



Diseño y validación de un instrumento para evaluar el conocimiento didáctico-matemático en álgebra escolar

| Design and Validation of an Instrument to Assess Didactic-Mathematical Knowledge in School Algebra |

| Desenho e validação de um instrumento para avaliar o conhecimento didático-matemático em álgebra escolar |

 **Cristian Mejías**

cristian.mejias@upla.cl

Universidad de Playa Ancha

Valparaíso, Chile

Recibido: 30 junio de 2025

Aceptado: 10 enero 2026

Resumen: El presente estudio describe el proceso de diseño, construcción y validación de un instrumento para evaluar el conocimiento del profesorado de educación primaria sobre álgebra escolar, esto desde la perspectiva del Modelo del Conocimiento y Competencias Didáctico Matemáticas (CCMD). Para la concreción de este instrumento, hemos diseñado una versión preliminar que fue validada por diez expertos internacionales en matemáticas, didáctica de la matemática y didáctica del álgebra, sus aportes y comentarios detallados nos permitieron hacer los ajustes necesarios y refinar el instrumento. Posteriormente, la versión revisada fue testeada por ocho profesores de educación primaria en Chile, este proceso permitió perfeccionar el instrumento inicial y asegurar que estuviera alineado con el modelo CCMD para evaluar el conocimiento didáctico-matemático de los docentes respecto del álgebra escolar. Las etapas anteriores posibilitaron construir el cuestionario en su versión final que permitirá evaluar el conocimiento didáctico-matemático en profesores de educación primaria en ejercicio. El pilotaje reveló que el conocimiento didáctico-matemático de los profesores es insuficiente, sin embargo, se requiere aplicar el instrumento a un mayor número de docentes para obtener una visión más amplia y conclusiva sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria, específicamente en el contexto del álgebra escolar. Estos resultados adicionales proporcionarán una comprensión más completa de las competencias docentes en esta área y ayudarán a identificar áreas clave para la mejora.

Palabras Clave: Conocimiento didáctico-matemático; competencia didáctica-matemática; álgebra escolar; instrumento de evaluación; profesores de educación primaria.

Abstract: This study outlines the design, development, and validation process of an instrument aimed at assessing primary school teachers' knowledge of school algebra, based on the Didactic-Mathematical Knowledge and Competencies (DMKC). We developed a preliminary version of the instrument, which was validated by ten international experts in mathematics, mathematics education, and algebra education. Their detailed feedback enabled us to make necessary adjustments and refine the instrument.

¹ Académico de la Facultad de Ciencias Naturales y Exactas. Laboratorio de Investigación Lab[e]saM. Departamento de Matemática, Física y Computación. Coordinador de Prácticas de la carrera de Pedagogía en Matemática. Universidad de Playa Ancha. Valparaíso, Chile. Código postal: 2340000. Correo electrónico: cristian.mejias@upla.cl

The revised version was then tested with eight primary school teachers in Chile, allowing us to enhance the initial tool and ensure its alignment with the DMKC model for evaluating teachers' mathematical teaching knowledge in the context of school algebra. These steps led to the creation of the final version of the questionnaire, which will assess primary school teachers' mathematical teaching knowledge in practice. The pilot testing revealed that teachers' mathematical teaching knowledge is insufficient. However, further application of the instrument to a larger number of educators is necessary to gain a more comprehensive and conclusive understanding of primary school teachers' mathematical teaching knowledge, particularly in the area of school algebra. Additional results will provide a more complete view of teachers' competencies and help identify key areas for improvement.

Keywords: Mathematical teaching knowledge; mathematical teaching competence; school algebra; assessment instrument; primary school teachers.

Resumo: O presente estudo descreve o processo de desenho, construção e validação de um instrumento para avaliar o conhecimento do professorado da educação primária sobre álgebra escolar, a partir da perspectiva do Modelo do Conhecimento e Competências Didático-Matemáticas (CCMD). Para a concretização deste instrumento, desenhámos uma versão preliminar que foi validada por dez especialistas internacionais em matemática, didática da matemática e didática da álgebra; os seus contributos e comentários detalhados permitiram-nos realizar os ajustes necessários e aperfeiçoar o instrumento. Posteriormente, a versão revista foi testada por oito professores da educação primária no Chile; este processo permitiu aperfeiçoar o instrumento inicial e assegurar que estivesse alinhado com o modelo CCMD para avaliar o conhecimento didático-matemático dos docentes relativamente à álgebra escolar. As etapas anteriores possibilitaram a construção do questionário na sua versão final, que permitirá avaliar o conhecimento didático-matemático de professores da educação primária em exercício. O estudo piloto revelou que o conhecimento didático-matemático dos professores é insuficiente; no entanto, é necessário aplicar o instrumento a um maior número de docentes para obter uma visão mais ampla e conclusiva sobre o conhecimento didático-matemático do professorado da educação primária, especificamente no contexto da álgebra escolar. Esses resultados adicionais proporcionarão uma compreensão mais completa das competências docentes nesta área e ajudarão a identificar áreas-chave para melhoria.

Palavras-chave: Conhecimento didático-matemático; competência didático-matemática; álgebra escolar; instrumento de avaliação; professores da educação primária.

1. Introducción

La labor docente se configura como una práctica compleja, influida por múltiples factores tales como el conocimiento disciplinar y pedagógico del profesor, sus habilidades didácticas, la etapa de desarrollo de los estudiantes, las condiciones del entorno de enseñanza, la disponibilidad de recursos, el contexto sociocultural y la naturaleza del contenido a enseñar (Mejías, 2019). En este escenario, los docentes asumen la responsabilidad de formar a niños y jóvenes en competencias y saberes pertinentes para enfrentar los desafíos contemporáneos, posicionándose junto a sus estudiantes como actores fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La evaluación del quehacer docente ha sido objeto de amplio debate, reconociéndose la importancia de valorar aspectos como las estrategias pedagógicas empleadas, la preparación de materiales, el dominio de contenidos y la gestión del aula. Desde la década de 1990, se ha enfatizado la necesidad de avanzar en procesos de capacitación, profesionalización y evaluación permanente como vías para fomentar la reflexión y mejora continua en la práctica docente (Martínez & Guevara, 2015). Esta evaluación comprende tanto el "hacer", vinculado a la planificación y ejecución didáctica, como el "saber", que refiere al conocimiento formativo, las metodologías de enseñanza y la actualización disciplinaria (García, 2003; Gutiérrez, 2010). Identificar fortalezas y aspectos a mejorar permite a los

docentes planificar de manera más efectiva, seleccionar estrategias didácticas pertinentes y avanzar hacia una formación de calidad. Asimismo, el reconocimiento de debilidades orienta los esfuerzos hacia procesos de especialización y actualización profesional.

En el contexto chileno, desde la inclusión de los patrones y el álgebra en los primeros años de la educación escolar a partir del año 2012, ha aumentado el interés por la enseñanza de estos contenidos. No obstante, investigaciones evidencian que persisten ciertas inseguridades entre docentes al abordar nuevos contenidos matemáticos, lo que se traduce en una limitada confianza para su enseñanza (Miranda et al., 2013). Esta situación pone de manifiesto la necesidad de contar con herramientas que permitan evaluar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores en ejercicio.

A partir de los planteamientos de Shulman (1987) sobre el conocimiento necesario para la enseñanza, este artículo presenta el diseño de un instrumento orientado a evaluar el conocimiento didáctico-matemático de profesores de educación primaria en relación con el álgebra escolar. Resulta fundamental identificar el estado de la formación disciplinaria del profesorado, evaluando competencias esenciales como el razonamiento, la modelación, la argumentación, la resolución de problemas y la enseñanza de contenidos matemáticos, con especial énfasis en el trabajo con patrones (Mejías & Alsina, 2020). El instrumento propuesto incorpora un apartado de información descriptiva y un cuestionario centrado en el conocimiento didáctico-matemático, constituyéndose en una herramienta valiosa para contribuir al fortalecimiento de la formación y desempeño docente.

2. Marco teórico

2.1. El álgebra escolar

El álgebra escolar constituye una dimensión fundamental en la formación matemática de los estudiantes, ya que permite introducir conceptos y objetos matemáticos desde las primeras etapas del aprendizaje formal. Esta temprana aproximación al pensamiento algebraico promueve el desarrollo de habilidades de razonamiento abstracto y favorece una estructura cognitiva que facilita la resolución de problemas matemáticos con mayor formalización (Mejías, 2019).

A lo largo del proceso educativo, los estudiantes enfrentan diversas conceptualizaciones propias del álgebra, como la manipulación de expresiones con variables, la resolución de ecuaciones, y el análisis de patrones y regularidades. Estas experiencias sientan las bases para el desarrollo de competencias más avanzadas en esta área del conocimiento. No obstante, resulta imprescindible consolidar el estudio temprano del álgebra a través de tareas que propicien la observación y comparación de elementos u objetos mediante el reconocimiento de atributos, como lo señalan Pincheira et al. (2022).

Uno de los propósitos fundamentales del álgebra escolar trasciende la mera provisión de herramientas para la resolución de problemas. Su aporte reside también en la ampliación progresiva de conceptos matemáticos centrales del currículo, tales como ecuaciones, funciones, inecuaciones y logaritmos, los cuales configuran una base estructural para el desarrollo del razonamiento matemático. Asimismo, la enseñanza del álgebra en los niveles escolares iniciales cumple un rol articulador al favorecer la transición hacia contenidos de mayor abstracción propios de etapas formativas superiores, entre ellos el álgebra lineal, abstracta y booleana (Mejías, 2019).

En el contexto chileno, el pensamiento algebraico temprano ha sido incorporado transversalmente en el currículo escolar. Este enfoque ha estado influenciado por referentes internacionales como el *Principles and Standards for School Mathematics* del National Council of Teachers of Mathematics (National Council of Teachers of Mathematics, 2003). Sin embargo, la inclusión del modelamiento algebraico —entendido como el uso de tablas, gráficos, ecuaciones y la interpretación de situaciones de cambio mediante el análisis de variables— no ha sido suficientemente desarrollada ni abordada en profundi-

dad (Pincheira & Alsina, 2021). La presencia del álgebra en los niveles iniciales de enseñanza podría enriquecerse significativamente, considerando que el pensamiento algebraico cumple un rol esencial en la progresión del aprendizaje matemático. Tal como lo argumentan Carpenter et al. (2005), la enseñanza temprana del álgebra promueve la capacidad de simbolizar, generalizar y precisar patrones, elementos fundamentales para un desarrollo matemático integral.

La preparación de los estudiantes para enfrentar contenidos algebraicos futuros no debe limitarse a su adecuación a niveles educativos superiores, sino que debe enfocarse en el desarrollo de modos de pensamiento que sustenten una comprensión profunda y articulada de las matemáticas escolares (Pincheira & Alsina, 2021).

En esta línea, el Ministerio de Educación de Chile ha establecido estándares disciplinarios y pedagógicos que orientan los saberes y habilidades que deben adquirir los futuros docentes al finalizar su formación inicial. En la actualización realizada en 2020, se introduce una distinción entre el Conocimiento Disciplinario y la Didáctica Disciplinaria, incorporando un total de quince estándares específicos vinculados al álgebra. Estos lineamientos son exigidos a los egresados de las carreras de pedagogía en educación general básica (Ministerio de Educación de Chile, 2020).

En la Tabla 1 se presentan los siete estándares asociados al conocimiento disciplinario del álgebra.

Tabla 1: Estándares del contenido disciplinario de álgebra para la Educación General Básica. Fuente: Ministerio de Educación de Chile (2020).

<i>Estándar</i>	<i>Contenido disciplinar</i>
Estándar 01	Argumenta sobre procesos de generalización y las propiedades de los números, conectando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas hasta llegar al lenguaje algebraico.
Estándar 02	Utiliza razonamiento inductivo para establecer reglas de formación de secuencias concretas, geométricas y numéricas, entre otras, reconociendo que existen distintos modos de continuar estas secuencias y que las reglas se pueden representar de variadas formas, la algebraica entre ellas.
Estándar 03	Resuelve problemas y modela situaciones, en forma colaborativa, utilizando el lenguaje algebraico y su operatoria en contextos concretos, geométricos y aritméticos, considerando el contexto del aula y de la comunidad.
Estándar 04	Resuelve ecuaciones lineales, inecuaciones lineales y ecuaciones cuadráticas, identificando los casos de existencia de una, varias, infinitas o ninguna solución cuando corresponda, mediante el uso de estrategias concretas, algebraicas, geométricas y herramientas digitales.
Estándar 05	Utiliza distintas representaciones de una función, incluyendo tablas, gráficos y expresiones algebraicas, para analizar su dominio, recorrido y su comportamiento, y relacionar estas características con la modelación de situaciones del entorno natural y social.
Estándar 06	Establece y deduce relaciones entre la multiplicación y la división, la proporcionalidad directa e inversa, y la idea de función, y aplica estas relaciones a la resolución de problemas de proporcionalidad, comunicando las soluciones en forma oral y escrita.
Estándar 07	Modela fenómenos mediante funciones lineales o afines, utilizando representaciones tabulares, gráficas o algebraicas, relacionando la pendiente con la idea de crecimiento y usando el potencial de predicción del modelo, según su rango de validez.

En la Tabla 2 se exponen los ocho estándares relacionados con la didáctica del álgebra.

Tabla 2: Estándares didáctico-disciplinarios de álgebra para la Educación General Básica. Fuente: Ministerio de Educación de Chile (2020).

<i>Estándar</i>	<i>Didáctica disciplinar</i>
Estándar 08	Explica el tránsito desde lo aritmético a lo algebraico en la progresión del eje de Patrones y Álgebra de las Bases Curriculares vigentes y lo relaciona con las etapas de desarrollo de los/as estudiantes.
Estándar 09	Anticipa preguntas de sus estudiantes en actividades sobre descripción de patrones y sus reglas de formación mediante representaciones verbales, pictóricas o algebraicas, con el propósito de conocer, estimular y profundizar sus ideas.
Estándar 10	Planifica situaciones de aula para que sus estudiantes argumenten y comuniquen las estrategias de razonamiento inductivo que emplean para resolver problemas de generalización algebraica o de justificación de propiedades numéricas, mediante herramientas manuales o digitales.
Estándar 11	Diseña actividades desafiantes y de interés para sus estudiantes que contemplen el rol del signo igual como equivalencia, el pasaje del lenguaje natural al algebraico y el planteamiento de ecuaciones, para proponerlas a grupos organizados al azar y favorecer la exploración, la colaboración, la inclusión y que todos los y las estudiantes aporten desde sus diversas capacidades.
Estándar 12	Gestiona actividades para el modelamiento de fenómenos usando gráficos y tablas que permitan a sus estudiantes argumentar en grupo o en plenario sobre las relaciones entre las variables y la realización de predicciones.
Estándar 13	Escucha activamente a sus estudiantes cuando cometen errores en la traducción del lenguaje natural al algebraico y viceversa, y realiza preguntas que permitan explorar los significados de las letras y cómo se relacionan con los números, motivando su reflexión para que ellos/as descubran sus errores y los enmienden.
Estándar 14	Evalúa los aprendizajes de sus estudiantes sobre la relación de proporcionalidad directa e inversa entre variables, y su diferencia con la mera relación de crecimiento o decrecimiento, para retroalimentar a sus estudiantes y adaptar la enseñanza a las necesidades detectadas.
Estándar 15	Diseña actividades e instrumentos que le permitan evaluar y coevaluar la capacidad de sus estudiantes de resolver problemas que requieren de la interpretación de letras y otros símbolos como incógnitas, variables o constantes.

2.2. Conocimiento didáctico-matemático

Godino ha propuesto una reestructuración de diversas perspectivas teóricas que convergen en el análisis del conocimiento profesional del docente de matemáticas. Entre ellas se encuentran el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, 2009, 2014; Godino et al., 2007), la teoría de las competencias matemáticas (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008) y el Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT) desarrollado por Hill et al. (2008).

En la Figura 1 se representa el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) del profesorado, el cual emerge como resultado de una reorganización teórica que permite un abordaje más

integrado y profundo de las dimensiones que intervienen en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

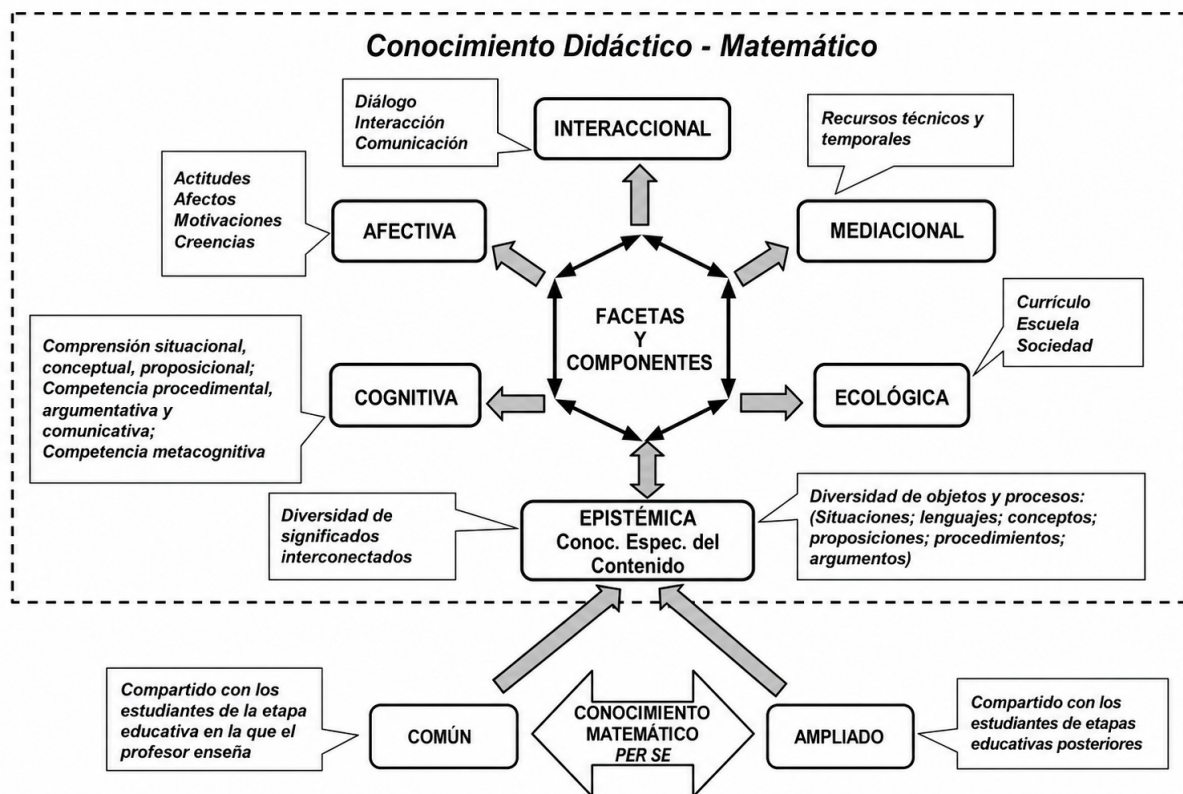


Figura 1: Conocimiento Didáctico Matemático fundamentado en el EOS. Extraído de Godino et al. (2016).

El modelo de CDM propuesto contempla seis facetas o dimensiones interrelacionadas, que el docente debe movilizar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estas son: la faceta epistémica, referida al análisis y organización del contenido matemático; la faceta cognitiva, que considera la comprensión y evolución del conocimiento de los estudiantes; la faceta afectiva, relacionada con las creencias, emociones y actitudes hacia las matemáticas; la faceta mediacional, centrada en los recursos y herramientas utilizadas en el aula; la faceta interaccional, que se enfoca en las dinámicas comunicativas entre los actores del proceso educativo; y la faceta ecológica, que atiende al contexto institucional, curricular y sociocultural en que se desarrolla la enseñanza. Este modelo ofrece un marco comprensivo para analizar y potenciar la práctica docente desde una perspectiva integradora.

El conocimiento matemático del profesorado se construye a partir de dos fuentes complementarias: el conocimiento común, adquirido durante la formación general, y el conocimiento ampliado, que se desarrolla en etapas educativas más avanzadas. Ambos tipos de conocimiento se articulan en la faceta epistémica, la cual proporciona el marco propicio para el análisis del conocimiento matemático. Este análisis se complementa con otras cinco dimensiones que integran el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático: las facetas cognitiva y afectiva, centradas en los procesos de aprendizaje del estudiante; las facetas interaccional y mediacional, vinculadas a las prácticas de enseñanza; y la faceta ecológica, relacionada con el currículo y el contexto institucional.

En esta línea, Pino-Fan et al. (2014), ampliaron la propuesta inicial de Godino y Pino-Fan, reinterpretando los fundamentos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) y reorganizando los componentes del modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) (Godino & Pino-Fan, 2013). A partir de esta reconfiguración teórica, los autores propusieron tres categorías globales de conocimiento didáctico-matemático que permiten analizar de manera más precisa

el saber profesional docente.

La primera categoría corresponde al Conocimiento Común del Contenido, el cual se analiza desde la faceta epistémica y hace referencia al conocimiento matemático que permite al profesor resolver problemas sin necesidad de establecer vínculos explícitos con la enseñanza. La segunda categoría es el Conocimiento Ampliado del Contenido, también vinculado a la faceta epistémica, que alude a la capacidad del docente para conectar los problemas matemáticos con otros contenidos del currículo, ampliando así su comprensión y aplicabilidad en distintos contextos educativos. La tercera categoría, el Conocimiento Especializado del Contenido, integra saberes adicionales propios de la práctica docente, los cuales distinguen a los profesores de quienes poseen formación matemática, pero carecen de preparación en enseñanza.

El Conocimiento Especializado del Contenido se subdivide en cuatro tipos, cada uno asociado a una o más facetas del modelo. El primero es el Conocimiento del Contenido Especializado, basado en la faceta epistémica, que implica la capacidad del docente para identificar conocimientos matemáticos pertinentes en la resolución de problemas específicos. El segundo tipo es el Conocimiento del Contenido en Relación con los Estudiantes, fundamentado en las facetas cognitiva y afectiva, el cual permite al profesor interpretar las configuraciones cognitivas del alumnado, anticipar posibles errores y abordar adecuadamente los conflictos de aprendizaje. En tercer lugar, el Conocimiento del Contenido en Relación con la Enseñanza, apoyado en las facetas interaccional y mediacional, contempla la reflexión sobre los modelos didácticos, las formas de comunicación en el aula y el uso de recursos y estrategias pedagógicas. Finalmente, el Conocimiento del Contenido en Relación con el Currículo, vinculado a la faceta ecológica, considera el contexto normativo, institucional y sociocultural en el que se desarrolla el proceso educativo.

Este modelo teórico-metodológico constituye una herramienta fundamental para caracterizar, analizar y fortalecer las competencias profesionales del profesorado de matemáticas, y da origen al denominado Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas. Esta propuesta resulta especialmente útil tanto para la formación inicial como para el desarrollo profesional continuo, al ofrecer un marco conceptual integrador que articula los diversos saberes que inciden en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

2.3. Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM)

El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático, propuesto por Godino et al. (2007), se presentó como un sistema de categorías orientado al análisis del conocimiento profesional del docente de matemáticas, estableciendo una relación explícita entre la noción de conocimiento y el desarrollo de competencias docentes. A partir de esta propuesta inicial, se desarrolló una expansión conceptual conocida como el modelo de los Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor de Matemáticas (CCDM), formulado por Godino et al. (2016). Este modelo pone especial énfasis en dos componentes fundamentales: la competencia matemática y la competencia para el análisis e intervención didáctica. Esta última se vincula directamente con la capacidad del docente para diseñar, implementar y evaluar secuencias de enseñanza-aprendizaje, tanto propias como ajenas, utilizando herramientas de análisis didáctico y criterios de valoración de la calidad. El propósito principal de esta competencia es generar ciclos sistemáticos de planificación, ejecución, evaluación y mejora de la enseñanza (Breda et al., 2017).

La Figura 2 representa la competencia global de análisis e intervención didáctica, la cual se estructura en cinco subcompetencias específicas, cada una sustentada en herramientas conceptuales y metodológicas propias del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Para el desarrollo de esta competencia, el docente debe contar con conocimientos que le permitan describir y explicar los eventos que ocurren durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como con herramientas que posibiliten valorar lo sucedido y proponer mejoras pertinentes para futuras imple-

mentaciones (Godino et al., 2018).

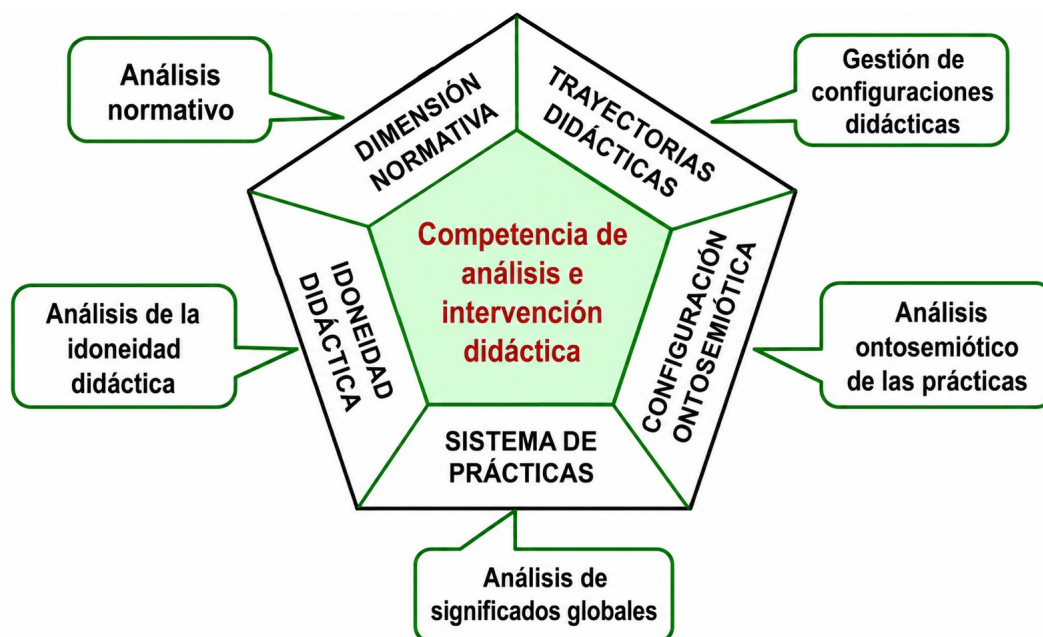


Figura 2: Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica. Extraído de Godino et al. (2016).

La primera subcompetencia es la competencia de análisis de significados globales, que se fundamenta en la identificación de situaciones problema, junto con las prácticas operativas, discursivas y normativas que se activan en su resolución. Le sigue la competencia de análisis ontosemiótico de las prácticas, centrada en el reconocimiento de los objetos y procesos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas. La tercera es la competencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas, que permite identificar las regularidades o patrones en las interacciones entre el profesor, los estudiantes, los contenidos y los recursos disponibles. A continuación, la competencia de análisis normativa se encarga de examinar la red de normas y metanormas que regulan y sostienen el proceso instruccional. Finalmente, la competencia de análisis de la idoneidad didáctica busca establecer una valoración integral del proceso de enseñanza-aprendizaje, identificando sus fortalezas, debilidades y oportunidades de mejora.

En conjunto, estas subcompetencias constituyen un marco articulado que permite al docente reflexionar críticamente sobre su práctica y promover transformaciones significativas en el aula. El modelo CCDM no solo orienta la formación docente inicial, sino que también constituye una base sólida para el desarrollo profesional continuo, al proporcionar referentes teóricos y metodológicos que vinculan el conocimiento profesional con la mejora de la enseñanza de la matemática.

Además de los componentes teóricos que conforman el Conocimiento Didáctico-Matemático y del Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor de Matemáticas, se han considerado otros instrumentos desarrollados con el propósito de valorar dicho conocimiento en contextos específicos. Entre ellos, destaca el cuestionario elaborado por Godino et al. (2015), orientado a evaluar conocimientos didáctico-matemáticos relacionados con el razonamiento algebraico elemental. El análisis de este instrumento ha resultado valioso como referente conceptual y metodológico, permitiendo contrastar enfoques, identificar dimensiones clave del conocimiento profesional docente y reconocer criterios relevantes para la valoración del pensamiento algebraico escolar.

Este examen complementario ha contribuido a fortalecer, actualizar y contextualizar el diseño de nuestro propio instrumento, elaborado con el objetivo de evaluar el conocimiento didáctico-matemático de docentes en ejercicio de educación primaria, específicamente en lo que respecta a la enseñanza

del álgebra escolar. La articulación entre marcos teóricos consolidados y herramientas previamente validadas ha sido fundamental para garantizar la pertinencia y solidez del cuestionario propuesto.

3. Diseño, construcción y validación del cuestionario sobre conocimientos didáctico-matemáticos del profesorado de educación primaria sobre álgebra escolar

La introducción de conceptos algebraicos en los primeros años de la educación primaria constituye un desafío significativo, principalmente debido a la escasa especialización matemática de los docentes que se desempeñan en este nivel (Mejías, 2019). En general, su formación inicial no está centrada exclusivamente en el área de las matemáticas, lo que conlleva a una insuficiente apropiación de los contenidos escolares que deben enseñar. Al respecto, Ávalos y Matus (2010) sostienen que este conocimiento se construye, en gran medida, a partir de la experiencia profesional, más que desde la formación inicial. Esta situación pone en evidencia la necesidad de fomentar procesos de especialización docente en matemáticas desde una etapa temprana de la trayectoria profesional. No obstante, antes de implementar iniciativas en esta dirección, resulta indispensable evaluar el conocimiento actual que poseen los profesores para enseñar álgebra en la escuela primaria.

Con este propósito, se diseñó un cuestionario orientado a analizar los conocimientos didáctico-matemáticos que los docentes poseen en relación con la enseñanza del álgebra escolar. El instrumento se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas (Godino et al., 2017), y se compone de preguntas abiertas, dado que este formato permite identificar dificultades específicas y captar la riqueza conceptual de las respuestas, tal como señalan Cohen et al. (2011). El diseño del cuestionario tiene como objetivo generar información detallada sobre las fortalezas y debilidades en la enseñanza del álgebra, con miras a orientar el desarrollo de programas de formación que contribuyan a mejorar la práctica docente y a enfrentar los desafíos derivados de la implementación curricular en esta área.

3.1. Construcción de la versión inicial del cuestionario

La versión inicial del instrumento piloto se estructura en dos secciones principales. La primera está destinada a recopilar información descriptiva de los docentes participantes mediante preguntas cerradas con selección entre dos o más alternativas. En esta sección se recogen datos como número de identificación, género, edad, título profesional, año de titulación, años de experiencia laboral, tipo de dependencia del establecimiento educacional, nivel educativo en el que se desempeñan y sector en el que trabajan. Asimismo, se incluye un apartado orientado a indagar sobre el grado de conocimiento que los docentes poseen respecto de los recientes cambios curriculares implementados en Chile, así como la manera en que estos han sido incorporados en su práctica pedagógica. Adicionalmente, se consulta acerca de la participación en procesos de perfeccionamiento profesional vinculados específicamente a la enseñanza del álgebra en los primeros niveles de la educación primaria.

La segunda sección del instrumento corresponde a la construcción de un cuestionario inicial compuesto por once ítems de respuesta abierta. Este cuestionario fue sometido a un proceso de validación por parte de diez expertos nacionales e internacionales, con el objetivo de asegurar su pertinencia y validez conceptual. Las preguntas formuladas están orientadas a analizar las intervenciones formativas que inciden en el desarrollo profesional docente, a partir de las categorías de conocimiento y competencias didáctico-matemáticas propuestas por Godino et al. (2016). Este diseño permite evaluar tanto los saberes teóricos como las prácticas pedagógicas de los docentes, aportando información sustantiva para la mejora de los procesos de enseñanza del álgebra en el contexto de la educación primaria.

3.2. Versión inicial piloto del cuestionario

Con el propósito de analizar el razonamiento didáctico-matemático de los docentes, el instrumento piloto incorpora once ítems de respuesta abierta orientados a evaluar los conocimientos didáctico-matemáticos que los profesores de educación primaria poseen en la enseñanza del álgebra. Estos ítems permiten indagar tanto en sus concepciones teóricas como en las prácticas pedagógicas que implementan en situaciones de aula, en coherencia con las categorías analíticas propuestas por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Para asegurar la validez conceptual del instrumento, los ítems fueron sometidos a una revisión por parte expertos nacionales e internacionales. Con el fin de ofrecer una comprensión detallada de la estructura del instrumento, su versión completa —incluida esta sección— se presenta en el anexo de este artículo.

3.3. Revisión del instrumento mediante juicio de expertos y aplicación del piloto

Una vez construido el instrumento, se procedió a la validación de los ítems con el objetivo de garantizar su pertinencia y coherencia respecto del constructo evaluado. Para ello, se recurrió al juicio de diez expertos, quienes evaluaron la claridad, relevancia y adecuación de cada ítem. Además, se aplicó una versión piloto del cuestionario a ocho docentes en ejercicio, que se desempeñan en los primeros años de la educación escolar. Inicialmente se había considerado la participación de cinco profesores, pero el número fue ampliado con el fin de enriquecer el análisis de los resultados y obtener una retroalimentación más representativa. Este proceso permitió ajustar y afinar los ítems, asegurando su validez en función de los objetivos del estudio.

3.3.1. Juicio de expertos

El juicio de expertos permitió realizar un análisis cualitativo orientado a validar el contenido de los ítems, asegurando su coherencia con las categorías del conocimiento del contenido matemático, en particular el conocimiento común y ampliado del contenido. Este último incluye subcategorías como el conocimiento especializado, en relación con los estudiantes, la enseñanza, el currículo y el contexto. La validación fue llevada a cabo por diez académicos, todos con grado de doctor en Matemática, Didáctica de la Matemática o Educación Matemática, y con especialización en álgebra escolar. El grupo de expertos estuvo conformado por cinco chilenos, tres españoles, un mexicano y un colombiano, todos con trayectoria en investigación y docencia en el área.

El instrumento y sus pautas de evaluación fueron enviados por correo electrónico, y tras un periodo de tres semanas, se recibieron las valoraciones correspondientes. Se analizaron los once ítems del cuestionario considerando tres criterios: correspondencia (relación con la dimensión evaluada), formulación (claridad y uso del lenguaje, clasificados como adecuados, no adecuados o a mejorar) y pertinencia (coherencia del ítem, evaluada como pertinente, no pertinente o con dudas). Además, los expertos incluyeron observaciones y sugerencias específicas en recuadros habilitados para tal fin.

La Tabla 3 presenta las puntuaciones asignadas por los expertos a cada ítem del cuestionario, resumidas en términos de frecuencias y medias. Esta información facilita un análisis objetivo del grado de adecuación y pertinencia del instrumento, a partir de los juicios emitidos durante el proceso de validación cualitativa.

La Tabla 3 presenta los puntajes asignados por los expertos a cada ítem del cuestionario. A partir de estos resultados, se decidió eliminar aquellos ítems cuya media fue inferior a 2, criterio considerado insuficiente para garantizar la validez del contenido. Aunque se recomienda priorizar ítems con una media igual o superior a 2, en este estudio se dio preferencia a aquellos que mostraron una mayor alineación con el contenido específico evaluado, es decir, con una media igual o superior a 2,5. No obstante, también se consideró la posibilidad de mantener ítems con medias entre 2,0 y 2,4, siem-

Tabla 3: Resumen de las frecuencias y media de las puntuaciones aportadas por los evaluadores expertos. Fuente: Elaboración propia.

Ítem	Dimensión	Frecuencia de la puntuación								Media
		Correspondencia		Formulación			Pertinencia			
		Pertenece (2)	No pertenece (1)	Adecuada (3)	A mejorar (2)	No adecuada (1)	Pertinente (3)	Con dudas (2)	No pertinente (1)	
1 a)	1	10	0	5	4	1	10	0	0	2,5
1 b)	3	8	2	9	0	1	9	0	1	2,5
2	1	10	0	5	5	0	10	0	0	2,5
3 a)	4	9	1	7	3	0	8	2	0	2,5
3 b)	3	9	1	6	4	0	8	1	1	2,4
3 c)	4	10	0	7	3	0	9	1	0	2,5
4	1	10	0	4	6	0	6	4	0	2,3
5 a)	1	10	0	5	3	2	6	4	0	2,3
5 b)	4	10	0	2	8	0	8	2	0	2,3
6 a)	1	10	0	6	3	1	9	1	0	2,5
6 b)	6	4	6	5	2	3	3	3	4	1,8
7	1	10	0	6	3	1	9	1	0	2,5
8 a)	2	8	2	5	3	2	8	0	2	2,2
8 b)	3	6	4	3	4	3	6	0	4	1,9
9 a)	1	10	0	7	3	0	10	0	0	2,6
9 b)	2	10	0	9	1	0	10	0	0	2,6
10 a)	5	10	0	7	3	0	10	0	0	2,6
10 b)	5	10	0	6	4	0	10	0	0	2,5
11	5	6	4	4	2	4	6	0	4	1,9

pre que su formulación resultara pertinente y coherente con los objetivos del instrumento. Pese a las recomendaciones generales entregadas por los evaluadores, se conservaron exclusivamente aquellos ítems que obtuvieron una puntuación destacada.

En función de estos criterios, se eliminaron los ítems 6 b), 8 b) y 11, debido a que presentaron una media inferior a 2. Asimismo, fueron descartados otros ítems que, si bien alcanzaron puntuaciones aceptables, evidenciaron debilidades estructurales o conceptuales durante el análisis: 3 b), 4, 5 a), 5 b) y 8 a). Finalmente, los ítems seleccionados, algunos de los cuales fueron modificados para mejorar su redacción y claridad, fueron los siguientes: 1 a), 1 b), 2, 3 a), 3 c), 6 a), 7, 9 a), 9 b), 10 a) y 10 b).

Durante el proceso de validación, uno de los expertos sugirió considerar un cuestionario previamente validado para evaluar el conocimiento sobre la enseñanza del álgebra (Godino et al., 2015). Aunque dicho instrumento está orientado principalmente a profesores en formación inicial, se identificaron dos preguntas que, por su estructura y contenido, resultan pertinentes para docentes en ejercicio y complementan adecuadamente el objetivo de este estudio. Por ello, se decidió incorporar dichas tareas al instrumento final.

Las preguntas añadidas fueron las siguientes:

Tarea 1. Considera la siguiente cuestión planteada a un alumno de primer ciclo de primaria: *¿Qué número se debe colocar en el recuadro para que la igualdad sea verdadera?*

$$8 + 4 = \underline{\quad} + 5$$

Un alumno responde que el número es 12.

- Explica cuál fue el posible razonamiento que condujo al alumno a dar esa respuesta.
- ¿Qué interpretación del signo igual (=) está realizando el alumno?

Tarea 3. Un alumno formuló la siguiente conjetura: *“Sumo tres números naturales consecutivos. Si divido el resultado por tres obtengo siempre el segundo número.”*

- a. ¿Es válida la afirmación para todos los números naturales? ¿Por qué?
- b. ¿Qué tipo de justificación piensas que podría dar un alumno de primaria ante esta conjetura?

Además, se consultó a los expertos respecto de la viabilidad de aplicar un pilotaje del instrumento reformulado a un grupo de cinco docentes de educación primaria. Nueve de los diez expertos manifestaron su conformidad con esta propuesta, destacando los beneficios de contar con una versión preliminar aplicada en condiciones reales. Una de las sugerencias destacadas consistió en incluir en el pilotaje a profesores que, si bien se desempeñan en la enseñanza de las matemáticas, no poseen formación específica en esta área. Esta recomendación será considerada en el diseño final del proceso de validación del cuestionario. Como resultado del proceso descrito, se procedió a reformular diversos ítems, eliminar aquellos con baja pertinencia y coherencia, e incorporar dos preguntas adicionales del cuestionario validado por Godino et al. (2015).

3.3.2. Aplicación de la versión piloto del cuestionario

Tras la evaluación realizada por expertos, se llevó a cabo un pilotaje del cuestionario con una muestra ampliada de ocho docentes de educación primaria, con el propósito de afinar el instrumento antes de su aplicación definitiva. Este proceso tuvo como objetivos principales identificar posibles problemas de redacción, detectar errores de formulación, reconocer preguntas que pudieran resultar especialmente complejas para los participantes y estimar el tiempo necesario para completar el cuestionario. Se consideró un tiempo máximo de 120 minutos para su resolución. Asimismo, se incluyeron instrucciones claras y detalladas, lo que permitió a los docentes participantes solicitar aclaraciones sobre aquellos ítems que generaban dudas. Esta etapa resultó fundamental para validar la funcionalidad práctica del instrumento en condiciones reales de aplicación.

3.3.3. Análisis cualitativo de la versión piloto del cuestionario

De los ocho docentes que participaron en el pilotaje del cuestionario, cuatro utilizaron la totalidad del tiempo asignado (120 minutos), uno lo completó en 95 minutos y tres lo finalizaron en aproximadamente una hora. Considerando que el 50 % de los participantes requirió el tiempo completo, se estima que la duración establecida resulta adecuada para la aplicación de la versión final del instrumento.

En relación con el ítem 5, seis docentes sugirieron unificar las dos preguntas originales en una sola formulación: “Analizar los procedimientos de resolución de cada alumno verificando la coherencia con lo dictado por la profesora”, con el fin de mejorar la claridad y cohesión del enunciado. Por otro lado, el ítem 4 generó confusión en al menos cuatro docentes debido a la interpretación de los datos presentes en la figura, lo que hizo necesario explicar su composición durante la actividad.

En cuanto al ítem 9 b), este fue eliminado, ya que los participantes consideraron irrelevante consultar cómo complementar el enunciado para lograr el compromiso del alumno con la tarea, aludiendo a que dicha responsabilidad recae en el docente. Sin embargo, se mantuvo la pregunta: “¿Cuál cree usted que es la justificación para que los autores introduzcan el concepto de ecuación con esta actividad?”.

No se realizaron cambios adicionales ni fue necesario ofrecer aclaraciones orales en las demás preguntas incluidas en la versión piloto.

3.3.4. Análisis cuantitativo de la versión piloto del cuestionario

Para el análisis cuantitativo de las respuestas obtenidas en la versión piloto del cuestionario, se estableció una escala de valoración que asigna 0 puntos a las respuestas incorrectas o en blanco, 1 punto

a aquellas parcialmente correctas y 2 puntos a las respuestas correctas. Bajo este criterio, el puntaje total posible para cada docente oscila entre un mínimo de 0 y un máximo de 30 puntos.

La Tabla 4 presenta los resultados globales obtenidos por los docentes participantes. Con el fin de facilitar la interpretación de los datos, se agruparon las puntuaciones en rangos, lo que permite una visualización más clara de la distribución de frecuencias. De acuerdo con estos resultados, se observa que el 75 % de los participantes obtuvo una puntuación inferior a 20 puntos, lo cual sugiere que el instrumento presenta un nivel de dificultad elevado para el grupo evaluado.

La Tabla 4 presenta los resultados globales del pilotaje según rangos de puntaje obtenidos.

Tabla 4: Distribución de frecuencias para la puntuación final. Fuente: Elaboración propia.

<i>Intervalos de puntuación</i>	<i>Frecuencia Absoluta</i>	<i>Porcentajes</i>
[0, 5[	0	0
[5, 10[	1	12,5
[10, 15[	3	37,5
[15, 20[	2	25
[20, 25[	1	12,5
[25, 30[	1	12,5

Ninguno de los docentes que participaron en el pilotaje del instrumento alcanzó la puntuación máxima. La media obtenida fue de 16,25 puntos, lo que refleja un desempeño moderado.

La Tabla 5 muestra los principales estadísticos descriptivos correspondientes a estos resultados.

Tabla 5: Estadísticos descriptivos. Fuente: Elaboración propia.

	<i>Estadístico</i>
Mínimo	9
Máximo	26
Rango	17
Media	16,25
Mediana	15
Desviación típica	5,092

Para su cálculo, las respuestas se clasificaron como correctas o incorrectas, excluyéndose aquellas dejadas en blanco. El instrumento evidenció una complejidad media, con un índice general de 0,54. Las preguntas que resultaron más desafiantes para los docentes fueron la 3, 4a, 4b y 9b, todas ellas asociadas al conocimiento común y especializado del contenido matemático. En contraste, los ítems 5a, 5b y 7 se identificaron como los de menor dificultad, vinculados al conocimiento especializado del contenido en relación con los estudiantes. Estos resultados permiten identificar áreas específicas que requieren mayor atención en los procesos de formación docente en álgebra escolar.

La Tabla 6 presenta los índices de dificultad correspondientes a cada una de las preguntas del cuestionario.

Tabla 6: Índice de dificultad de los ítems del cuestionario. Fuente: Elaboración propia.

Ítem	Índice de dificultad	%
1 a)	0,50	50
1 b)	0,50	50
2 a)	0,44	44
2 b)	0,50	50
3	0,25	25
4 a)	0,44	44
4 b)	0,19	19
5 a)	1,00	100
5 b)	1,00	100
6	0,63	63
7	0,75	75
8 a)	0,50	50
8 b)	0,56	56
9 a)	0,56	56
9 b)	0,31	31
Media: 0,54		

4. Conclusiones

El desarrollo de este estudio permitió concretar la construcción de un instrumento destinado a evaluar los conocimientos didáctico-matemáticos del profesorado de educación primaria en Chile con relación con la enseñanza del álgebra escolar. A partir de una versión preliminar conformada por once ítems de respuesta abierta, se sometió el cuestionario a un riguroso proceso de validación mediante juicio de expertos, con el objetivo de garantizar la coherencia de cada pregunta con las dimensiones del conocimiento didáctico-matemático propuestas por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Diez especialistas —provenientes de Chile, España, México y Colombia— evaluaron cada ítem considerando criterios de pertinencia, claridad y alineación con el contenido específico a evaluar.

El análisis derivado de esta evaluación condujo a diversas modificaciones: se eliminaron algunos ítems, se reformularon otros y se incorporaron dos preguntas adicionales provenientes de un instrumento previamente validado por Godino et al. (2015), que resultaron coherentes con los objetivos del estudio. Cabe destacar que las preguntas seleccionadas para la versión final fueron aquellas que obtuvieron altas valoraciones por parte de los expertos (Tabla 3), garantizando así la validez de contenido del cuestionario. Asimismo, en el proceso de validación se consultó a los expertos sobre la conveniencia de aplicar un pilotaje de la versión inicial del cuestionario a cinco docentes de educación primaria. Nueve de los diez expertos coincidieron en la importancia de esta etapa, señalando su relevancia para detectar posibles problemas en el diseño y aplicación del instrumento.

Atendiendo a estas recomendaciones, se desarrolló el pilotaje con la participación de ocho profesores, incrementando la muestra originalmente prevista. El pilotaje tuvo como propósito evaluar la claridad de los enunciados, identificar posibles dificultades de interpretación, estimar el tiempo necesario para responder y observar la pertinencia de cada ítem en contexto real. Los resultados confirmaron que 120 minutos eran adecuados para la aplicación completa del cuestionario. Además, se ajustaron tres preguntas que fueron percibidas como poco claras, lo que implicó reestructurar su redacción para facilitar la comprensión sin alterar su intencionalidad.

En síntesis, la construcción, validación y pilotaje de este instrumento, basado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, nos ha permitido acercarnos a una caracteri-

zación inicial del conocimiento didáctico-matemático que poseen los docentes de educación primaria respecto del álgebra escolar. Este conocimiento se analizó considerando las dimensiones propuestas por Godino (2009), Godino y Pino-Fan (2013) y Pino-Fan et al. (2014): conocimiento común del contenido, conocimiento ampliado del contenido y conocimiento especializado del contenido matemático.

Si bien los resultados preliminares del pilotaje indican que los docentes participantes presentan un nivel limitado de conocimiento didáctico-matemático en relación con el álgebra escolar, estos hallazgos deben interpretarse con cautela debido al tamaño reducido de la muestra. Por ello, se hace imprescindible aplicar el cuestionario a un grupo más amplio y diverso de profesores, lo que permitirá validar los resultados obtenidos y avanzar hacia una caracterización más sólida y representativa del conocimiento profesional docente en este ámbito. La versión final del cuestionario, incluida en los anexos, se configura como un instrumento metodológicamente riguroso, respaldado por procesos de validación experta y de pilotaje, lo que garantiza su utilidad tanto en contextos de investigación como en iniciativas de formación docente. En este sentido, el instrumento no solo permite diagnosticar fortalezas y debilidades en la enseñanza del álgebra, sino que también ofrece insumos relevantes para diseñar programas de desarrollo profesional ajustados a las necesidades reales del profesorado.

Agradecimientos: Agradezco sinceramente a las personas participantes, quienes colaboraron de manera desinteresada en el proceso de pilotaje del instrumento. Asimismo, expreso mi reconocimiento a los revisores pares por sus valiosas observaciones y sugerencias, las cuales contribuyeron significativamente al fortalecimiento de este trabajo. De igual forma, agradezco al Laboratorio de Investigación Lab[e]saM y al Departamento de Matemática, Física y Computación de la Universidad de Playa Ancha por el apoyo brindado durante el desarrollo de esta investigación. Finalmente, expreso un especial agradecimiento a Marcia Zamorano Pavéz y a Mauricio Catalán Vitta, quienes, a través de Xilomanía DiSueños DeCorazón, realizaron una valiosa contribución inédita mediante la elaboración de cada uno de los dibujos presentados en este trabajo.

Contribución de las personas autoras: Conceptualización: C.M.Z. Curación de datos: C.M.Z. Análisis formal: C.M.Z. Investigación: C.M.Z. Metodología: C.M.Z. Validación: C.M.Z. Escritura (borrador original): C.M.Z. Escritura (revisión y edición): C.M.Z.

Accesibilidad de los datos: Los datos utilizados y el cuestionario puede ser solicitado a través del correo cristian.mejias@upla.cl.

Declaración de uso de inteligencia artificial (IA): No se ha utilizado ninguna herramienta ni tecnología de inteligencia artificial generativa para la elaboración del presente trabajo.

Referencias

- Ávalos, B., & Matus, C. (2010). *La formación inicial docente en Chile desde una perspectiva internacional: Informe nacional del estudio internacional IEA TEDS-M* (inf. téc.). Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Carpenter, T., Levi, L., Franke, M., & Zeringue, J. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 37, 53-59. <https://doi.org/10.1007/BF02655897>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315456539>

- García, M. (2003). *La evaluación de programas en la intervención socioeducativa*. DM Murcia.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. <https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1063/752>
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas* (inf. téc.). Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis.EOS_24agosto14.pdf
- Godino, J. D., Aké, L., Contreras, A., Díaz, C., Estepa, A., Blanco, T., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, M., & Wilhelmi, M. R. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 127-150. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v33-n1-godino-ake-et-al/1468-pdf-es>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. *Investigación en Educación Matemática XX*, 285-294.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos: Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63-83. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.2>
- Godino, J. D., & Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching: A view from onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 3325-3326). CERME. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17Posters/WG17_P_Godino_Pino_Fan.pdf
- Gutiérrez, E. (2010). Un modelo de evaluación de desempeño docente que contribuye en la mejora de la calidad de los servicios educativos. *Congreso Iberoamericano de Educación: Metas 2021*.
- Hill, H., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of student. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.39.4.0372>
- Martínez, G., & Guevara, A. (2015). La evaluación del desempeño docente. *Ra Ximhai*, 11(4), 113-124. <https://doi.org/10.35197/rx.11.01.e2.2015.07.gm>
- Mejías, C. (2019). *Evaluación de los conocimientos para la enseñanza del álgebra en profesores en ejercicio de educación primaria* [Tesis doctoral]. Universidad de Girona. <http://hdl.handle.net/10803/667843>

- Mejías, C., & Alsina, Á. (2020). La incorporación del Early Algebra en el currículo de Educación Primaria. *Revista Números*, 105, 81-102. https://drive.google.com/file/d/1ZfASMDGP0cA545xgy_kChNBBYmK9Bs5y/view
- Ministerio de Educación de Chile. (2020). *Estándares Disciplinarios Educación General Básica: Matemática*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. Chile. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2022/02/EGB-Matematica.pdf>
- Miranda, C., Wilhelm, K., Martín, G., Arancibia, M., & Osses, S. (2013). Autoestima profesional en docentes beneficiarios del programa de postítulo de matemáticas en el contexto de la evaluación docente. *Revista de Estudios Pedagógicos*, 39(1). <https://doi.org/10.4067/S0718-07052013000100008>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principles and standards for school mathematics* [Versión en español: *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales]. NCTM.
- Pincheira, N., Acosta, Y., & Alsina, Á. (2022). Incorporación del álgebra temprana en educación infantil: Un análisis desde los libros de texto. *PNA*, 17(1), 1-24. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522>
- Pincheira, N., & Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Revista de Educación Matemática*, 33(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/em3301.06>
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2014). El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: Pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. En C. Dolores, M. García, J. Hernández & L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 137-151). Ediciones D.D.S. y Universidad Autónoma de Guerrero.
- Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354). Sense Publishers.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

A. Anexos

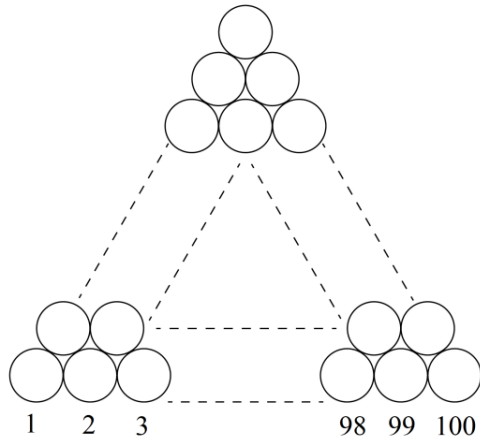
Versión inicial del cuestionario:

A continuación, se presenta la versión inicial o piloto del cuestionario, correspondiente a la segunda sección del instrumento, conformada por once ítems de respuesta abierta diseñados con el propósito de indagar los conocimientos didáctico-matemáticos que movilizan los docentes de educación primaria en la enseñanza del álgebra. La elaboración de los ítems se fundamentó en las categorías del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, lo que permitió explorar tanto las concepciones teóricas de los docentes como las decisiones prácticas que adoptan en situaciones reales de aula. Esta sección del cuestionario tiene como finalidad aportar evidencia significativa para describir y analizar las competencias docentes en esta área, así como orientar el diseño de estrategias de formación continua. Los ítems fueron validados por expertos en la disciplina.

**CUESTIONARIO PARA PROFESORES
DE EDUCACIÓN BÁSICA
(Versión Inicial)**

Ítem 1:

Laura es una profesora que desea introducir un concepto matemático, lo realiza a través de la utilización del siguiente arreglo:



- ¿Cuántas esferas en total utilizó? Encuentre una expresión general que permita encontrar el número total de esferas.
- ¿Qué concepto matemático logró introducir?

Ítem 2:

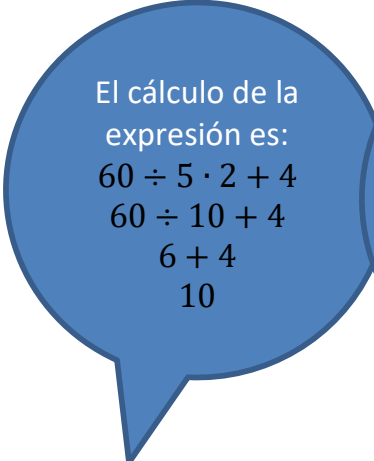
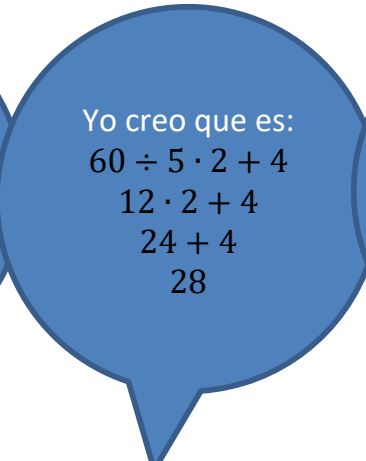
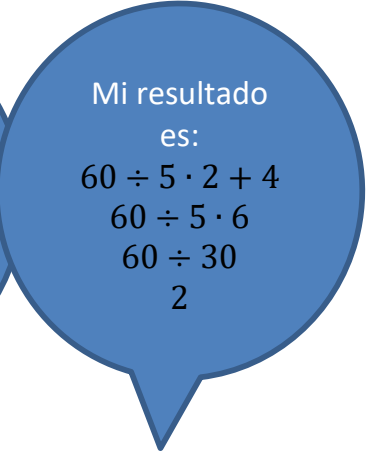
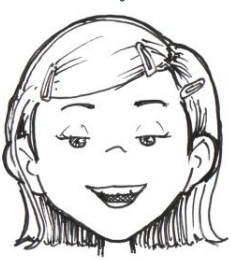
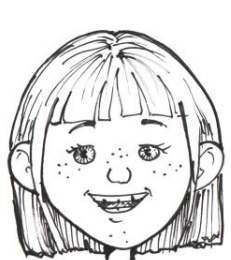
Un aldeano vende en la feria del pueblo sus terneros a cuatro distintos compradores:

- Al primero le vende la mitad del número de terneros más uno.
- Al segundo, la mitad de lo que le quedaban más un ternero.
- Al tercero, un ternero.
- Al cuarto, le vende el último un ternero que le quedaba.

¿Cuántos terneros llevó inicialmente?

Ítem 3:

La profesora le indica a sus alumnos que escriban y calculen lo siguiente: “*Si al número sesenta lo dividen en cinco, lo multiplican en dos y finalmente le suman cuatro unidades, ¿cuál es el resultado?*”.

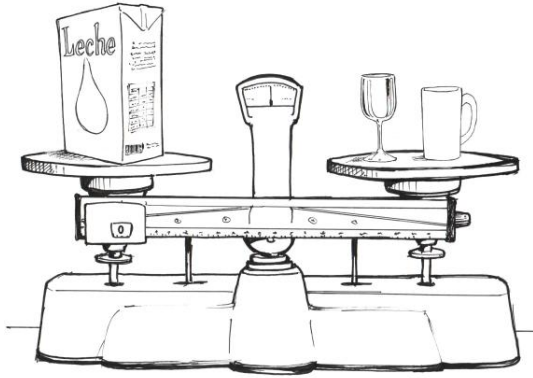
 El cálculo de la expresión es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $60 \div 10 + 4$ $6 + 4$ 10	 Yo creo que es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $12 \cdot 2 + 4$ $24 + 4$ 28	 Mi resultado es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $60 \div 5 \cdot 6$ $60 \div 30$ 2
		
Manuel	Catalina	Sofía

- a. ¿Cuál de los niños tiene la respuesta correcta? Enumere la prioridad en las operaciones.
- b. ¿Qué conceptos matemáticos o propiedades debe utilizar el alumno para resolver lo planteado?
- c. Describa cuales son las posibles dificultades que presentarían los alumnos.

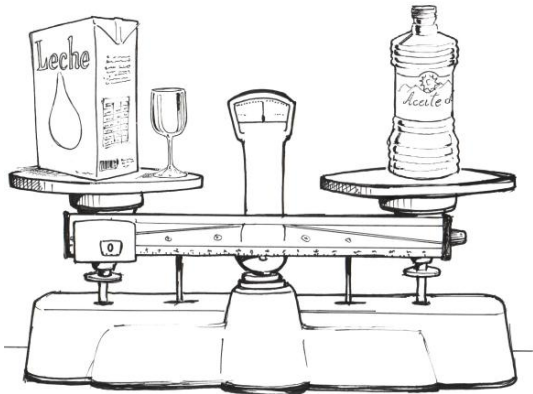
Ítem 4:

En una balanza se dan las siguientes situaciones de perfecto equilibrio:

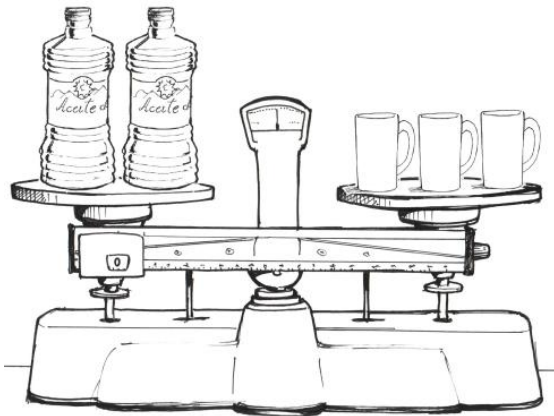
Una caja de leche equivale a una copa y un tazón.



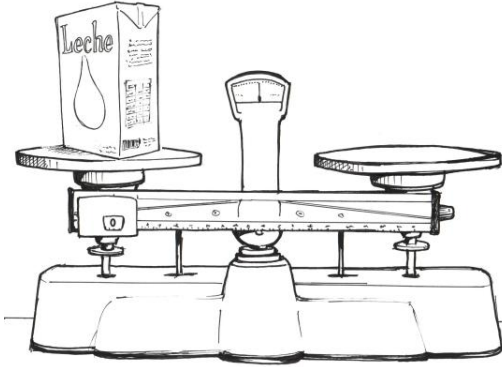
Una caja de leche y una copa equivale a una botella de aceite.



Dos botellas de aceite equivalen a tres tazones.

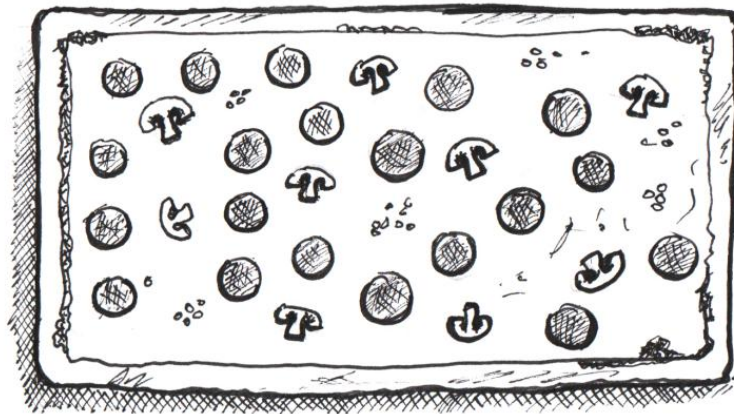


De acuerdo al dibujo, ¿cuántas copas se pueden colocar en el lado derecho de la balanza para alcanzar un perfecto equilibrio?



Ítem 5:

Un trozo de pizza está dividido en tres partes, la primera corresponde a dos tercios del peso total, la segunda a un séptimo del peso total y la tercera pesa 200 gramos.

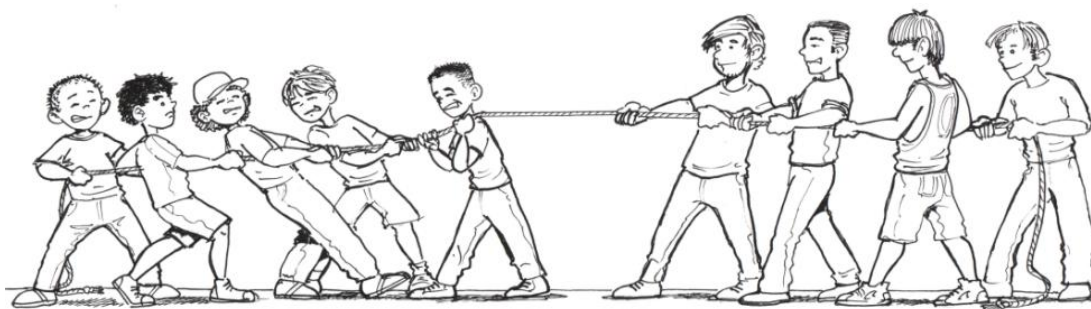


- ¿Cuál era el peso total? Resuelva utilizando álgebra.
- ¿Qué contenidos deben dominar los estudiantes para afrontar esta problemática y llegar a su solución?

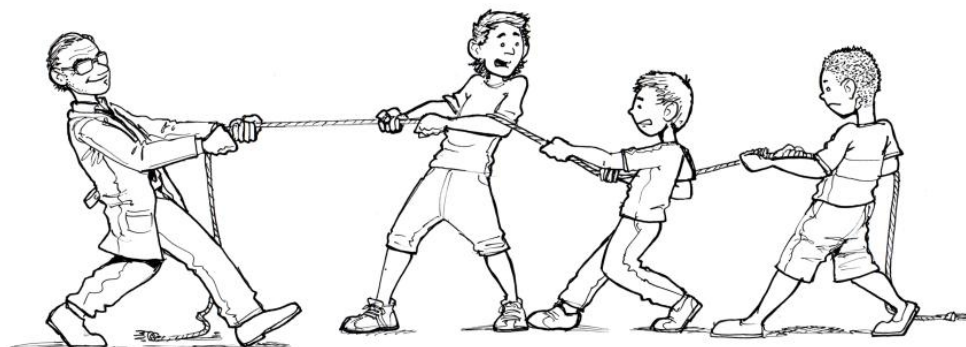
Ítem 6:

En la jornada recreativa del día del profesor se enfrentan niños, jóvenes y profesores en un juego de tirar de una cuerda, dándose las siguientes situaciones:

Cinco niños tiran tan fuerte como cuatro jóvenes.



Un profesor tira tan fuerte como un joven y dos niños.



Finalmente se enfrentan dos equipos, el equipo “demoledores” conformado por cuatro jóvenes contra “invencibles” donde se encuentra un profesor y tres niños.



- ¿Qué equipo es el vencedor?
- ¿Qué conceptos algebraicos se encuentran implícitos al desarrollar lo planteado?

Ítem 7:

Traspase a lenguaje algebraico y resuelva: “si a un número se le suma el triple del mismo número menos 4 unidades, resulta el número más dos”.

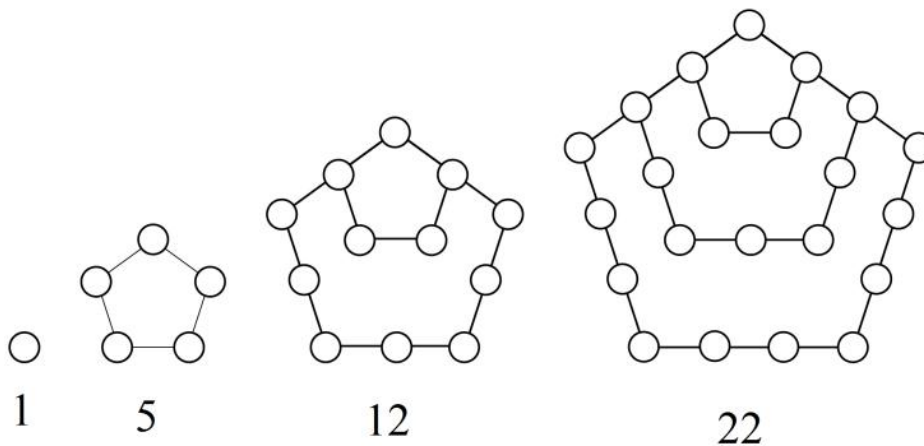
Ítem 8:

Considerando que una casa se revaloriza en forma lineal, el primero de abril de este año me he comprado una casa en 22 millones de pesos. Proyectando que el 1 de abril de 2030 su valor será de \$30 millones.

- ¿Cuál sería su valor el 1 de abril de 2021?
- ¿Qué obstáculos disciplinarios presenta la problemática?

Ítem 9:

Considere la siguiente secuencia:



- Encuentre la cantidad de círculos desde la primera posición hasta la octava.
- Encuentre una expresión general para la posición n-ésima.

Ítem 10:

La siguiente ilustración fue extraída del libro de sexto año de enseñanza básica (Editorial Santillana, página 120)

Para compartir con tus compañeros e incentivar una colación saludable puedes realizar un pícnic al aire libre.



- Para responder la pregunta, completa con la cantidad de estudiantes según corresponda. Considera que x representa el número de estudiantes que se reunirán en el tercer grupo.



↓



↓



↓

x

Total

↓

$\square + \square + x = \square$

- En el tercer grupo se reunirán estudiantes.

- a. Bajo su punto de vista, ¿es una buena actividad para introducir el concepto de ecuación? Fundamente.
- b. ¿Realizaría modificaciones a lo planteado por los autores? ¿cuáles?

Ítem 11:

Como tarea de investigación Margarita, profesora de sexto año de enseñanza básica, solicitó a los alumnos que definieran el concepto de álgebra.

Al día siguiente, Eduardo entregó la siguiente definición: *es la rama de la matemática que se responsabiliza de hacer general lo particular, utilizando coeficientes numéricos, factores literales y operaciones entre ellos. Es decir, combina números, letras, con algunas operaciones.*

¿Cuál es su valoración de la respuesta entregada por Eduardo?

Versión final del cuestionario: El cuestionario, inicialmente conformado por once ítems de respuesta abierta, fue evaluado por diez expertos en didáctica y educación matemática, con el propósito de garantizar su validez de contenido y su coherencia con el Enfoque Ontosemiótico. Este proceso permitió identificar fortalezas y aspectos susceptibles de mejora en los ítems, así como recopilar sugerencias orientadas a perfeccionar su formulación. Posteriormente, se realizó un pilotaje con ocho docentes de educación primaria, mediante el cual se detectaron dificultades de redacción e interpretación, además de estimar el tiempo requerido para su aplicación. A partir de estos resultados, se ajustaron o eliminaron algunas preguntas y se incorporaron dos ítems validados por Godino et al. (2015). En consecuencia, la versión final constituye una herramienta sólida y pertinente para evaluar los conocimientos didáctico-matemáticos vinculados con el álgebra escolar.

CUESTIONARIO PARA PROFESORES DE EDUCACIÓN BÁSICA

**(Versión Final luego del Juicio de
Expertos y Pilotaje)**

DATOS DESCRIPTIVOS

Identificación del Docente

1. Run: _____
2. Género: Masculino [☐] Femenino [☐]
3. Edad: _____

Formación Académica

4. Nombre Título Profesional: _____

5. Año de titulación. _____

Experiencia laboral

6. Indique los años de experiencia que tiene realizando clases de matemática en Educación Básica.

Menos de 2 años [☐]

De 2 a 4 años [☐]

Más de 4 años [☐]

7. Indique que tipo de dependencia es el establecimiento, en el cual actualmente usted se desempeña como profesor de matemática.

Municipal [☐]

Particular Subvencionado [☐]

Particular Pagado [☐]

8. Indique el sector al cual pertenece el establecimiento educacional en el que actualmente trabaja.

Rural [☐]

Urbano [☐]

9. ¿En cuál de los siguientes cursos de educación básica se desempeña como profesor de matemáticas actualmente?

Primero Básico	[]	Segundo Básico	[]
Tercero Básico	[]	Cuarto Básico	[]
Quinto Básico	[]	Sexto Básico	[]
Modalidad Multigrado	[]		

Referentes al cambio curricular

10. ¿Usted está de acuerdo con las modificaciones que se han realizado en el currículum chileno, en relación a la incorporación del eje de álgebra desde los primeros niveles de educación?

Si [] Medianamente [] No []

11. ¿Usted se siente preparado para realizar clases de álgebra desde los primeros niveles de educación?

Muy preparado []
Medianamente preparado []
No se siente preparado []

12. ¿En su formación universitaria, tuvo cursos de álgebra?

Si [] No []

13. ¿En su formación universitaria, tuvo cursos de didáctica del álgebra?

Si [] No []

14. Durante los años que lleva trabajando como profesor de educación básica.

¿Usted ha realizado algún postítulo de mención en matemática, donde esté incluido el álgebra?

Si []

No []

15. ¿Usted conoce los estándares pedagógicos y disciplinarios?

Si []

Medianamente []

No []

16. Con respecto a los estándares pedagógicos y disciplinarios, ¿Usted sabe cuántos están dirigidos al eje de álgebra?

Si []

No []

Instrucciones para responder las preguntas abiertas:

- En cada uno de los ítems debe considerar un tiempo máximo de 5 minutos.
- En las situaciones de aula, responda de acuerdo a lo que usted haría o diría en aquel momento.
- Toda respuesta en confidencial y voluntaria.
- Se agradece que responda todas o en su defecto, la mayoría de las preguntas propuestas.

PREGUNTAS ABIERTAS

Ítem 1:

Considera la siguiente cuestión planteada a un alumno de primer ciclo de primaria (educación básica):

¿Qué número se debe colocar en el recuadro para que la igualdad sea verdadera?

$$8 + 4 = \underline{\quad} + 5$$

Un alumno responde que el número es 12.

- a. Explica cuál fue el posible razonamiento que condujo al alumno a dar esa respuesta.
- b. ¿Qué interpretación del signo = está realizando el alumno?

Ítem 2:

Un alumno formuló la siguiente conjetura:

“Sumo tres números naturales consecutivos. Si divido el resultado por tres obtengo siempre el segundo número”

- a. ¿Es válida la afirmación para todos los números naturales? ¿Por qué?
- b. ¿Qué tipo de justificación piensas que podría dar un alumno de primaria en esa conjetura?

Ítem 3:

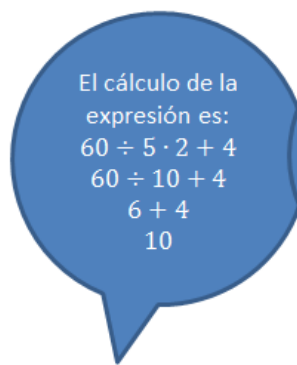
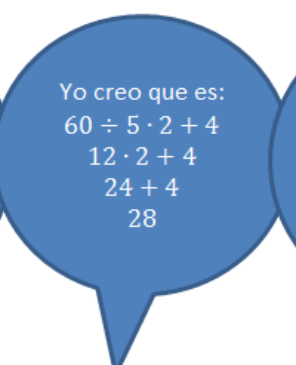
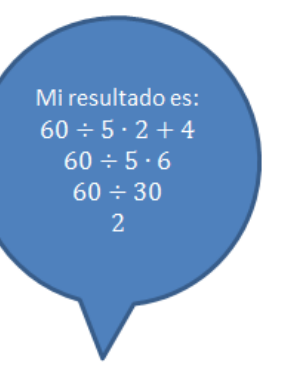
Un aldeano vende en la feria del pueblo sus terneros a cuatro compradores distintos: Al primero le vende la mitad del número de terneros más uno. Al segundo, la mitad de lo que le quedaban más un ternero. Al tercero, un ternero. Al cuarto comprador le vende el último un ternero.

¿Cuántos terneros llevó inicialmente?

Construya ecuaciones y resuelva.

Ítem 4:

La profesora le indica a sus alumnos que escriban y calculen lo siguiente: “*Si al número sesenta lo dividen en cinco, lo multiplican en dos y finalmente le suman cuatro unidades, ¿cuál es el resultado?*”.

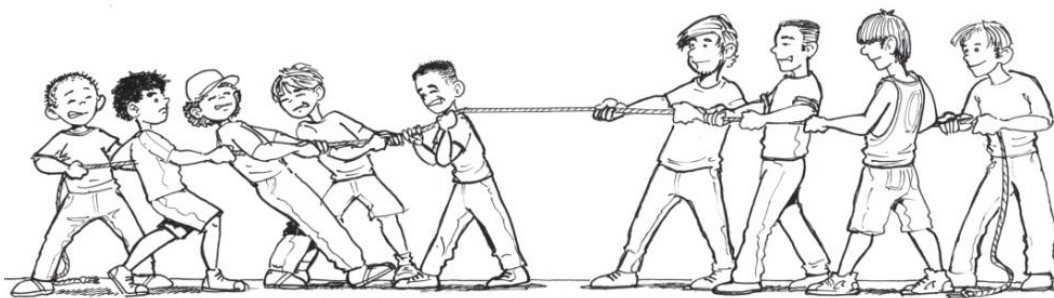
 El cálculo de la expresión es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $60 \div 10 + 4$ $6 + 4$ 10	 Yo creo que es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $12 \cdot 2 + 4$ $24 + 4$ 28	 Mi resultado es: $60 \div 5 \cdot 2 + 4$ $60 \div 5 \cdot 6$ $60 \div 30$ 2
 Manuel	 Catalina	 Sofia

Analizar los procedimientos de resolución de cada alumno verificando si existe coherencia entre lo dictado por la profesora y lo realizado por cada niño

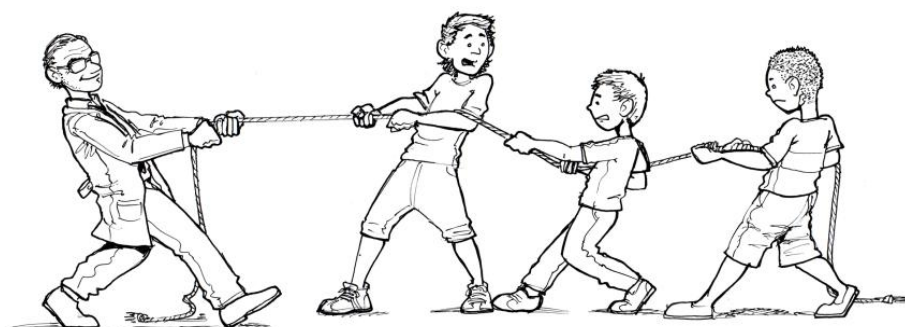
Ítem 5:

En la jornada recreativa del día del profesor se enfrentan niños, jóvenes y profesores en un juego de tirar de una cuerda, dándose las siguientes situaciones:

Cinco niños tiran tan fuerte como cuatro jóvenes.



Un profesor tira tan fuerte como un joven y dos niños.



Finalmente se enfrentan dos equipos, el equipo “demoledores” conformado por cuatro jóvenes contra “invencibles” donde se encuentra un profesor y tres niños.



Proponga relaciones matemáticas para la obtención del equipo vencedor.

Verifique la relación planteada.

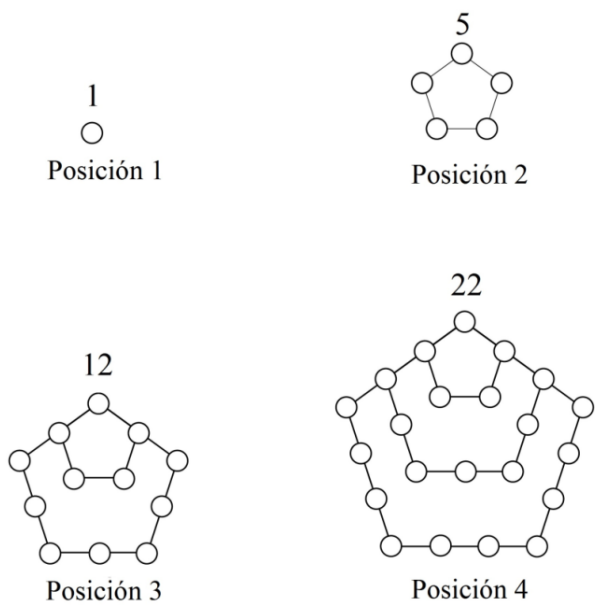
Ítem 6:

Haga la transferencia a lenguaje algebraico y resuelva:

“si a un número se le suma el triple del mismo número menos 4 unidades, resulta el número más dos”.

Ítem 7:

Considere la siguiente secuencia:



- Encuentre la cantidad de círculos desde la primera posición hasta la octava.
- Encuentre una expresión general para la posición n-ésima.

Ítem 8:

La siguiente ilustración fue extraída del libro de sexto año de enseñanza básica (Editorial Santillana, página 120)

Para compartir con tus compañeros e incentivar una colación saludable puedes realizar un pícnic al aire libre.



- Para responder la pregunta, completa con la cantidad de estudiantes según corresponda. Considera que x representa el número de estudiantes que se reunirán en el tercer grupo.



- En el tercer grupo se reunirán estudiantes.

¿Cuál cree usted que es la justificación para que los autores introduzcan el concepto de ecuación con esta actividad?