



## Ordinales de números primos pareados como sumandos (un algoritmo)

| Ordinals of paired prime numbers as addends (an algorithm) |

| Ordinais de números primos pareados como parcelas (um algoritmo) |

 **Mario Peral Manzo**

[peralmario@yahoo.com.mx](mailto:peralmario@yahoo.com.mx)

Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 152 Atizapán; Seminario Permanente sobre Docencia: su formación y sus prácticas  
Estado de México, México

Recibido: 14 de setiembre 2025

Aceptado: 30 de abril de 2026

**Resumen:** Este ensayo se sitúa en el ámbito de la teoría aditiva de números, con especial atención a los problemas de representación de los enteros como suma de números primos.

El alcance de este artículo es divulgativo y educativo y no presenta resultados nuevos demostrados, sino un marco de exploración/registro para motivar al lector sobre las conjeturas que se enuncian. Mediante un sencillo algoritmo de “pareamiento” de sumas que dan por resultado números pares de algunos de los elementos del conjunto “de origen” que comienza en 8 y que progresa en razón  $k + 4$  “ad infinitum”; desde  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$ ; donde  $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ , se intenta ilustrar para el gran público en general la forma como se relacionan entre sí la “Conjetura Fuerte (binaria) de Goldbach” y la “Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos”. Con el algoritmo que se propone se define también un “Espacio de Registro” que es una “zona” en constante “crecimiento” en el que se anotan los ordinales con los que aparecen las “primeras parejas” de sumandos primos (gemelos o no) por cada elemento del conjunto  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ , definido líneas arriba. Se asume que el ordinal para los números primos gemelos es la expresión “1”. Finalmente, se conjetura que la relación entre números primos gemelos y los números conocidos como “primos pitagóricos” de Fermat de la forma  $4k + 1$  (Teorema de Fermat sobre la Suma de dos Cuadrados) ilustra, a su vez, la relación entre la “Conjetura Fuerte (binaria) de Goldbach” y la “Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos”.

**Palabras Clave:** Números primos, Conjetura Fuerte de Goldbach, Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos, Teorema de Fermat sobre la Suma de dos Cuadrados.

**Abstract:** This essay is situated within the field of additive number theory, with particular emphasis on problems concerning the representation of integers as sums of prime numbers.

The scope of this article is (dissemination/education) and it does not present new proven results, but rather a framework for exploration/recording to engage the reader with the conjectures that are stated. Through a simple “pairing” algorithm of sums that result in even numbers from some of the

<sup>1</sup>Mario Peral Manzo. Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 152, Atizapán; Seminario Permanente sobre Docencia: su formación y sus prácticas. Dirección postal: Estado de México, México. Código Postal: 52990. Correo electrónico: [peralmario@yahoo.com.mx](mailto:peralmario@yahoo.com.mx).

elements of the “source” set, which begins at 8 and progresses according to  $k + 4$  ad infinitum:  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$ ; it aims to illustrate to the general public how the “Strong (binary) Goldbach Conjecture” and the “Conjecture on the Infinitude of Twin Primes” relate to each other. With the proposed algorithm, a “Recording Space” is also defined, which is an ever-growing “zone” where the ordinals of the “first pairs” of prime summands (twin or not) are recorded for each element of the set  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ , as defined above. It is assumed that the ordinal for twin primes is the expression “1”. Finally, it is conjectured that the relationship between twin primes and the numbers known as Fermat’s “Pythagorean primes” of the form  $4k + 1$  (Fermat’s Theorem on the Sum of Two Squares) illustrates, in turn, the relationship between the “Strong (binary) Goldbach Conjecture” and the “Conjecture on the Infinitude of the Set of Twin Primes”

**Keywords:** Prime numbers, Strong Goldbach Conjecture, Conjecture of the Infinitude of the Set of Twin Prime Numbers, Fermat’s Theorem on the Sum of Two Squares.

**Resumo:** Este ensaio situa-se no âmbito da teoria aditiva dos números, com especial atenção aos problemas de representação dos inteiros como soma de números primos.

O alcance deste artigo é o de (divulgação/educação) e não apresenta novos resultados demonstrados, mas sim um marco de exploração/registro para motivar o leitor acerca das conjecturas que se enunciam. Mediante um simples algoritmo de “emparelhamento” de somas que dão como resultado números pares de alguns dos elementos do conjunto “de origem” que começa em 8 e que progride em razão  $k + 4$  “ad infinitum”; desde  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$ ; procura-se ilustrar para o grande público em geral a forma como se relacionam entre si a “Conjectura Forte (binária) de Goldbach” e a “Conjectura da Infinitude do Conjunto dos Números Primos Gêmeos”. Com o algoritmo que se propõe define-se também um “Espaço de Registro” que é uma “zona” em constante “crescimento” na qual se anotam os ordinais com os quais aparecem os “primeiros pares” de parcelas primas (gêmeas ou não) para cada elemento do conjunto  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ , definido linhas acima. Assume-se que o ordinal para os números primos gêmeos é a expressão “1”. Finalmente, conjectura-se que a relação entre números primos gêmeos e os números conhecidos como “primos pitagóricos” de Fermat da forma  $4k + 1$  (Teorema de Fermat sobre a Soma de Dois Quadrados) ilustra, por sua vez, a relação entre a “Conjectura Forte (binária) de Goldbach” e a “Conjectura da Infinitude do Conjunto dos Números Primos Gêmeos”.

**Palavras-chave:** Números primos, Conjectura Forte de Goldbach, Conjectura da Infinitude do Conjunto dos Números Primos Gêmeos, Teorema de Fermat sobre a Soma de Dois Quadrados.

## 1. Introducción

---

El presente escrito es un ensayo de divulgación (y con fines educativos) que pretende interesar al “Gran Público” en el tema de los números primos a través de dos célebres conjeturas: La Conjetura de Goldbach (en su versión “Fuerte”) y la Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos; no presenta resultados nuevos demostrados, sino un marco de exploración/registro para motivar al lector sobre las conjeturas mencionadas.

Se tiene la razonable aspiración de que los lectores (en especial los más jóvenes) conscientes de estas problemáticas, debieran interesarse en estos temas para contribuir tanto a la construcción de una sociedad cada vez más segura como a la profundización del conocimiento matemático que incluye el desarrollo de algoritmos más eficientes y seguros.

En este ensayo el lector encontrará un algoritmo muy elemental que le permitirá “dimensionar” (Ver ejemplo en el [Anexo 1](#)) y reflexionar sobre las dificultades que enfrentan los matemáticos que se están ocupando de las conjeturas enunciadas.

En suma, se espera que la lectura de este ensayo tenga la virtud de motivar al público en general en la profundización del estudio de estas conjeturas.

## 2. Estado del arte, metodología y otras secciones

---

### 2.1. Definiciones

#### 2.1.1. Números primos

El infinito conjunto de los números primos está formado por aquellos números que tienen solamente dos divisores: la unidad y ellos mismos.

Los primeros elementos de este conjunto son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ... y que se expresa de manera formal como:  $P = \{p \in \mathbb{N} \mid p > 1 \wedge (\forall d \in \mathbb{N}) [d \mid p \Rightarrow (d = 1 \vee d = p)]\}$ ; las distancias entre cada elemento de este conjunto crecen conforme, a su vez, crece el número de elementos. Es por este motivo que cada vez se vuelve más difícil “encontrar” o determinar el siguiente número de esta secuencia que carece de una razón que permita dilucidar su “lógica” de crecimiento. Este conjunto aparentemente caótico es el que le da coherencia y regularidad a los demás tipos de números que se relacionan entre sí de manera compleja.

Leamos la siguiente cita:

El algoritmo que puede utilizarse para saber si un número ( $n$ ) es primo es el de la división. Se trata de ir probando para ver si tiene algún divisor propio. Para ello, vamos dividiendo el número ( $n$ ) entre 2, 3, 4, 5, ...,  $n - 1$ . Si alguna de las divisiones es exacta y el residuo es cero, se puede afirmar que el número ( $n$ ) es compuesto. Si ninguna de estas divisiones es exacta, el número ( $n$ ) es primo. Este método puede hacerse más eficiente observando simplemente, que si un número es compuesto alguno de sus factores (sin contar el 1) debe ser menor o igual que  $\sqrt{n}$ . Por lo tanto, el número de divisiones a realizar es menor. Sólo hay que dividir entre 2, 3, 4, 5, ...,  $\sqrt{n}$ . En realidad, bastaría hacer las divisiones entre los números primos menores o iguales que  $\sqrt{n}$  (Romero et al., 2021, p. 3).

Este último procedimiento solamente es “razonable” para números pequeños, tal vez de hasta cuatro cifras; para números con un mayor número de cifras (digamos de treinta dígitos) resultan inmanejables, aún con el uso de programas computacionales.

El concepto de número primo es esencial para el presente ensayo que está enmarcado dentro de la Teoría de Números: “A grandes rasgos, podríamos decir que la teoría de números es la rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades de los números; sin duda, su concepto fundamental es el de número primo.” (Varona, 2012, p. 3)

### 2.2. La Conjetura Fuerte de Goldbach (CFG)

La Conjetura de Goldbach, atribuida históricamente a Goldbach aunque formulada en su versión actual por Euler, sostiene, en su versión fuerte o binaria, que todo número par mayor que 2 puede expresarse como la suma de dos números primos.

Leamos la siguiente cita:

Teorema 5. Goldbach-Elías. Todo entero par mayor o igual a 4 se puede escribir como la suma de dos números primos positivos. Demostración [:] Sabemos que todo par es de la

forma  $2k, k \in \mathbb{Z}$ . Consideremos los pares de la forma  $2k$  con  $k$  par. Por el teorema 3, existe un impar  $I$  tal que  $2k = k + k = k + I + k - I = p_1 + p_2$  donde  $p_1, p_2$  son números primos. De igual forma si  $k$  es impar, existe un par  $P$  tal que  $2k = k + k = k + P + k - P = p_1 + p_2$  donde  $p_1, p_2$  son números primos y el teorema se tiene (González & Elías, 2005).

Esta última cita, básicamente se refiere al “pareamiento” o, si se prefiere, “emparejamiento” con variables  $I$  o  $P$  en cada caso y “demuestra”, el “sostenimiento” del teorema.

Por ejemplo, usando el procedimiento de “pareamiento” que aquí utilizamos para el número 16, se obtiene lo que se muestra en la Tabla 1 presentada abajo.

**Tabla 1:** Procedimiento de “pareamiento” para el valor de origen 16. Fuente: Elaboración propia.

| Valor de origen                     | $n = 16$                    |                           |           |                   |
|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------|-------------------|
| $n/2$                               | Mitad izquierda<br>$16/2=8$ | Mitad derecha<br>$16/2=8$ |           |                   |
| Razones<br>$-1; +1$                 | $-1$                        | $+1$                      |           |                   |
| Hacia los valores límite<br>$0; 16$ | $\downarrow$                | $\downarrow$              | Adiciones | Suma entre primos |
| $\downarrow$                        | 7                           | 9                         | $7+9$     |                   |
|                                     | 6                           | 10                        | $6+10$    |                   |
|                                     | 5                           | 11                        | $5+11$    | 16                |
|                                     | 4                           | 12                        | $4+12$    |                   |
|                                     | 3                           | 13                        | $3+13$    | 16                |
|                                     | 2                           | 14                        | $2+14$    |                   |
|                                     | 1                           | 15                        | $1+15$    |                   |
| Valores límite                      | 0                           | 16                        | $0+16$    |                   |

Se observa que las adiciones sombreadas están formadas por sumandos primos y sus respectivas sumas son el “valor de origen”; por lo tanto, para este caso, se cumple lo enunciado por la Conjetura Fuerte de Goldbach. El asunto aquí es que esta última sigue siendo un problema sin resolver. Dada la pregunta: ¿esto se cumple para el conjunto infinito de los números pares? No hay todavía una demostración que la responda y la declare un Teorema. Hasta el momento esta conjetura tiene el “estatus” de problema abierto.

Leamos la siguiente cita:

[...] se ha demostrado que la conjetura de Goldbach es cierta para casi todos los números pares. En este contexto matemático, esta expresión quiere decir que el límite del cociente entre el número de pares menores que  $m$  para los que se cumple la conjetura y el número de todos los pares menores que  $m$ , es igual a 1 (cuando  $m$  tiende a infinito). Intuitivamente, podríamos decir, que para números pares muy grandes, sería rarísimo que no se cumpliera la conjetura. La mayor parte de los matemáticos creen, pues, que la conjetura es

cierta, y se basan mayoritariamente en las consideraciones estadísticas sobre la distribución probabilística de los números primos en el conjunto de los números naturales: cuanto mayor sea el número entero par  $N$ , se hace más “probable” que pueda ser escrito como suma de dos números primos. Esas consideraciones estadísticas presentan evidencia informal a favor de la conjetura (tanto en su forma débil como en la fuerte) para números enteros suficientemente grandes: cuanto mayor es el entero, más formas hay disponibles de ese número para ser representado como la suma de otros dos o tres números, y lo más “probable” resulta ser que al menos una de estas representaciones consista enteramente a partir de números primos (Franquet Bernis, [s.f.](#), p. 69).

Ahora veamos el siguiente fragmento de un diálogo imaginado por Hofstadter entre Aquiles y una Tortuga:

Aquiles: Por cierto, volvamos. Quería preguntarle: ¿demostró alguna vez Euler que esta Conjetura de Goldbach era correcta? [...]

Tortuga: Curiosamente, él nunca consideró que valiese la pena trabajar en ella. De hecho, cautivó el interés de muchos, y llegó a ser conocida como la “Conjetura de Goldbach” (Hofstadter, [2001](#), p. 440).

De acuerdo con la cita anterior, en el diálogo entre Aquiles y la tortuga, Euler le restó importancia a esta conjetura; sin embargo, hoy en día constituye uno de los problemas más fascinantes para numerosos matemáticos, entre los que destaca Chen Jingrun. Al respecto, Bonet menciona el Teorema de Chen de 1966, según el cual existen infinitos números primos  $p$  tales que  $p + 2$  es producto de, a lo sumo, dos factores primos (Bonet, [2014](#)).

### 2.2.1. Una variante: la Conjetura Débil (ternaria) de Goldbach

Helfgott, el matemático peruano que demostró la Conjetura Débil, o ternaria, de Goldbach, señala: “La conjetura fuerte sigue fuera de nuestro alcance. Hace unos meses —*mi preprint* [...] apareció el 13 de mayo de 2013— probé la conjetura débil de Goldbach. [...] Los cimientos de la prueba descansan en los avances logrados a principios del siglo XX por Hardy, Littlewood y Vinogradov. [...] La conjetura débil, o ternaria, de Goldbach, [...] dice que todo entero impar mayor que 5 puede escribirse como suma de tres números primos, [...]” (Helfgott, [2013](#), p. 709).

Evelyn Lamb destaca la base “técnica” en la que se apoyó Harald Helfgott para demostrar la Conjetura Débil de Goldbach. Leamos el siguiente pasaje:

El resultado de Helfgott es uno grande, sin embargo, tal hazaña no viene como un rayo del cielo. Su trabajo es parte de una larga lista de artículos que emplean una técnica llamada el método del círculo de Hardy-Littlewood-Vinogradov (catchy, huh?) (**sic**). Una idea muy general del método del círculo es que nos permite pasar de un asunto sobre un conjunto de números, en este caso los números primos, a otro que tiene que ver con integrales sobre círculos usando técnicas que son propias del análisis en el plano complejo. Parece un poco milagroso que con frecuencia es posible convertir cuestiones sobre números enteros, que son espaciados discretamente sobre la recta numérica, en un asunto que tiene que ver con funciones continuas. Los aspectos de distribución de primos, o enteros, pueden ser expresados naturalmente en términos de las propiedades de las funciones continuas definidas en términos de estos”, escribió Helfgott en un e-mail (Lamb, [2013](#), p. 2).

Este logro de Helfgott abre las esperanzas a los matemáticos que se han atrevido a estudiarla para lograr demostrar la veracidad o falsedad del enunciado de la Conjetura Fuerte (Binaria) de Goldbach;

lo peor que puede pasar es que esta conjetura sea alguna de esas verdades indemostrables a las que se refiere Gödel. Al respecto Da Silva escribió:

Kurt Gödel demostró en 1931, que para todo sistema formal  $Z$  recursivo lo suficientemente potente como para derivar los axiomas de Peano y que además se suponga como consistente, se tiene que en el sistema hay proposiciones indecidibles, es decir, el sistema no es completo. Por otra parte, Gödel probó que si el sistema  $Z$  es consistente entonces no se puede derivar en  $Z$  una proposición que afirme la consistencia de  $Z$ . Estos resultados son los que se conoce como *Primer Teorema de la Incompletitud de Gödel* y *Segundo Teorema de la Incompletitud de Gödel* (Da Silva, 2014, p. 1)

## 2.3. La Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos (CPG)

En relación con la Conjetura de la Infinitud del Conjunto de los Números Primos Gemelos; éstos últimos se definen como aquellas parejas de números primos cuya distancia es de tan solo dos unidades, así... (3, 5); (5, 7); (11, 13) son ejemplos de esto; de manera formal:  $T = \{p \in \mathbb{N}_0 : p \text{ y } p+2 \text{ son primos}\}$ . Aún no hay demostración alguna para esta conjetura.

Si se toma en cuenta el hecho de que las parejas formadas por los números primos gemelos, al ser tratadas como sumandos de una adición cuya suma define un número par determinado y que a este par se le agregue la unidad y tenga la posibilidad de manifestar un primo pitagórico, hace pensar que los primos gemelos están más relacionados con la conjetura de Goldbach de lo que se podría suponer. Parece una idea extraña: dos conjeturas conectadas con un teorema: el de los “primos pitagóricos” de Fermat de la forma  $4n + 1$  (teorema de Fermat sobre la suma de dos cuadrados).

## 2.4. El Teorema de los Números Primos Pitagóricos

Sobre el teorema de los números pitagóricos (también conocido como Teorema de Navidad de Fermat) Villarroel afirma: “El teorema de navidad de Fermat puede plantearse así: Un número primo  $p$  es expresable como suma de dos cuadrados si y sólo si  $p = 2$  o  $p \equiv 1 \pmod{4}$ . Por ejemplo, puede probarse que los números primos  $17 = 4 \cdot 4 + 1$  y  $97 = 4 \cdot 24 + 1$ , pueden expresarse como  $17 = 4^2 + 1^2$  y  $97 = 9^2 + 4^2$  y es la única forma como suma de dos cuadrados en la que puede hacerse en cada caso. Además, por el teorema puede verse que otros números primos como  $11 = 4 \cdot 2 + 3$  o  $43 = 4 \cdot 10 + 3$  no son representables como suma de dos cuadrados. [...] Todo número primo  $P = 4k + 1$  con  $k \in \mathbb{Z}$  cumple con el teorema de Fermat y en consecuencia todo número de la forma  $2aP$  con  $a \geq 0$  también es representable como una suma de cuadrados cuyas bases se relacionan con las del número  $P$ . Lo más significativo del teorema es que permite obtener las bases de dichos números dependientes de  $P$  de una forma que es demasiado práctica y más aún cuando se piensa en buscar números donde  $a$  es un valor muy grande” (Villarroel, 2025, pp. 1, 11).

# 3. Metodología

## 3.1. Antecedentes. El algoritmo original

Para los primeros 50 elementos de la secuencia de origen,  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ , se intenta un acercamiento a los números llamados “primos pitagóricos” que son de la forma  $4k + 1$  mediante las siguientes acciones:



- Determinar cuántos y cuáles  $4k + 1$  primos son sumas de dos primos cualquiera sea su ordinalidad.
- Determinar cuántos y cuáles  $4k + 1$  primos son sumas de dos primos gemelos cuya ordinalidad es siempre la unidad.

De esta manera se podrá valorar el grado o porcentaje de dificultad para cada uno de estos casos. Se puede adelantar que el segundo caso que cumple con la restricción de  $(p + (p + 2)) + 1 = 4k + 1$ , es cada vez menos frecuente conforme crece la secuencia de origen cuya razón es de  $k + 4$  “ad infinitum”.

En un artículo llamado “Replanteamiento de la Conjetura de Goldbach” que el autor del presente ensayo publicó en la Revista digital Matemática, Educación e Internet, enunció en el “Resumen” de dicho trabajo: “En este ensayo se propone el uso de una razón que permite determinar la secuencia de las series cuyas sumas son cuadrados perfectos; estas soluciones las usamos posteriormente para determinar algunos primos de la forma  $[4k + 1]$  descubrimos una nueva razón que relaciona la constante pi y un número primo de diez cifras de la forma  $[4k + 1]$ . Más adelante describimos la relación de esta clase de números primos con los llamados primos gemelos, lo que nos permite replantear la Conjetura Binaria de Goldbach en términos de una igualdad que involucra exclusivamente las clases de números primos que nos ocupan” (Peral Manzo, 2007a, p. 1).

En ese mismo ensayo, el que esto escribe, presentó el siguiente algoritmo:

- a.) Como dijimos, el primer número par natural que se considera es diez.
- b.) La mitad de diez es cinco; es claro que cinco más cinco es igual a diez.
- c.) Se toma cada vez, y en orden de aparición un número y solamente uno de la secuencia de los números naturales.
- d.) Al primer miembro (a la izquierda) de la adición se le resta el número natural en turno y al de la derecha se le suma.
- e.) Si quedan expresados dos números primos diferentes entre sí, entonces se ha logrado el objetivo; si no es así, entonces se toma el siguiente de la secuencia de los naturales y se repite el procedimiento; así, hasta lograr que queden expresados los dos primeros primos diferentes entre sí que expresen, al sumarlos, el número par que nos ocupa; en este caso, el diez.
- f.) Se registra el número del lugar de la suma que cumple con la condición señalada, es decir: “que queden expresados los dos primeros primos diferentes entre sí y que a su vez expresen, al sumarlos, el número par que nos ocupa”. En el caso del diez, la segunda suma cumple con esta condición (registramos el número 2 porque decimos que la suma número dos, después de la suma de las dos mitades, es la que cumple la condición pedida) y, por lo tanto, reiniciamos el proceso con el siguiente número par natural: el doce y así sucesivamente (Peral Manzo, 2007a, p. 10).

Entonces, lo que se hizo en ese escrito, fue partir de la secuencia:  $A = \{10 + 2k \mid k \in \mathbb{N}_0\} = \{10, 12, 14, 16, 18, \dots\}$  a cada uno de los elementos de esta última se la sometió al algoritmo descrito arriba, tomando sucesivamente cada uno de los elementos de la secuencia  $A = \{1 + k \mid k \in \mathbb{N}_0\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ , hasta obtener el primer par de primos cuya suma exprese el valor del elemento sometido al algoritmo presentado. Un ejemplo para el valor de origen 12 se muestra en la Tabla 2:

Ver pseudocódigo en el Anexo 1 de este documento en el que se presenta dicho “pseudocódigo” de la presente Tabla 2. Una versión abreviada de este “pseudocódigo” sería:

**Tabla 2:** Aplicación del algoritmo original al valor de origen 12 del conjunto  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ . Fuente: Elaboración propia.

| Valor de origen |                 | 12 |    |
|-----------------|-----------------|----|----|
| $n/2 = 12/2$    |                 | 6  | 6  |
| -1; +1          |                 | -1 | +1 |
| <i>Ordinal</i>  | <i>Registro</i> | ↓  | ↓  |
| 1°              | 1               | 5  | 7  |
| 2°              | 2               |    |    |
| 3°              | 3               |    |    |

#### Algoritmo 1 Pseudocódigo simplificado

```
// Pseudocódigo simplificado

INICIO

valor ← 12

mitad ← valor / 2

PARA i ← mitad HASTA 0 DECREMENTO 1 HACER

    j ← valor - i

    MOSTRAR (i , j)

FIN PARA

FIN
```

Se observa en la Tabla 2 que la primera pareja de primos que expresa la suma 12 aparece en primer lugar (ordinal 1) y, por lo tanto, su “Número de Registro” es “1”, es decir, que el “Ordinal” y su “Registro” tienen el mismo valor absoluto.

Se determinó en el escrito comentado, el ordinal en el que aparecían los primos pareados, obteniendo la secuencia que se presenta a continuación para los 67 primeros elementos del conjunto  $A = \{10 + 2k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$  cuyos ordinales son:

$\{2, 1, 4, 3, 2, 3, 6, 1, 6, 3, 2, 3, 6, 1, 12, 3, 2, 9, 6, 5, 6, 3, 4, 9, 12, 1, 12, 9, 4, 3, 6, 5, 6, 9, 2, 3, 12, 1, 24, 3, 2, 15, 6, 5, 12, 3, 8, 9, 6, 7, 12, 3, 4, 15, 12, 1, 18, 9, 4, 3, 6, 5, 6, 15, 2, 3, 12, \dots\}$   
(Peral Manzo, 2007a, p. 11).

Esta secuencia puede ser denominada “el conjunto de los ordinales en los que aparecen los primos pareados cuyas sumas están asociadas, respectivamente, a cada uno de los elementos del conjunto”. Con riesgo de ser repetitivos, se puede decir que:

$A = \{10 + 2k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$  después de haber sido sometidos a alguno de los elementos del conjunto de números impares positivos,  $I = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}_0\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$  mediante el algoritmo, se determinó el conjunto de las ordinales inmediatamente arriba presentado mismo que se presentó en la siguiente Tabla 3 de registro “programado”:





en The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences aparece esta misma secuencia con fecha de publicación noviembre 17 de 2015 y se atribuye a Reinhard Zumkeller (Zumkeller, 2017, p. 1). Es un claro ejemplo en cómo pueden obtenerse los mismos resultados de manera independiente en diferentes investigaciones. Coincidimos con Zumkeller sobre la relación de esta secuencia con la Conjetura Binaria de Goldbach; Zumkeller describe la secuencia A069360 como el número de pares de primos cuyo promedio es  $2n$ : “The Goldbach conjecture, if true, would imply  $a(n) > 0$ . Row lengths of table A260689,  $n > 1$ . - Reinhard Zumkeller, Nov 17 2015” (Zumkeller, 2002).

Estas coincidencias nos motivan a realizar una Declaración de Originalidad (ver ??).

### 3.2.2. Retomando el Tema

De esta suerte, basados en la presente “depuración”, se reitera el interés en el “Ordinal 1°”, asociado al “Registro 1” que representa a las parejas de números primos gemelos, haciendo abstracción de los ordinales pares. En el contexto de los números primos gemelos (“registro 1” de la Tabla 4 siguiente) se refiere al primer par de primos consecutivos cuya diferencia es dos, es decir, el par 3, 5 de esta Tabla 4; pareja de primos que aparece “etiquetada” con el ordinal 1° y el registro 1 y que señala el “primer lugar” que ocupa esta pareja dentro de la mencionada Tabla 4.

La secuencia a la que se somete el algoritmo actual es  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$ . Sus tres primeros elementos, 8, 12 y 16, se representan en la Tabla 4.

**Tabla 4:** Aplicación del algoritmo a los tres primeros elementos de la secuencia  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ . Fuente: Elaboración propia.

| Primer elemento del conjunto |          | 8  |    | Segundo elemento del conjunto |          | 12 |    | Cuarto elemento del conjunto |          | 16 |    |
|------------------------------|----------|----|----|-------------------------------|----------|----|----|------------------------------|----------|----|----|
| $n/2 = 8/2$                  |          | 4  | 4  | $n/2 = 12/2$                  |          | 6  | 6  | $n/2 = 16/2$                 |          | 8  | 8  |
| -1; +1                       |          | -1 | +1 | -1; +1                        |          | -1 | +1 | -1; +1                       |          | -1 | +1 |
| Ordinal                      | Registro | ↓  | ↓  | Ordinal                       | Registro | ↓  | ↓  | Ordinal                      | Registro | ↓  | ↓  |
| 1°                           | 1        | 3  | 5  | 1°                            | 1        | 5  | 7  | 1°                           | 1        | 7  | 9  |
| 2°                           | 2        |    |    | 2°                            | 2        |    |    | 2°                           | 2        | 6  | 10 |
| 3°                           | 3        |    |    | 3°                            | 3        |    |    | 3°                           | 3        | 5  | 11 |
| ...                          | ...      |    |    | ...                           | ...      |    |    | ...                          | ...      |    |    |

Los registros representan el lugar en el que aparecen los dos primeros números primos pareados (números en “negritas”) que suman cada uno de los elementos de la secuencia anterior; en particular, los números primos pareados que aparecen en primer lugar (registro 1) son los números primos gemelos. Una forma más rápida de aplicar el procedimiento consiste en recurrir a la secuencia  $I = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}_0\} = \{1, 3, 5, \dots\}$  y aplicarla a la secuencia  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, \dots\}$ . Este procedimiento se muestra, hasta el quinto elemento de  $A$  (valor 24), en la Tabla 5.

Dado el cuadro anterior, se está en condiciones de afirmar que la ordinalidad dentro del algoritmo actual, para los elementos de la “secuencia de origen”, está determinada por el conjunto de los números impares. Por lo tanto, cada uno de los elementos de este último puede sumarse o restarse, respectivamente, a la “mitad izquierda” y a la “mitad derecha” que dan comienzo a la aplicación de este algoritmo, hasta obtener el primer par de sumandos primos que dan por resultado el elemento en turno de la mencionada “secuencia de origen”. De esta suerte, se estaría “acelerando” la obtención del primer par de sumandos primos para cada elemento de esta última.

A partir de los resultados desde el 8 y hasta el 204 del conjunto de la secuencia con la que se está trabajando,  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ , (descrito como “Acotaciones” en la Tabla 6) y para identificar los números primos pitagóricos se ha realizado un concentrado (Tabla 7) de los elementos mencionados del 8 y hasta el 204 (mismos que, en este concentrado, aparecen así: en la línea superior, 8, 12, 16,  $\dots$ ,  $n + 4$ ,  $\dots$ , 204; en la línea intermedia las anotaciones de los sumandos que son números

**Tabla 5:** Aplicación del algoritmo de  $I = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}_0\}$  en  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\}$ . Fuente: Elaboración propia.

|                              |                              |                                                                     |                                                                       |                                 |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 8                            | 12                           | 16                                                                  | 20                                                                    | 24                              |
| $8/2 = 4$                    | $12/2 = 6$                   | $16/2 = 8$                                                          | $20/2 = 10$                                                           | $24/2 = 12$                     |
| Aplicar 1                    | Aplicar 1                    | Aplicar 1                                                           | Aplicar 1                                                             | Aplicar 1                       |
| $4 - 1 = 3;$<br>$4 + 1 = 5$  | $6 - 1 = 5;$<br>$6 + 1 = 7$  | $8 - 1 = 7;$<br>$8 + 1 = 9$                                         | $10 - 1 = 9;$<br>$10 + 1 = 11$                                        | $12 - 1 = 11;$<br>$12 + 1 = 13$ |
| ¿son 3 y 5 un par de primos? | ¿son 5 y 7 un par de primos? | ¿son 7 y 9 un par de primos?                                        | ¿son 9 y 11 un par de primos?                                         | ¿son 11 y 13 un par de primos?  |
| Sí                           | Sí                           | No                                                                  | No                                                                    | Sí                              |
| Entonces registro: 1         | Entonces registro: 1         | Aplicar 3                                                           | Aplicar 3                                                             | Entonces registro: 1            |
| FIN                          | FIN                          | $8 - 3 = 5;$<br>$8 + 3 = 11$<br>¿son 5 y 11 un par de primos?<br>Sí | $10 - 3 = 7;$<br>$10 + 3 = 13$<br>¿son 7 y 13 un par de primos?<br>Sí | FIN                             |
|                              |                              | Entonces registro: 3                                                | Entonces registro: 3                                                  |                                 |
|                              |                              | FIN                                                                 | FIN                                                                   |                                 |

primos que dan como suma los números de la línea superior y finalmente, en la línea de abajo, el registro del ordinal con el que aparecen...

De manera general:

**Tabla 6:** Acotaciones previas al concentrado de la Tabla 7. Fuente: Elaboración propia.

| Líneas | Acotaciones                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | Elementos de la secuencia de origen $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, \dots, n + 4, \dots, 204\}$ y que se toman “uno a la vez” ...                                                                                               |
| 2      | Sumandos primos que dan como resultado (de manera respectiva) los valores que representan los elementos de la secuencia de origen; en sentido estricto, cada elemento de dicha secuencia de origen es la suma de los mencionados sumandos primos.   |
| 3      | Ordinal con el que aparecen las primeras parejas de sumandos primos de cada elemento de la secuencia de origen (no consideramos parejas de primos subsecuentes a la primera pareja de primos que se “manifiesta” como sumandos para cada elemento). |

Entonces, tomando como referencia las “acotaciones” de la Tabla 6 se procede a realizar el concentrado de la distribución de los números primos pitagóricos (Tabla 7). Las columnas sombreadas en este concentrado corresponden a los  $4k$  (múltiplos de 4) que, al sumarles la unidad, se convierten en los “primos pitagóricos” ( $4k + 1$ ).

De la observación del contenido de la Tabla 7 se adelantan algunas reflexiones a continuación:

**Tabla 7:** Distribución de los números pitagóricos  $(4n + 1)$  en la secuencia  $A = \{8 + 4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, \dots, n + 4, \dots, 204\}$ . Fuente: Elaboración propia.

|         |         |         |         |          |          |          |          |          |           |
|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 8       | 12      | 16      | 20      | 24       | 28       | 32       | 36       | 40       | 44        |
| 3 + 5   | 5 + 7   | 5 + 11  | 7 + 13  | 11 + 13  | 11 + 17  | 13 + 19  | 17 + 19  | 17 + 23  | 13 + 31   |
| 1°      | 1°      | 3°      | 3°      | 1°       | 3°       | 3°       | 1°       | 3°       | 9°        |
| 48      | 52      | 56      | 60      | 64       | 68       | 72       | 76       | 80       | 84        |
| 19 + 29 | 23 + 29 | 19 + 37 | 29 + 31 | 23 + 41  | 31 + 37  | 31 + 41  | 29 + 47  | 37 + 43  | 41 + 43   |
| 5°      | 3°      | 9°      | 1°      | 9°       | 3°       | 5°       | 9°       | 3°       | 1°        |
| 88      | 92      | 96      | 100     | 104      | 108      | 112      | 116      | 120      | 124       |
| 41 + 47 | 31 + 61 | 43 + 53 | 47 + 53 | 43 + 61  | 47 + 61  | 53 + 59  | 43 + 73  | 59 + 61  | 53 + 71   |
| 3°      | 15°     | 5°      | 3°      | 9°       | 7°       | 3°       | 15°      | 1°       | 9°        |
| 128     | 132     | 136     | 140     | 144      | 148      | 152      | 156      | 160      | 164       |
| 61 + 67 | 61 + 71 | 53 + 83 | 67 + 73 | 71 + 73  | 59 + 89  | 73 + 79  | 73 + 83  | 71 + 89  | 67 + 97   |
| 3°      | 5°      | 15°     | 3°      | 1°       | 15°      | 3°       | 5°       | 9°       | 15°       |
| 168     | 172     | 176     | 180     | 184      | 188      | 192      | 196      | 200      | 204       |
| 79 + 89 | 83 + 89 | 79 + 97 | 83 + 97 | 83 + 101 | 79 + 109 | 89 + 103 | 89 + 107 | 97 + 103 | 101 + 103 |
| 5°      | 3°      | 9°      | 7°      | 9°       | 15°      | 7°       | 9°       | 3°       | 1°        |

No es raro que en esta secuencia de origen aparezcan elementos que son múltiplos de cuatro, dada su progresión  $k + 4$ .

Obsérvese la siguiente lista de números con registro 1, obtenida del anterior cuadro y que representan a los sumandos de los números primos gemelos:  $8 = 3 + 5$ ;  $12 = 5 + 7$ ;  $24 = 11 + 13$ ;  $36 = 17 + 19$ ;  $60 = 29 + 31$ ;  $84 = 41 + 43$ ;  $120 = 59 + 61$ ;  $144 = 71 + 73$ ;  $204 = 101 + 103$ , al colocar cada uno de estos elementos en línea y representar entre paréntesis las distancias que hay entre por lo menos estos nueve elementos extraídos de la secuencia de origen por su relación con los números primos gemelos: 8 (4) 12 (12) 24 (12) 36 (24) 60 (24) 84 (36) 120 (24) 144 (60) 204 se puede determinar que las distancias entre paréntesis son múltiplos de 4.

## 4. La Relación entre Primos Gemelos y Primos $4k + 1$

Parece que es imperativo plantear la pregunta: ¿será cierto que lo que se afirmó líneas arriba en todos los demás casos asociados a sumas de números primos gemelos que, se presume, es un conjunto infinito? Esto es crucial para este planteamiento que, se verá más adelante, parece establecer una relación directa entre los números primos gemelos de la forma  $6k \pm 1$  y los números primos pitagóricos de Fermat de la forma  $4k + 1$  que ya se había planteado en el artículo aludido y que es base de este estudio: “Replanteamiento de la Conjetura de Goldbach” (Peral Manzo, 2007a). Y que en ese artículo se generaliza como:  $[(6k \pm 1) \text{ primos}] + 1 = [(4k + 1) \text{ primos}]$  pero que en el presente ensayo lo representamos de manera formal como  $(p + (p + 2)) + 1 = 4k + 1$ .

Con base en esta última expresión, puede conjeturarse que, de haber alguna excepción a la Conjetura de Goldbach, ésta debiera “buscarse” en el conjunto de igualdades que cumplan con el requerimiento de dicha expresión, puesto que, si bien por un lado hay números primos gemelos que, al sumarlos la unidad, no generan primos pitagóricos, por el otro está el hecho de que hay números primos pitagóricos que son suma de la adición entre dos números primos no gemelos o entre dos números impares compuestos.

Hay que insistir en las limitaciones de la ecuación presentada,  $(p + (p + 2)) + 1 = 4k + 1$ , pues no pretende ser prueba definitiva alguna que pueda considerarse aplicable a los infinitos casos a los que se refiere; se trata de una mera sospecha o intuición.

Agréguese la unidad en ambos lados de la adición para aquellos números que cumplen con esta restricción y la lista anterior se reduce a los siguientes casos:  $12 + 1 = (5 + 7) + 1$ ;  $36 + 1 = (17 + 19) + 1$ ;  $60 + 1 = (29 + 31) + 1$  en donde  $12 + 1 = 13$ ;  $36 + 1 = 37$  y  $60 + 1 = 61$ , adiciones cuyas sumas son elementos del conjunto de los números pitagóricos. Hay que recordar que “[...] los números primos pitagóricos son aquellos que se pueden expresar de la forma  $4k + 1$ , es decir, aquellos números cuyo resto al dividirlos por 4 es 1” (Sánchez Muñoz, 2011, p. 3). La denominación “pitagóricos”, simplemente se le atribuye a este tipo de números primos dado el Teorema de Pitágoras que define a la hipotenusa, de un triángulo rectángulo cualquiera, como el cuadrado de la suma del cuadrado de las longitudes de sus catetos.

Algunos de los primeros elementos del conjunto de los números primos pitagóricos son, recordemos:  $\{5, 13, 17, 29, 37, 41, 53, 61, 73, 89, 97, 101, 109, 113, \dots\}$

Considerar el siguiente “Espacio de Registro” (un campo de registro “programado”) para acomodar los ordinales con base al ordinal 1° justificado a la izquierda de este espacio y observemos el “comportamiento” de éstos en la Tabla 8.

Aparecen sombreados los ordinales que cumplen la restricción  $(p + (p + 2)) + 1 = 4k + 1$ , y que son primos gemelos que, al sumarles la unidad, resultan en números primos pitagóricos  $4k + 1$ .

**Tabla 8:** Espacio de Registro “Campo de Registro de Ordinales Programado” (50 registros). Fuente: (Peral Manzo, 2007b, p. 4)

|       |       |    |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
|-------|-------|----|---|----|----|---|---|----|---|---|----|---|---|---|--|
| 1     |       |    |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 3     | 3  |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 3     | 3  |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 3     | 9  | 5 | 3  | 3  |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 9     | 3  | 5 | 9  | 3  |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 3     | 15 | 5 | 3  | 9  | 7 | 3 | 15 |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 9     | 3  | 5 | 15 | 3  |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| 1     | 15    | 3  | 5 | 9  | 15 | 5 | 3 | 9  | 7 | 9 | 15 | 7 | 9 | 3 |  |
| 1     | (...) |    |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |
| (...) | (...) |    |   |    |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |  |

Si hablamos de porcentajes para este reducido número de casos (50 en total en la Tabla 8), tendríamos: 19/50 (38 %) son primos pitagóricos; y de éstos, solamente 3/19, que es un poco menos del 16 % (o de 3/50, que es el 6 % del total de este reducido grupo), y que se corresponde con la expresión  $(p + (p + 2)) + 1 = 4k + 1$  (se debe insistir en el hecho de que el tamaño muestral utilizado (50 casos) subraya el carácter exploratorio de estos resultados que no pretenden ser definitivos; simplemente tienen un carácter “ilustrativo”).

#### 4.1. Contexto Modular de los Cuadrados Perfectos Asociados a los $4k + 1$ Primos

Conforme se avance en la búsqueda de más primos pitagóricos (resultado de sumar números primos a los que se le adicione cualquiera de los ordinales mayores a la unidad) éstos serán cada vez “más escasos” pero no tanto como los primos pitagóricos que resultan de la suma de una pareja de números primos gemelos (de ordinalidad “uno” por definición) y a los que se le adicione la unidad.

Parece obvio afirmar que si dejase de aparecer el registro 1 (ordinal 1º) para los números primos gemelos, éstos, entonces no serían infinitos; pero estamos hablando que hasta la fecha se han calculado

parejas de número primos conformados con cientos de miles (o de millones) de cifras. Peral afirma: “Aparentemente los registros se van “acomodando” de una (muy sutil) manera simétrica; habría que ver si esto es una realidad en registros mayores. También parece que, conforme aumentan los registros, a su vez van aumentando de manera progresiva (aunque no proporcional) los registros distintos de “1”: o sea que cada vez es más difícil obtener registros “1”; ¿llegará un momento en el que aparecerá el último registro “1” seguido por una cadena infinita de registros mayores a este valor? Si la respuesta fuera afirmativa, entonces los números primos gemelos no serían infinitos. Nuestra apuesta es que la respuesta a esta pregunta es “no”, es decir, los números primos gemelos son infinitos” (Peral Manzo, 2007b, p. 4).

Por su lado, Barrero Angulo informa: “En 1966 Jing-run Chen mostró que existen infinitos números primos  $p$  tales que  $p+2$  es un producto de, a lo sumo, dos factores primos. Para conseguir este resultado se basó en la llamada teoría de cribas, y consiguió tratar la Conjetura de los Primos Gemelos y la Conjetura de Goldbach de forma similar” (Barrero Angulo, 2013, p. 2), reconociendo una relación modular entre las conjeturas de la infinitud de los números primos y la Conjetura Binaria de Goldbach.

Intentemos “algo” más sencillo que lo realizado por Chen: organizar los elementos del conjunto  $A = \{8+4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, \dots, n+4, \dots, 404\}$  en un cuadro formado por cinco módulos, de acuerdo con el último dígito de cada uno de sus primeros cien elementos. Esta disposición se presenta en la Tabla 9.

**Tabla 9:** Disposición modular de los primeros cien elementos de la secuencia  $A = \{8+4k : k \in \mathbb{N}_0\} = \{8, 12, 16, \dots, n+4, \dots, 404\}$ , con los números primos sombreados. Fuente: Elaboración propia.

|                                    |                                       |                                             |                                         |                                    |
|------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------|
| <b><math>8+1=9=3^2</math></b>      | <b><math>[(5+7)+1=12+1=13]</math></b> | $16+1=17$                                   | $20+1=21$                               | <b><math>24+1=25=5^2</math></b>    |
| $28+1=29$                          | $32+1=33$                             | <b><math>[(17+19)+1=36+1=37]</math></b>     | $40+1=41$                               | $44+1=45$                          |
| <b><math>48+1=49=7^2</math></b>    | $52+1=53$                             | $56+1=57$                                   | <b><math>[(29+31)+1=60+1=61]</math></b> | $64+1=65$                          |
| $68+1=69$                          | $72+1=73$                             | $76+1=77$                                   | <b><math>80+1=81=9^2</math></b>         | $84+1=85$                          |
| $88+1=89$                          | $92+1=93$                             | $96+1=97$                                   | $100+1=101$                             | $104+1=105$                        |
| $108+1=109$                        | $112+1=113$                           | $116+1=117$                                 | <b><math>120+1=121=11^2</math></b>      | $124+1=125$                        |
| $128+1=129$                        | $132+1=133$                           | $136+1=137$                                 | $140+1=141$                             | $144+1=145$                        |
| $148+1=149$                        | $152+1=153$                           | $156+1=157$                                 | $160+1=161$                             | $164+1=165$                        |
| <b><math>168+1=169=13^2</math></b> | $172+1=173$                           | $176+1=177$                                 | $180+1=181$                             | $184+1=185$                        |
| $188+1=189$                        | $192+1=193$                           | $196+1=197$                                 | $200+1=201$                             | $204+1=205$                        |
| $208+1=209$                        | $212+1=213$                           | $216+1=217$                                 | $220+1=221$                             | <b><math>224+1=225=15^2</math></b> |
| $228+1=229$                        | $232+1=233$                           | $236+1=237$                                 | $240+1=241$                             | $244+1=245$                        |
| $248+1=249$                        | $252+1=253$                           | $256+1=257$                                 | $260+1=261$                             | $264+1=265$                        |
| $268+1=269$                        | $272+1=273$                           | <b><math>[(137+139)+1=276+1=277]</math></b> | $280+1=281$                             | $284+1=285$                        |
| <b><math>288+1=289=17^2</math></b> | $292+1=293$                           | $296+1=297$                                 | $300+1=301$                             | $304+1=305$                        |
| $308+1=309$                        | $312+1=313$                           | $316+1=317$                                 | $320+1=321$                             | $324+1=325$                        |
| $328+1=329$                        | $332+1=333$                           | $336+1=337$                                 | $340+1=341$                             | $344+1=345$                        |
| $348+1=349$                        | $352+1=353$                           | $356+1=357$                                 | <b><math>360+1=361=19^2</math></b>      | $364+1=365$                        |
| $368+1=369$                        | $372+1=373$                           | $376+1=377$                                 | $380+1=381$                             | $384+1=385$                        |
| $388+1=389$                        | $392+1=393$                           | <b><math>[(197+199)+1=396+1=397]</math></b> | $400+1=401$                             | $404+1=405$                        |
| (...)                              | (...)                                 | (...)                                       | (...)                                   | (...)                              |
| $(n+20)+1$                         | $(n+20)+1$                            | $(n+20)+1$                                  | $(n+20)+1$                              | $(n+20)+1$                         |

Observemos el cuadro anterior. De él se desprenden las siguientes afirmaciones:

1. La secuencia comienza en 8, que, al sumarle la unidad, da 9. Por lo tanto, nuestra secuencia comienza con un cuadrado perfecto, pues  $9 = 3^2$ , por lo menos en este cuadro construido hasta  $(404) + 1$ .
2. Los cuadrados de los números impares (los subrayados y en “negritas”) guardan las siguientes distancias (en corchetes) entre sí:  $3^2$  [3]  $5^2$  [5]  $7^2$  [7]  $9^2$  [9]  $11^2$  [11]  $13^2$  [13]  $15^2$  [15]  $17^2$  [17]  $19^2$  ... Como puede verse, las distancias son las bases de los antecesores de cada elemento de este conjunto de cuadrados perfectos; en otras palabras, las distancias entre este conjunto de cuadrados son el propio conjunto de los números impares, por lo menos para los primeros nueve elementos de este conjunto. Ésta es la razón por la que al Teorema de la Infinitud de los Números Pitagóricos también se le denomina “Teorema de Fermat sobre la Suma de dos Cuadrados”.
3. Las adiciones de parejas de primos gemelos cuyas sumas son números primos de la forma  $4n+1$  (entre “corchetes” y en “negritas” en el cuadro) son:  $(5+7)+1=12+1=13$ ;  $(17+19)+1=$



$36 + 1 = 37$ ;  $(29 + 31) + 1 = 60 + 1 = 61$ ;  $(137 + 139) + 1 = 276 + 1 = 277$ ;  $(197 + 199) + 1 = 396 + 1 = 397$ ; (...). Solamente son cinco adiciones presentes en ese cuadro, de cuyo análisis obtenemos las siguientes consecuencias:

Para empezar, por lo menos en esta Tabla 9, podemos estar seguros de que las adiciones de números primos gemelos que suman primos de la forma  $4k + 1$  no aparecerán en la primer ni en la quinta columnas, debido a las siguientes razones:

1. En la primera columna, en la que las sumas de las adiciones tienen como terminación el dígito 9, no aparecerá adición alguna de números primos gemelos que sumen primos de la forma  $4k + 1$ . Obsérvese que los “valores de origen” terminan en el dígito 8 y, por lo tanto, al dividirlos por dos, obtendremos un cociente terminado en 4 y, al sumarle la unidad, el resultado será un múltiplo de cinco y, aunque resulte obvio, es necesario decirlo: todo múltiplo de 5 es divisible por 5.
2. En la quinta columna, dado que las adiciones de esos casos suman 5 y que, por lo tanto, son múltiplos de 5 mayores a este último valor, tampoco aparecerá adición alguna de números primos gemelos que sumen primos de la forma  $4k + 1$ .

Por lo tanto, vemos que, por lo menos en este cuadro, las adiciones de números primos gemelos que suman primos de la forma  $4k + 1$  solamente pueden aparecer en las columnas segunda, tercera y cuarta de dicho cuadro... limitándose a los números primos  $4k + 1$  cuyos valores tengan como último dígito alguno de los siguientes: 3, 7 o 1 (de acuerdo con el orden de la referida Tabla 9).

## 5. Reflexiones Finales

Comencemos enumerando los siguientes “hechos”:

1. Los números primos pitagóricos  $p \equiv 1 \pmod{4}$  son infinitos (Teorema de Fermat sobre la Suma de dos Cuadrados).
2. Dentro del conjunto infinito de números primos, se considera el subconjunto de adiciones de primos gemelos que, al sumarles la unidad, generan un número primo pitagórico, es decir, un primo congruente con 1 módulo 4. Formalmente, este subconjunto puede expresarse como  $T = \{q \in P_{\text{pit}} : q = p + 1, p \in P, p \equiv \pm 1 \pmod{6}\}$ , donde  $P_{\text{pit}}$  representa el conjunto de los primos pitagóricos. La notación  $P_{\text{pit}}$  significa “primo pitagórico” y, en términos de teoría de conjuntos y aritmética modular, se define como  $P_{\text{pit}} = \{p \in P : p \equiv 1 \pmod{4}\}$ .
3. Dentro del conjunto infinito de números primos, hay un conjunto de adiciones de primos gemelos  $T = \{q \in P_{\text{pit}} : q = p + 1, p \in P, p \equiv \pm 1 \pmod{6}\}$  que suman un número no primo de la forma  $N_{4,1} = \{n \in \mathbb{Z} : n \equiv 1 \pmod{4}, n \notin P\}$ .
4. Los dos últimos “hechos” pueden ser representados de manera formal mediante las siguientes expresiones:  $(p + (p + 2)) + 1 = p \equiv 1 \pmod{4}$ ;  $(p + (p + 2)) + 1 = N_{4,1} = \{n \in \mathbb{Z} : n \equiv 1 \pmod{4}, n \notin P\}$ , respectivamente; por lo tanto, no se pueden “parear” todos los elementos del conjunto de las adiciones de números primos gemelos con el conjunto de los primos pitagóricos  $p \equiv 1 \pmod{4}$  como sumas resultantes de dichas adiciones.

Esto nos obliga a replantear la Conjetura de la Infinitud de las Parejas de Primos Gemelos en los siguientes términos:

¿Existen infinitas adiciones de primos gemelos tales que, al agregarles la unidad, den como resultado un número primo pitagórico, es decir, un número de la forma  $p \equiv 1 \pmod{4}$ ?

De ser así, el conjunto de tales casos resultaría infinito. En ese contexto, sería irrelevante que algunas adiciones de primos gemelos más la unidad den como resultado números no primos de la forma  $N_{4,1} = \{n \in \mathbb{Z} : n \equiv 1 \pmod{4}, n \notin P\}$ .

Por su lado, para la Conjetura de Goldbach, ésta sería verdadera si se cumplen las siguientes dos condiciones:

1. Que existan infinitas adiciones de primos gemelos cuya suma, al agregarle la unidad, produzca un número primo pitagórico. Formalmente, esto puede expresarse como  $(p + (p + 2)) + 1 \equiv 1 \pmod{4}$ , con  $(p + (p + 2)) + 1 \in P$ .
2. Que existan infinitas adiciones de parejas de números primos no gemelos cuya suma, al agregarle la unidad, produzca también un número primo de la forma  $p \equiv 1 \pmod{4}$ .

Observemos el siguiente cuadro (Tabla 10):

**Tabla 10:** Ejemplo de un valor de origen que no “parea” primos gemelos. Fuente: Elaboración propia.

| Valor de origen          |                 | $n = 28$      |                 |
|--------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| $n/2$                    | Mitad izquierda | Mitad derecha |                 |
|                          | $28/2 = 14$     | $28/2 = 14$   |                 |
| Razones                  | −1              | +1            |                 |
| −1; +1                   |                 |               |                 |
| Hacia los valores límite | ↓               | ↓             | Adiciones Sumas |
| 0; 28                    | 13              | 15            |                 |
|                          | 12              | 16            |                 |
|                          | 11              | 17            | 11 + 17 28      |
|                          | 10              | 18            |                 |
|                          | 9               | 19            |                 |
| ↓                        | 8               | 20            |                 |
|                          | 7               | 21            |                 |
|                          | 6               | 22            |                 |
|                          | 5               | 23            | 5 + 23 28       |
|                          | 4               | 24            |                 |

Note que no hay primos gemelos; sin embargo, hay parejas de adiciones de primos no gemelos que si hacemos:  $(11 + 17) + 1 = 28 + 1$ ;  $(5 + 23) + 1 = 28 + 1$ .

Cumplirán con la adición de parejas de números primos no gemelos que impliquen la suma  $p \equiv 1 \pmod{4}$  pues  $28 + 1 = 29$ , siendo 29 un número primo de la forma  $4k + 1$ . En la Tabla 8 (Espacio de Fases) estos primos no gemelos están representados por los registros mayores a la unidad (ordinal 1).

## 6. Cómo usar este algoritmo en clase

Algún o algunos docentes (especialistas o no en la enseñanza de las Matemáticas) seguramente estén pensando en aplicar esta propuesta en sus clases.

Quizá los docentes interesados (tanto del nivel de educación primaria como del nivel de educación secundaria; en México “Fase 5 y 6” respectivamente) no tengan en mente llevar a sus alumnos a reflexiones profundas sobre las conjeturas aquí comentadas; sin embargo, podrían diseñarse intervenciones basadas en el procedimiento de “pareamiento” con las que se les pueda involucrar en ejercicios relacionados con la identificación de parejas de números primos y reflexiones sobre la propiedad conmutativa de la adición y de combinatoria elemental.

Se presenta en este apartado “Propuesta de Intervención en Clase” (ver la Tabla 11).

**Tabla 11:** Propuesta de intervención en clase. Fuente: Elaboración propia.

| PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EN CLASE                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Nombre de la planeación:</b><br>La propiedad conmutativa de la adición a partir de pareamientos de sumandos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Nivel:</b> Primaria. Grados: 5° y 6°.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Asignatura:</b> Matemáticas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Duración:</b> Dos sesiones de 40 minutos cada una.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Estrategia:</b> Desafíos matemáticos.<br>[Los Desafíos Matemáticos son] “desafíos intelectuales vinculados al estudio de las matemáticas [...]” (Secretaría de Educación Pública, 2016). Cada desafío consiste en una consigna inicial en la que los alumnos abordan los planteamientos de manera individual en binas o por equipos de 3 a 5 alumnos; se presentan los resultados de manera grupal; se reflexionan sobre estos resultados y se expresan los procedimientos a los que se recurrieron; finalmente, el docente interviene con su propio modelo de solución.                                                                                                                      |
| <b>Propósitos:</b><br>Que los alumnos... <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conozcan el concepto de propiedad conmutativa de la adición mediante el “pareamiento” de sumandos con el fin de determinar las combinaciones con permutación de adiciones con dos sumandos.</li> <li>2. Analicen las combinaciones con permutación con el fin de determinar el número de éstas para generalizar un patrón que permita determinar una fórmula general.</li> <li>3. Socialicen sus resultados con el fin de compararlos en un ambiente de intercambio de ideas relacionadas con criterios de decisión, modelos de solución propios y posibles aplicaciones en contextos más amplios.</li> </ol> |
| <b>Objetivos:</b><br>Al finalizar las sesiones, los alumnos serán capaces de: <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Enunciar qué es la propiedad conmutativa de la adición.</li> <li>■ Generalizar el patrón que determina el número de posibles combinaciones con permutación de las adiciones de dos sumandos.</li> <li>■ Solucionar problemas matemáticos relacionados con el pareamiento de sumandos.</li> <li>■ Socializar los resultados obtenidos de manera individual.</li> <li>■ Comprender y aplicar los procedimientos más exitosos compartidos por sus compañeros.</li> </ul>                                                                                                     |

---

**Recursos didácticos:**

Textos impresos. Pizarrón. Cartulinas. Marcadores.

---

**Día 1. Momento 1. El desafío****Secuencia de actividades****Inicio**

El docente propone el siguiente desafío matemático:

Consigna 1: de manera individual responde por escrito la siguiente pregunta: ¿De cuántas maneras se puede expresar el número 12 como suma de la adición de dos sumandos?

¿Cuáles son esas combinaciones? (hagan una lista).

**Desarrollo**

El docente pega en lugar visible un cartel con la consigna 2 que debe atender a tres requerimientos:

1. Reúnanse en grupos de tres y expliquen a sus compañeros los resultados que obtuvieron.
2. Decidan cómo pueden completar la lista de adiciones para responder correctamente la consigna 1.
3. Pidan a uno de sus compañeros de equipo que pasen frente al grupo para exponer sus resultados registrados en una cartulina.

**Cierre**

De acuerdo con los productos, se abre una discusión en grupo sobre los resultados obtenidos.

El docente formula las preguntas: ¿Creen que están escritas todas las combinaciones posibles?, ¿Habrá alguna manera más eficiente de responder la Consigna 1?

Pide que realicen la siguiente investigación en casa: ¿Qué dice la propiedad conmutativa de la adición?

El docente promete presentar para la siguiente sesión el procedimiento que él considera como el más eficiente.

---

**Día 2. Momento 2. El procedimiento****Secuencia de actividades****Inicio**

El docente pide a algunos alumnos que recuerden las actividades realizadas durante la primera sesión.

Éstos exponen los resultados de su investigación sobre la Propiedad Conmutativa de la Adición.

**Desarrollo**

El docente les muestra la presentación formal de la Propiedad Conmutativa de la Adición:

$$a + b = c = b + a.$$

Explica que las literales representan cualquier valor numérico y no necesariamente un valor del conjunto de los números naturales, pero precisa que se recurrirá exclusivamente a los elementos de este último conjunto; que el valor asignado a cada una de las dos literales que representa a los sumandos es diferente para cada una de ellas; que el resultado (suma) depende de los valores asignados a los sumandos. El docente ejemplifica con valores numéricos determinados:

$$3 + 6 = 9 = 6 + 3.$$

Los alumnos realizan algunos ejercicios para madurar el concepto.

El docente propone el siguiente formato para modelar la solución “más eficiente” de la Consigna 1.

Ver contenido del [Anexo 1](#) “Pseudocódigo”.

| Valor inicial: 10                 |               |                                                                               |
|-----------------------------------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Las adiciones y sus permutaciones |               | Cuya suma es 10 para cada una, ilustra la propiedad conmutativa de la adición |
| Mitad izquierda                   | Mitad derecha | Adiciones                                                                     |
| 5                                 | 5             | $5 + 5$ [no genera una expresión distinta por la igualdad de sus valores]     |
| 4                                 | 6             | $4 + 6$ $6 + 4$                                                               |
| 3                                 | 7             | $3 + 7$ $7 + 3$                                                               |
| 2                                 | 8             | $2 + 8$ $8 + 2$                                                               |
| 1                                 | 9             | $1 + 9$ $9 + 1$                                                               |
| 0                                 | 10            | $0 + 10$ $10 + 0$                                                             |

De este modo, afirmamos que las combinaciones de los elementos que conforman la “mitad izquierda” junto con los de la “mitad derecha” pueden parearse y relacionarse como sumandos mediante la operación de la adición y su permutación ilustra la “Propiedad Conmutativa” de la adición, del modo siguiente:

$$(5+5) = (4+6) = (6+4) = (3+7) = (7+3) = (2+8) = (8+2) = (1+9) = (9+1) = (0+10) = (10+0).$$

#### Cierre

El grupo analiza el contenido del anterior formato y expresan en voz alta sus apreciaciones.

Realizan el llenado de por los menos otros tres formatos (siempre comenzando por un número par como valor inicial; se sugieren los valores iniciales 14, 16 y 18 pues, para valores más altos, la cantidad de sumas aumenta considerablemente).

El docente llama la atención sobre el hecho de que es posible “determinar” el número de adiciones resultantes de las permutaciones para un valor inicial dado sin realizarlas. Los alumnos intentarán deducir la plausibilidad de esta afirmación.

En caso de que ninguno acierte; el docente explica que lo sabremos si al valor inicial le sumamos la unidad (recordando que la primera adición del procedimiento para cualquier valor inicial tiene sumandos idénticos y, por lo tanto, solamente se cuenta como una adición). Ejemplificar con el formato para el valor inicial 10 que, al sumarle la unidad, resulta 11, que es el número de adiciones posibles para ese valor (los alumnos comprueban esta afirmación realizando un simple conteo de adiciones). Verifican que esto se cumple también para los tres valores iniciales (14, 16 y 18) con los que trabajaron. Finalmente anotan sus conclusiones y expresan por escrito sus propuestas para abordajes más puntuales, si es que desean profundizar en el tema; por ejemplo, abordajes como la representación gráfica de los “sumandos” como si fueran pares ordenados en una Plano Cartesiano, localización de parejas de números primos (tanto gemelos como no gemelos), etc.

#### Criterios de evaluación

##### Evaluación Formativa:

Ángel Díaz-Barriga caracteriza la evaluación formativa en los siguientes términos:

La evaluación formativa es una actividad compleja, por lo que, para fines analíticos, se pueden reconocer dos dimensiones: la primera, referida a las y los estudiantes, a través de la cual se promueve la reflexión, la responsabilidad y el análisis que pueden realizar sobre su proceso de aprendizaje en un clima de confianza; y, la segunda, vinculada con las y los docentes, la cual permite realizar ajustes en su trabajo didáctico, planificar las siguientes situaciones didácticas y generar procesos para retroalimentar el trabajo de sus estudiantes (Díaz-Barriga, 2024, p. 3).

Se recurre a dos estrategias de evaluación formativa:

[...] una consiste en que en algún momento las y los docentes soliciten a sus estudiantes que completen una frase significativa sobre lo que están aprendiendo, su forma de trabajar en el aula y las dificultades que enfrentan, para promover una reflexión personal y posteriormente compartirla con sus compañeras y compañeros, de manera grupal o en pequeños equipos. [...] Otra estrategia emana de lo que Díaz-Barriga denomina *timing* pedagógico, que consiste en que cada docente esté atento a alguna situación grupal que sea relevante o significativa, para suspender la actividad y promover una reflexión y análisis sobre ese momento que tiene el grupo escolar (Díaz-Barriga, 2024, p. 4).

Debido a que la Evaluación Formativa (por las definiciones de Díaz-Barriga) y al menos para estas dos descritas arriba que, en conjunto, consisten en “momentos reflexivos” y la emergencia de nuevos intereses (como inspiraciones o momentos de “serendipia”) requieren de un docente comprometido, atento y sensible al grupo en general y a cada alumno en particular (desde alumnos “brillantes” a los que hay que estimular con mayores retos y hasta aquéllos que requieren de motivaciones y apoyos necesarios o especiales debido a sus posibles vulnerabilidades: barreras para el aprendizaje).

---

La Tabla 11 es una ejemplificación para la aplicación en primaria del Nivel Básico; para niveles superiores, las intervenciones que decida cada profesor para sus grupos debieran tener como base las características propias de sus alumnos adolescentes, los programas de estudio en los que se basa para planear y en sus propias habilidades y capacidades cognitivas. En esos niveles, los contenidos pudieran ser abordados de manera más profunda y no temer involucrar a los jóvenes estudiantes en el estudio de las conjeturas tratadas en este ensayo.

## 7. Conclusiones

---

Nuestros datos exploratorios sugieren que conviene examinar con atención ciertas combinaciones de clases de congruencia (mód 6 y mód 4) en descomposiciones  $N = p + q$ ; sin embargo, no afirmamos que un eventual contraejemplo deba encontrarse exclusivamente allí.

Este ensayo presenta un recurso de exploración y registro de descomposiciones en primos para números pares, mostrando patrones congruenciales (p. ej., primos  $\equiv \pm 1$  (mód 6) y  $\equiv 1$  (mód 4)) que aparecen con frecuencia en las tablas construidas. Estas observaciones son heurísticas y no constituyen una caracterización necesaria de posibles contraejemplos de la Conjetura Fuerte de Goldbach. En tal sentido, el trabajo ilustra relaciones y regularidades útiles para la enseñanza y la divulgación, sin reclamar resultados demostrados sobre Goldbach ni sobre la infinitud de los primos gemelos.

**Agradecimientos:** Este trabajo contó con el apoyo de las herramientas de inteligencia artificial para la presentación correcta de las expresiones formales matemáticas. Las interpretaciones y conclusiones son responsabilidad del autor.

**Contribución de las personas autoras:** El presente trabajo es de autoría individual y no corresponde a una producción en coautoría.

**Accesibilidad de datos:** Este estudio se fundamenta en modelos matemáticos y análisis teóricos, por lo que no se generaron datos empíricos adicionales. Todos los resultados, argumentos y demostraciones que respaldan los hallazgos se encuentran incluidos en el manuscrito. El artículo completo puede consultarse en el repositorio indicado en la referencia bibliográfica correspondiente Peral Manzo (2007a).

**Declaración de uso de IA:** Se recurrió al uso de la Inteligencia Artificial (IA) de manera exclusiva en los siguientes casos: para diseñar el pseudocódigo basado en el contenido de la Tabla 2 (ver Anexo 1);



también como auxiliar para la correcta expresión formal de las secuencias numéricas, así como a la apropiada presentación de las referencias bibliográficas de acuerdo con las Normas APA 7ª edición.

## Referencias

---

- Barrero Angulo, E. L. (2013). *La conjetura de los primos gemelos en un mundo paralelo al mundo de los números enteros* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/21321>
- Bonet, J. (2014, 27 de marzo). *El análisis matemático y los números primos*. Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada, Universitat Politècnica de València. [https://jbonet.webs.upv.es/wp-content/uploads/2014/04/Bonet\\_VLC27mz14\\_final.pdf](https://jbonet.webs.upv.es/wp-content/uploads/2014/04/Bonet_VLC27mz14_final.pdf)
- Da Silva, R. (2014). El teorema de incompletitud de Gödel, teoría de conjuntos y el programa de David Hilbert. *Episteme NS*, 34(1), 19-40. <http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci.arttext&pid=S0798-43242014000100002>
- Díaz-Barriga, Á. (2024, 23 de febrero). *La evaluación formativa es un reto pedagógico-didáctico en el trabajo docente*. Secretaría de Educación Pública. [https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/02/2324\\_s5\\_La\\_evaluacion\\_formativa\\_reto\\_pedagogico\\_didactico.pdf](https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/02/2324_s5_La_evaluacion_formativa_reto_pedagogico_didactico.pdf)
- Franquet Bernis, J. M. (s.f.). *A vueltas con los números primos y la conjetura de Goldbach (1742)*. Colegio Oficial de Ingenieros Agrónomos de Cataluña. <https://agronoms.cat/wp-content/uploads/2025/07/Conjetura-de-Goldbach.-UV.pdf>
- González, P., & Elías, C. (2005). Una nota sobre la conjetura de Goldbach. *Scientia et Technica*, 11(27), 213-214. <https://www.redalyc.org/pdf/849/84911698039.pdf>
- Helfgott, H. A. (2013). La conjetura débil de Goldbach. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 16(4), 709-726. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4691168>
- Hofstadter, D. R. (2001). *Gödel, Escher, Bach: Un eterno y grácil bucle* (7.ª ed.). Aleph.
- Lamb, E. (2013). *Variaciones de Goldbach: Explicación divulgativa sobre la prueba de Harald Helfgott de la conjetura débil de Goldbach*. <https://areacientificadidacticaunt.wordpress.com/wp-content/uploads/2017/09/articulo-sobre-conjetura-debil-de-goldbach-y-herald-helfgott.pdf>
- Peral Manzo, M. (2007a). Replanteamiento de la conjetura de Goldbach. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 8(1), 1-16. <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/2046>
- Peral Manzo, M. (2007b, junio). *Conjetura de Goldbach y primos gemelos*. Revista de Divulgación Científica y Tecnológica. [https://www.researchgate.net/publication/325069074.CONJETURA\\_DE\\_GOLDBACH\\_Y\\_PRIMOS\\_GEMELOS\\_PUBLICADO\\_EN\\_REVISTA\\_DE\\_DIVULGACION\\_CIENTIFICA\\_Y\\_TECNOLOGICA\\_junio\\_de\\_2007#fullTextFileContent](https://www.researchgate.net/publication/325069074.CONJETURA_DE_GOLDBACH_Y_PRIMOS_GEMELOS_PUBLICADO_EN_REVISTA_DE_DIVULGACION_CIENTIFICA_Y_TECNOLOGICA_junio_de_2007#fullTextFileContent)
- Romero, J., Figueroa, R., & Nieves, S. (2021). Análisis y programación de los números primos. *Prospectiva*, 19(2). <https://doi.org/10.15665/rp.v19i2.2564>
- Sánchez Muñoz, J. M. (2011). Historias de matemáticas: Riemann y los números primos. *Pensamiento Matemático*, 1. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/revista?codigo=18046>

- Secretaría de Educación Pública. (2016). *Desafíos matemáticos: Libro para el maestro. Quinto grado* (2.<sup>a</sup> ed.).
- Varona, J. L. (2012). *Recorridos por la teoría de números* (2.<sup>a</sup> ed.). Universidad de La Rioja. [https://www.unirioja.es/cu/jvarona/downloads/teoria\\_numeros\\_2aed\\_ipad.pdf](https://www.unirioja.es/cu/jvarona/downloads/teoria_numeros_2aed_ipad.pdf)
- Villarroel, S. J. (2025). Nuevos teoremas para representar números naturales como suma de dos cuadrados. *International Journal of Educational Practices and Engineering*, 2(2). <https://doi.org/10.70504/ijepe.v2i2.14127>
- Zumkeller, R. (2002, 15 de abril). A069360: Number of prime pairs  $(p, q)$ ,  $p \neq q$ , such that  $(p + q)/2 = 2^n$ . The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. Consultado el 15 de marzo de 2026, desde <https://oeis.org/A069360>
- Zumkeller, R. (2017). A264526: Smallest number  $m$  such that both  $2^n - m$  and  $2^n + m$  are primes. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. Consultado el 15 de marzo de 2026, desde <https://oeis.org/A264526>

## A. Apéndice

---

### Anexo 1. Pseudocódigo de la Tabla 2

#### Pseudocódigo\* de la Tabla 2

##### Algoritmo 2 Pseudocódigo de la Tabla 2

```
// Pseudocodigo

INICIO

// Paso 1: Definir el valor inicial

valor  $\leftarrow$  12

// Paso 2: Dividir el valor inicial en dos mitades

mitadIzquierda  $\leftarrow$  valor / 2

mitadDerecha  $\leftarrow$  valor / 2

// Paso 3: Generar columnas paralelas

// Columna izquierda: decrece desde mitadIzquierda
// hasta 0

// Columna derecha: crece desde mitadDerecha hasta
// valor (12)

PARA i  $\leftarrow$  mitadIzquierda HASTA 0 DECREMENTO 1 HACER

    j  $\leftarrow$  valor - i

    MOSTRAR (i, j)

FIN PARA

FIN
```

*\*Pseudocódigo generado con ayuda de una IA.*