una actividad central de la matemática escolar (NCTM, 1980, 1989) y es tal que en todas las clases de matemática de cualquier país se puede observar a los estudiantes resolver problemas matemáticos (Silver, 1994). A partir de ahí surgen diversas líneas de investigación en resolución de problemas, entre las cuales, la invención de problemas matemáticos es una de ellas (Castro, 2008). Pero ¿en qué consiste este proceso? ¿Cuáles son las interpretaciones que se le han dado?

El término invención de problemas, también conocida en la literatura en inglés como *"problem posing" (*Brown y Walter, 1993; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; English, 1997), es usada para referirse tanto a la formulación de nuevos problemas, como a la reformulaciones de situaciones dadas (Silver, 1994; English, 1997; Silver y Cai, 1996).

En este sentido los estudiantes pueden inventar problemas durante la solución de un problema complejo (Silver, Mamona-Down, Leung y Kenny, 1996) o al realizar algunos cambios al mismo. Por ejemplo, podrían reformular el problema y personalizarlo (Silver, 1994), cambiando el tipo de número o simplificando la situación a un caso particular, con el objetivo de facilitar la solución del mismo. Al respecto, en el trabajo de Polya (1979), aparece esta componente al cuestionar ¿cómo podemos plantear el problema de manera diferente?, ¿cómo variar el problema descartando parte de la condición?

Este proceso también puede ocurrir antes de resolver un problema, cuando lo que se persigue no es la solución, sino la creación de uno a partir de una situación o experiencia (Silver, 1994). Un ejemplo de este tipo particular de invención de problemas fue realizado por Cázares (2000), quien presentó a 14 estudiantes de primaria varias tarjetas con diferentes ilustraciones de situaciones relacionadas con el contexto del estudiante, de las cuales debían escoger algunas y plantear varios problemas matemáticos.

Por último, se podría emplear después de la solución de un problema, en el cual se modifica el objetivo, meta o condición con el fin de generar nuevas situaciones (Silver, 1994). Al respecto se puede mencionar el estudio de Brown y Walter (1993) y su estrategia "¿What if not?", la cual consiste en cambiar las condiciones y restricciones de una determinada situación para plantear nuevos e interesantes problemas.

Por otra parte, Stoyanova (1998), identifica tres categorías de experiencia de planteamiento de problemas que permiten estudiar el conocimiento y habilidades matemáticas de los estudiantes para generar y resolver problemas matemáticos: situación libre, situación semi-estructurada y situación de planteamiento de problemas estructurada. En la primera los estudiantes plantean problemas sin

ISBN 978-9968-641-33-3

ninguna restricción, en la segunda y tercer actividad los estudiantes trabajan con base en alguna situación, experiencia o información cuantitativa. Lo que cambia en estos dos últimos tipos es el nivel de estructuración de la tarea propuesta.

Por último, es importante mencionar que al hecho de inventar problemas se le ha dado distintas denominaciones por diferentes autores. Así se le ha designado como generación de problemas o reformulación de problemas dados (Silver, 1994), formulación de problemas (Kilpatrick, 1987) y planteamiento de problemas (Brown y Walter, 1990). A nuestro parecer, estas denominaciones hacen referencia al mismo hecho, inventar problemas, por lo que utilizaremos con más frecuencia la expresión invención de problemas.

También, se puede decir que la invención de problemas es un proceso matemático que tiene lugar, bien, durante la resolución de un problema matemático, luego de resolver un problema o cuando el sujeto se enfrenta ante una situación conocida previamente, para la cual no hay una formulación matemática.

2. Una estrategia para valorar las producciones de los estudiantes ante tareas de invención de problemas aritméticos

Dado que en este trabajo se centra en presentar una herramienta para valorar las producciones de los estudiantes ante tareas de invención de problemas matemáticos aritméticos, es que consideramos pertinente estudiar la noción de problema matemático y aritmético que consideraremos en nuestro estudio; así como algunas variables de estudio de los problemas aritméticos. Esto con el fin de definir las categorías y el esquema empleado para valorar las producciones de los estudiantes.

Con respecto a la noción de problema aritmético, se adoptó la noción propuesta por Castro (1991), quien señala cinco componentes que debe incluir una situación para ser considerada un problema matemático: una proposición (enunciado oral o escrito); unos datos conocidos; una intención (movilizar una o más personas para que lo resuelvan); una meta (llegar a un resultado) y un proceso (modo de actuación para alcanzar el resultado).

Con respecto a la noción de problema aritmético, se asume la definición propuesta por Puig y Cerdán (1988), quienes consideran que es aquel enunciado verbal o escrito en el cual la información proporcionada es de carácter cuantitativo, pues los datos suelen ser cantidades definidas generalmente de forma numérica. La condición implicada en el enunciado expresa relaciones cuantitativas entre los datos y la pregunta se refiere al cálculo de una o varias cantidades o relaciones entre cantidades.

Una vez presentada la noción de problema matemático y aritmético adoptada, se presenta a continuaciones algunas variables que son de interés particular en el estudio de los problemas aritméticos verbales.

2.1 Variables de estudio en los problemas aritméticos verbales

Algunas investigaciones ponen de manifiesto variables de estudio que son de interés en los problemas aritméticos. Al respecto, Puig y Cerdan (1988) destacan las variables sintácticas que están relacionadas con el orden y relaciones de las palabras y símbolos que contiene el enunciado del problema, como son la longitud del enunciado, complejidad gramatical, presentación de los datos, ubicación de la pregunta, relación del orden en el que aparecen los datos en el problema y la secuencia operatoria para resolverlo, etc.

ISBN 978-9968-641-33-3

Castro (1995), menciona otra variable que denomina proposiciones interrogativas. Una proposición es interrogativa cuando pregunta o interroga sobre el valor numérico de una cantidad y puede hacerse sobre una asignación o relación. En el primer caso se desconoce la cantidad asignada y la pregunta demanda que se halle ese valor, por ejemplo ¿cuánto tiempo tardó Daniel en darle una vuelta a la pista? En el segundo caso, la interrogación se hace sobre la cuantificación de la comparación entre dos cantidades relacionadas, por ejemplo ¿cuántas veces tiene María las canicas que tiene Daniel?

Silver y Cai (2005) agregan un tercer tipo de proposición interrogativa denominada denominada condicional, en la cual la pregunta establece una condición entre dos elementos, por ejemplo ¿Si María recorrió 300 metro más que Pedro, cuántos metros recorrió María? Estos autores asocian esta variable con la complejidad lingüística de un problema.

Otra variable de interés es la componente semántica (Nesher 1982, citado en Puig y Cerdán, 1988). Ésta se puede clasificar según su estructura operatoria en aditiva o multiplicativa.

Por último, Castro et al., (1992), señalan la información proporcionada y la secuencia operatoria que relaciona la información con la pregunta como otra variable a considerar. En el primer criterio destacan la variable relacionada con los datos numéricos en la información, la cual puede distinguirse según el conjunto y tamaño de los números, la inclusión de datos superfluos, entre otros.

En cuanto a la secuencia operatoria que relaciona la información con la pregunta, los autores mencionan variables como las operaciones necesarias para la obtención del resultado y el algoritmo empleado en cada operación. Castro et al., (1997) hace referencia a esta variable y menciona que si los cálculos necesarios para resolver un problema aritmético implican sólo adiciones y multiplicaciones entonces es un problema de dos procesos.

2.2 Categorías de análisis para valorar las producciones

De acuerdo con el estudio presentado en la sección anterior, existen algunos elementos que se pueden tomar en cuenta al momento de valorar las producciones de los estudiantes cuando inventan problemas aritméticos. A continuación se presenta una descripción de las categorías que proponemos con sus respectivas variables de estudio.

2.2.1 Estructura sintáctica

La primera categoría considerada es la estructura sintáctica del problema, la cual se analizó con base en tres variables: longitud del enunciado, tipo de proposición interrogativa y tipo de número empleado.

- Longitud del enunciado: En esta variable se utilizó como indicador el número de proposiciones presentes. Las proposiciones hacen referencia a aquellas expresiones explícitas en el texto del enunciado que asignan un valor numérico o una cantidad a una variable, o bien, establece una relación cuantitativa entre dos variables. Cada una de estas expresiones aportan un dato al problema; sin embargo, algunas podrían no ser utilizadas en la solución del mismo por aportar un dato superfluo. Algunos ejemplos de proposiciones son, “el tren viaja a una velocidad de 348 km/h”, “Pedro corrió 300 metros más que Roberto” “María tiene el doble de caramelos que Juan”.
- Tipo de proposición interrogativa: Ésta variable corresponde a la manera en que el estudiante hace la pregunta del problema que inventó y se estudió de acuerdo con la presencia de proposiciones de asignación, condicionales o relacionales. Una proposición interrogativa de asignación podría ser “cuantas personas viajaban en el tren”, una relacional es una declaración como ¿cuántas veces tiene María las canicas que tiene Daniel? mientras que una condicional es

ISBN 978-9968-641-33-3

una declaración como "Si María recorrió 300 metros más que Pedro, cuántos metros recorrió María".

Es importante destacar de acuerdo con Silver y Cai (2005), los problemas con proposiciones relacionales y condicionales tienden a ser más difíciles de resolver por los estudiantes que aquellos que contienen sólo proposiciones de asignación.

- Tipo de número empleado: En esta variable de estudia el tipo de número presente en el enunciado, el cual puede ser números naturales y/o números racionales expresados en notación decimal y/o fraccionaria. De igual forma se estudia el uso de más de un tipo de número en los problemas propuestos por los estudiantes.

2.2.2 Estructura matemática

La segunda categoría considerada corresponde a la estructura matemática del problema, la cual será estudiada con base en cuatro variables: tipo de estructura operatoria y número de etapas, cantidad de procesos de cálculo distintos implicados en la solución del problema, cantidad de pasos distintos para resolver el problema.

- Tipo de estructura operatoria: Esta variable se puede clasificar de acuerdo a la estructura aditiva y/o multiplicativa y al número de etapas del problema. Así los problemas puede clasificaron en: aditivos de una etapa, multiplicativo de una etapa, aditivos de más de una etapa, multiplicativo de más de una etapa o problemas mixtos.
- Tipo de operación y cantidad de procesos de cálculo distintos implicados en la solución del problema: Cómo parte del análisis matemático, se toma en cuenta las operaciones necesarias para resolver el problema, así como determinar la cantidad de procesos distintos de cálculo requeridos para resolver el problema. En este sentido, si los cálculos necesarios para resolverlo implican sólo operaciones aditivas y multiplicativas, entonces consideramos que se trata de un problema de dos procesos (Castro et al., 1997).
- Cantidad de pasos distintos para resolver el problema: Esta variable corresponde a la cantidad de pasos distintos para resolver el problema y consideramos que dos pasos son iguales si éstos conllevan el mismo procedimiento de cálculo.

  Esta variable fue considerada porque cada paso distinto necesario para resolver el problema implica una relación semántica y un problema que contiene tres relaciones semánticas (iguales o distintas) puede ser más rico que otro con dos relaciones semánticas (iguales o distintas). Además, la cantidad de pasos puede condicionar la extensión en la resolución del problema.

2.2.3 Estructura semántica

Por último, los problemas pueden ser valorados de acuerdo a su estructura semántica. En este caso, un problema de estructura aditiva puede clasificarse como de combinación, cambio, comparación y/o igualación (Puig & Cerdán, 1988). De igual forma los problemas de estructura multiplicativa se pueden clasificar en isomorfismo de medida, comparación multiplicativa y producto de medidas.

En esta categoría también se estudia la cantidad de relaciones semánticas distintas presentes en el enunciado, de manera que si un problema involucra las siguientes relaciones semánticas: combinación, isomorfismo de medida y combinación; entonces se considera un problema con dos relaciones semánticas distintas.

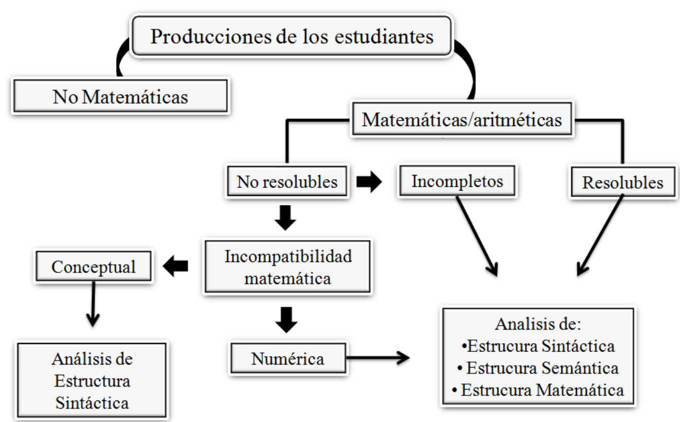
ISBN 978-9968-641-33-3

Una vez presentado la concepción de problemas aritmético concebido en este estudio, así como un estudio de los problemas aritméticos y las categorías de análisis, se procede a describir el esquema empleado para valorar las producciones de los estudiantes ante tareas de invención de problemas aritméticos verbales.

2.3 Esquema para valorar las producciones de los estudiantes

En primera instancia se deben catalogar las producciones de los estudiantes en matemáticas/aritméticas o no. Luego, los problemas matemáticos/aritméticos se clasifican en no resolubles o resolubles. Los primeros pueden no ser resolubles ya sea por ser incompletos (Puig & Cerdán, 1988) o porque presentan alguna incompatibilidad matemática de tipo numérica o conceptual (Espinoza, 2011). A los problemas matemáticos resolubles y no resolubles clasificados como incompletos o que presentan incompatibilidad matemática de tipo numérica se les puede aplicar el análisis de la estructura sintáctica, semántica y matemática explicado anteriormente. Mientras que los problemas matemáticos que presentan incompatibilidad matemática de tipo conceptual pueden ser analizados sólo desde su estructura sintáctica, pues no era posible analizar la estructura semántica y matemática. Cabe mencionar que es importante analizar las produccciones de los estudiantes que son no resolubles, ya que algunas de ellas pueden presentar características importantes de analizar.

Figura 1. Esquema para valorar las producciones de los estudiantes



3. Un ejemplo práctico del uso de la estrategia

A continuación se presenta un ejemplo práctico que ilustra el uso de las categorías de análisis y el esquema que se propone en este trabajo para analizar las producciones de los estudiantes ante tareas de invención de problemas aritméticos.

Supongamos que se les plantea a los estudiantes la siguiente situación:

> *De acuerdo con la información de la siguiente figura, inventa un problema matemático que te parezca difícil de resolver y que en su resolución se utilice una o varias de las operaciones de suma, resta, multiplicación o división. Si lo consideras necesario puedes agregar más datos o información.*

ISBN 978-9968-641-33-3

Figura 1 Imagen presentada en la primera tarea de invención de problemas

A partir de esta ilustración un estudiante inventa el siguiente problema:

> "Si tres chicos giran en torno a una plaza y una vuelta son 80 metros, si el primer niño consigue dar 17 vueltas y la siguiente niña 29 y en total han hecho entre todos 5000 metros ¿Cuántas vueltas ha dado el 3° niño?

En primera instancia se clasifica el problema como matemático y aritmético, ya que cumple con las características propuestas por Castro (1991) y Puig & y Cerdán (1988). Luego se analiza si es resoluble o no. En este caso, el problema tiene solución, por lo que se le aplicará un análisis según su estructura sintáctica, semántica y matemática.

En la siguiente tabla se muestra la valoración del problema de acuerdo con cada variable de estudio.

Tabla 1. Valoración del problema de acuerdo con las variables de estudio

Cantidad de proposiciones	5 (Subrayadas en el enunciado)
Tipo de número	Naturales
Tipo de proposición interrogativa	Asignación
Cantidad de pasos distintos	4
Cantidad de procesos	4 (+, -, x, :)
Estructura operatoria	Mixta
Cantidad de relaciones semánticas	2 (Isomorfismo de medidas y cambio)

Conclusiones

En primera instancia se considera que la invención de problemas es una actividad matemática reconocida por varios autores, quienes destacan su importancia como actividad relevante de clase y parte significativa de la experiencia matemática de cualquier estudiante. A pesar de ello, existen pocos estudios

ISBN 978-9968-641-33-3

que aborden el cómo valorar las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas, la cual es una tarea tan importante como elaborar situaciones de planteamiento de problemas.

Quizás esto se deba a la gran laboriosidad que representa construir una herramienta para valorar la producción de los estudiantes, pues requiere de un estudio profundo y detallado de las variables que influyen en la construcción de un determinado problema, el cual depende del contenido matemático implicado en el mismo. Este trabajo es aún más complejo si se solicita plantear problemas a través de una situación libre de invención de problemas.

Por otra parte, se concluye que la herramienta presentada en este documento es un instrumento que permite caracterizar los problemas aritméticos planteados por los estudiantes, así como la complejidad de los mismos. Esto podría servir de base para evaluar y valorar el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes luego del proceso de instrucción o también como una herramienta de diagnóstico que se puede emplear antes de iniciar un tema.

De igual forma, podría emplearse en la identificación de niños con talento matemático, pues la herramienta logra establecer diferentes niveles de complejidad en la resolución del problema planteado; sin embargo, es necesario un estudio más profundo sobre la misma que permita garantizar su uso en la caracterización del talento matemático.

Bibliografía

Brown, S. & Walter, M. (1990). The Art of problem posing. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Brown, S. & Walter, M. (1993). Problem posing. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Castro, E (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo Ricardo; Gómez Bernardo; Camacho Matías; Blanco Lorenzo (Eds.). Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 113-140). Basajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper”/ Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Castro, E. (1991). Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Castro, E. (1995). Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa. Tesis doctoral. Granada: Comares.

Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutierrez, J., Tortosa, A., Segovia, I., et al. (1997). Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones. En L. Rico y M. Sierra (Eds.), Primer simposio nacional de la SEIEM (pp 63-76). Granada: SEIEM.

Castro, E., Rico, L. & Gil, F., (1992). Enfoque de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. Enseñanza de las ciencias, 10(3), 243-253.

Cázares, J. (2000). La invención de problemas en escolares de primaria: un estudio evolutivo. Memoria de tercer ciclo. Granada: Universidad de Granada.

Ellerton N. (1986). Children’s made up mathematics problems- A new perspective on talented mathematicians. Educational Studies in Mathematics, 17(3), 261-271.

ISBN 978-9968-641-33-3

English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. Educational Studies in Mathematics, 34, 183-217.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht. Reidel.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problema com from? En A. Shoenfeld (Ed.) Cognitive science and mathematics education. (pp 123-148). New Jersey: Lawrance Erlbaum Associates.

Leung, S., Silver, E (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. Mathematics Education Research Journal, 9(1), 5-24.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School of Mathematics. Reston, VA: El autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: El autor.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: El autor

Polya, G. (1954). Mathematics and plausible reasoning. Princenton, NJ: Princenton University Press.

Polya, G. (1979). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Puig, L. y Cerdán, F. (1988). Problemas aritméticos. Madrid: Síntesis.

Silver y Cai (2005). Assessing students' mathematical problem posing. Teaching Children Mathematics, 12(3), 129-135.

Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19-28.

Silver, E., Mamona-Downs, J., Leung, S., Kenney, P (1996). Posin matehematical problem: An exploratory study. Journal for research in matehematics education. 27(3), 293-309.

Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds.), Research in Mathematics Education: a contemporary perspective. (pp 164-185). Edit Cowan University: MASTEC.