



# Implementación de recursos educativos digitales, una revisión sistemática desde la enseñanza del Cálculo Diferencial

Implementing Digital Educational Resources: a Systematic Review From a Differential Calculus Teaching Perspective

### 🔟 María Fernanda Mora Casasola

fercan.fernanda@gmail.com Universidad Latinoamerica de Ciencia y Tecnología San José, Costa Rica

Recibido: 1 setiembre 2022 Aceptado: 15 abril 2023

Resumen: El uso de recursos educativos digitales en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial es cada vez más frecuente. Esta implementación se presenta como una alternativa para la construcción de aprendizajes innovadores y significativos de las diversas temáticas. Este análisis consiste en una revisión sistemática para conocer cuáles son los recursos educativos digitales que han sido utilizados en los últimos cinco años en cálculo diferencial y la justificación de tal uso. Para el estudio, se consultaron tres repositorios en los que fueron seleccionados treinta artículos en total. Entre los resultados, se destaca la creciente sistematización de experiencias relacionadas con este tema y la importancia de la incorporación de estos recursos como un medio para romper con los paradigmas tradicionales que predominan en la enseñanza del cálculo. A partir de la revisión, a nivel general se considera importante que les sea provean los recursos económicos necesarios para que las instituciones educativas adquieran los equipos adecuados para docentes y estudiantes, que se promueva la formación de profesores en el uso de estos recursos y por último, que la implementación de tales recursos sea adecuada a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

Palabras Clave: recursos digitales, educación superior, cálculo, enseñanza.

**Abstract:** The use of digital educational resources in the teaching and learning process of Differential Calculus is increasingly frequent. This implementation is an alternative for the construction of meaningful learning of various topics, as well as for the reduction of high dropout rates. This analysis consists of a systematic review to know what digital educational resources have been used in the past five years in differential calculus and the justification for such use. For the study, three repositories were consulted, in which thirty articles in total were selected. The results include the growing systematization of experiences related to this topic, and the importance of incorporating these resources as a way to break with the traditional paradigms that prevail in the teaching of calculus. Based on the review, it is generally important for educational institutions to acquire appropriate equipment for both teachers and students, to promote teacher training in the use of these resources, and to make implementation appropriate to the students' learning needs.

Keywords: digital resources, higher education, calculus, teaching.

# 1. Introducción

La implementación de los recursos educativos digitales en contextos universitarios es toda una realidad. También los debates en torno a la eficacia y potencialidad de su uso son más frecuentes, debido, entre otras cosas, a las múltiples modificaciones y/o adaptaciones que tienen que ser realizadas a nivel educativo. Autores como Coll et al. (2008) reafirman lo anterior, e indican que es necesario realizar estudios para medir el impacto de tales recursos en el proceso educativo.

Losada et al. (2020) definen los recursos educativos digitales como elementos o materiales en formato digital que son distribuidos para ser utilizados en el proceso enseñanza-aprendizaje por profesores, estudiantes e investigadores.

De esta forma, el uso de recursos educativos digitales representan una estrategia didáctica construida o seleccionada con base en una intencionalidad formativa en la que se vincula el componente tecnológico.

El uso de recursos digitales implica realizar una serie de cambios que repercuten no solo a nivel curricular, sino también en el rol que debe tener cada partícipe del proceso educativo. Para Maguiño et al. (2020) los estudiantes se vuelven gestores de su aprendizaje, mientras que el profesor es un facilitador y colaborador del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En el caso específico del profesor, de acuerdo con Álvarez-González y García-Carpintero (2014), uno de los primeros cambios que debe realizar es la orientación de su práctica, ya que esta necesariamente debe estar pensada con base en las implicaciones que tendrá la aplicación de estas herramientas en la dinámica diaria de su clase. Esto representa uno de los elementos más importantes de esa transición, debido a que si los recursos no son utilizados adecuadamente se puede incidir en reforzar prácticas fundamentadas sobre paradigmas tradicionales.

Al profesor, según Teske (2007), le es requerido también conocer el lenguaje multimedia que emplean los medios digitales, crear nuevas estrategias de evaluación que se adapten a las actividades empleadas y, sobre todo, aprovechar los beneficios que los diferentes recursos pueden aportar para la enseñanza. Jiménez y Jiménez (2017) agregan que, el profesor debe elaborar estrategias que despierten el interés por aprender matemáticas, y la tecnología puede ser una herramienta que permite que los jóvenes construyan su propio conocimiento.

Específicamente, el proceso de enseñanza de Cálculo Diferencial comúnmente es marcado por altos índices de reprobación. Esta realidad ha sido señalada por varios autores, entre ellos Medina et al. (2018), quienes indican que los estudiantes latinoamericanos, al compararlos con los de países desarrollados, muestran un rezago en su rendimiento estudiantil y no alcanzan los conocimientos básicos requeridos para afrontar los desafíos que representa la educación universitaria.

Se trata de una cuestión multidimensional porque está relacionada con las fragilidades formativas de los estudiantes, la poca formación de conocimientos pedagógicos de los docentes, además de la naturaleza compleja de los diferentes temas abordados en el curso.

Debido a esta situación el desafío que se le coloca al profesor es el dominio y comprensión de nuevos conocimientos para poder establecer nuevos procesos de mediación y diálogo que permitan la traducción de los conceptos matemáticos a un lenguaje más comprensible, de forma tal que el estudiante pueda apropiarse de ellos. Los señalamientos anteriores tienen que ver con la elaboración de estrategias y la organización de los contenidos, con el fin de que los estudiantes puedan entender los principios fundamentales del cálculo.

Algunas de las estrategias que se han estado implementando en los últimos años en los diferentes niveles es el uso de los recursos educativos digitales. De acuerdo con García-González y Solano-Suárez (2020) estos recursos son importantes para establecer relaciones entre los objetos matemáticos en la

Planteamiento del problema 3

medida en que pueda familiarizarse con ellos, convirtiéndolos en tangibles, observables y manipulables, como ventaja sobre la enseñanza tradicional donde generalmente estos objetos son más abstractos.

Debido a que estas herramientas le permiten al usuario una variada cantidad de opciones para visualizar, diseñar, escuchar y comprender las diferentes temáticas, les ha permitido posicionarse como una opción casi necesaria para la enseñanza de la matemática. Al respecto, Teske (2007) complementa que las experiencias de enseñanza desarrolladas con las tecnologías en el aula, ha demostrado que son altamente motivantes y eficaces para ciertos aprendizajes, comparadas con otros procesos tradicionales de enseñanza impresos.

Siendo así, los recursos educativos digitales representan una herramienta didáctica que puede ser utilizada como medio para la construcción del conocimiento matemático. Se trata de medios elaborados con diferentes intenciones formativas, que son empleados para dar soporte a los diferentes escenarios que son creados por los docentes.

# 2. Planteamiento del problema

Debido a la relevancia del tema de la implementación de recursos digitales se propone la presente revisión sistemática de la literatura, que tiene como objetivo analizar cuáles son los recursos educativos digitales empleados por los profesores de cálculo diferencial entre los años 2018 a 2022 en América Latina. Dentro de las preguntas relevantes para la investigación se tienen: ¿cuáles son los recursos educativos tecnológicos implementados? ¿cuáles han sido los alcances/limitaciones de la implementación de esos recursos? y ¿cuáles son las estrategias de enseñanza que se han elaborado a partir del uso de los recursos digitales?

# 3. Marco metodológico

## 3.1. Concepción metodológica de la investigación

La revisión sistemática es definida por García-Perdomo (2015) como la evaluación ordenada y explícita de la literatura a partir de una pregunta clara de investigación, junto a un análisis de acuerdo a diferentes herramientas y un resumen cualitativo de la evidencia. Por lo que la revisión representa una forma de recopilar y sintetizar la evidencia científica sobre un tema, con base a una pregunta u objetivo.

Cuando es establecido el tema sobre el cual será realizada la revisión son definidos los criterios de búsqueda, que son divididos en criterios de inclusión y de exclusión. Una vez hallados los registros es necesario filtrar nuevamente los artículos para que cumplan con todas las condiciones delimitadas anteriormente.

Para el análisis crítico de los estudios, así como para la síntesis de los resultados, según autores como Binda y Balbastre-Benavent (2013) es necesario utilizar técnicas que permitan integrar los resultados cuantitativamente o cualitativamente. La revisión termina con la elaboración de conclusiones en las que se incluye la cantidad de trabajos encontrados, la homogeneidad de los mismos y la posible generalización de los resultados hacia otros entornos.

Para el caso particular de esta revisión, los motores de búsqueda utilizados, debido a la diversidad y cantidad de artículos que pueden ser hallados son: EBSCO, SciELO y Mendeley. En cuanto a las cadenas de búsqueda se utilizaron los siguientes tesauros: recursos educativos en matemática, enseñanza

del cálculo y herramientas digitales en cálculo diferencial. Las anteriores se utilizaron para abordar la mayor cantidad de recursos en diferentes fuentes.

Una vez identificadas las cadenas de búsqueda son definidos criterios de inclusión y exclusión para filtrar los documentos que serán analizados (ver tabla 1).

**Tabla 1:** Criterios de inclusión y exclusión. Elaboración propia.

Inclusión	Exclusión
<ul> <li>Año de publicación 2018- 2022</li> </ul>	<ul> <li>Artículos diferentes del rango de años establecido.</li> </ul>
<ul> <li>Artículos empíricos, resultados de congresos</li> </ul>	<ul> <li>Libros, tesis, artículos no empíricos</li> </ul>
<ul><li>El artículo contiene las palabras claves establecidas</li><li>Idiomas: español, inglés y</li></ul>	<ul> <li>El artículo no contiene las palabras claves estableci- das</li> </ul>
portugués  En el resumen se indica los	<ul> <li>Idiomas diferentes del es- pañol, inglés y portugués</li> </ul>
recursos y la justificación de su uso	<ul> <li>No se indica con claridad la justificación del uso del recurso educativo</li> </ul>
<ul> <li>La implementación de los recursos a nivel superior en cálculo diferencial.</li> </ul>	<ul> <li>La implementación del re- curso no se realiza a nivel superior ni en en cursos de cálculo diferencial</li> </ul>

Una vez aplicados estos criterios se identifican los documentos, en la tabla 2 se recopila la cantidad y porcentaje de artículos seleccionados.

**Tabla 2:** Cantidad y porcentaje de artículos por categoría. Elaboración propia.

Categoría	Cantidad de artículos	Porcentaje
Recursos educativos en matemática	7	23 %
Enseñanza del cálculo	16	54 %
Herramientas digitales en cálculo diferencial	7	23 %

En la figura 11 se muestra el proceso de identificación e inclusión de los artículos.

Resultados 5

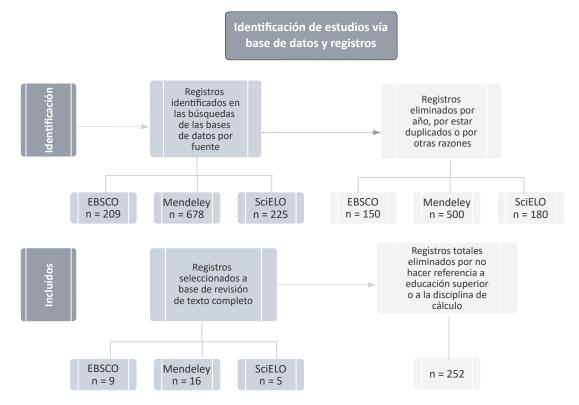


Figura 1: Identificación e inclusión de artículos. Elaboración propia.

# 4. Resultados

Con el fin de visualizar de manera sistemática la información hallada y para cumplir con el objetivo establecido en este artículo, fueron construidas tres categorías dentro de las cuales se agruparon los artículos. Cada una de ellas, así como el análisis de la información de los artículos se detalla a continuación.

#### 4.1. Categoría 1: recursos educativos en matemática

En esta categoría son incluidos aquellos documentos que hacen referencia a la construcción de algún recurso educativo para la enseñanza de la matemática. Son contemplados también aquellos artículos donde se hace referencia a recursos disponibles en la web que son utilizados para presentar los contenidos de la disciplina de una forma diferente, lejos del uso de un libro de texto o material impreso, o también aquellos donde se presenta el impacto del uso y la apropiación de estos recursos en la enseñanza a nivel superior. En la tabla 3 son detallados los artículos.

El primer recurso indicado es Wolfram Software, el cual ha sido utilizado como un complemento pedagógico para el proceso de enseñanza de matemática. Dentro de las funciones con los que cuenta Wolfram se encuentra "notebooks", en el cual es posible visualizar texto, gráficas, cálculos, diferentes interfaces, entre otros. En el caso particular presentado en este primer documento, el Wolfram es utilizado para un caso experimental de la "Red Nacional de Investigación y Educación del Ecuador". Dentro de las ventajas destacadas por los autores Barba-Guaman et al. (2018) se encuentra que mediante el uso de recursos en sala de aula los estudiantes practican habilidades tales como programación, búsqueda, trabajo en grupo e interpretación de resultados.

Entre los recursos más frecuentemente empleados en diferentes instituciones educativas para presentar y organizar los cursos se encuentra Moodle. Algunas de las características resaltadas por los autores del segundo artículo Romero y Hernández (2018) es la posibilidad de presentar una variedad

Autor(es)	Características	Uso y apropiación
Barba-Guaman, Quezada-Sarmiento, Calderon-Cordova, Sarmiento-Ochoa, Enciso, Luna-Briceno y Conde-Zhingre (2018)	Wolfram Mathematica es una aplicación sobre sistemas computacionales.	Wolfram Software se utiliza para la comprensión de lectura en matemática. Permite programar, buscar, trabajar en grupo e interpretar resultados.
Romero y Hernández (2018).	Moodle es una plataforma de gestión del aprendizaje.	Los aprendices trabajan juntos on-line en la resolución de problemas.
Barradas (2021)	Las herramientas tecnológicas son: económicas, legales, científicas, formativas y actualizadas.	Los estudiantes valoran más las actividades integradoras y colaborativas.
Del Río (2020)	Geogebra ofrece numerosas posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.	La creación de recursos educativos requiere saberes didácticos, pedagógicos y de programación.
Lema (2018)	Las simulaciones dinámicas son una herramienta complementaria para profundizar los temas de cálculo.	Se pretende modificar y renovar la forma tradicional de enseñanza de cálculo.
Vitriago y Badillo (2020)	Webquest es un recurso de motivación para el aprendizaje.	Representa un recurso para presentar materiales didácticos.
Caseres, Pereira y Pereira (2019).	El foro permite compartir reflexiones, búsquedas, hallazgos y conocimientos.	Estrategia de mediación que permite compartir información, es un medio de comunicación asertivo y fluido.

de actividades donde los estudiantes puedan, por medio de una secuencia didáctica, encontrarle sentido y utilidad a temas como la derivada. El uso del Moodle por ejemplo, permite, según los autores citados, estimular la interacción entre estudiante-estudiante y estudiante-profesor, lo que genera un proceso de aprendizaje más colaborativo. Así mismo, se destaca la importancia de estas estrategias para contribuir de manera favorable el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, el tercer artículo está relacionado con el impacto de los recursos digitales como apoyo en la enseñanza del cálculo para disminuir la reprobación. Para analizar dichos impactos, Barradas (2021) destaca la importancia del uso de diferentes recursos para promover el aprendizaje activo, en el cual, la figura del estudiante es ser un ente protagónico en la adquisición del conocimiento. Dentro de la lista de recursos digitales transmisivos, activos e interactivos, se encuentran: Geogebra, software Mathematica, simuladores y juegos, videoconferencias y videos, sitios en internet, bibliotecas virtuales, entre otros. Dentro de estos recursos, según el autor, los preferidos son los digitales transmisivos tales como el manejo de tutorías y sitios web, mientras que los videos son los materiales más utilizados para la consulta.

Una herramienta muy utilizada por su versatilidad y fácil uso es Geogebra. En el cuarto artículo, Del Río (2020) lleva a cabo una búsqueda de los diferentes recursos disponibles en el repositorio de Geogebra que están dirigidos a la enseñanza del cálculo, y que tienen como objetivo enriquecer la actividad en el aula. Para Del Río (2020) las representaciones con las que se trabaja en relación a un determinado objeto matemático condicionan el modo de conocerlo y comprenderlo, así como el significado que se le atribuye al mismo. De ahí que sea necesario por parte de los docentes, el conocimiento de un conjunto de saberes didácticos, pedagógicos y de diseño para no sólo seleccionar, sino también para crear aplicaciones con una intencionalidad matemática específica.

Otro de los recursos que pueden ser aprovechados por los docentes son las simulaciones dinámicas. Según Lema (2018) las simulaciones permiten una fácil manipulación, haciendo que el estudiante se interese por su utilización y explotación, permitiéndole una mayor asimilación de conocimientos. Estos recursos representan una forma de romper con el modelo de enseñanza clásica y habitual del cálculo donde predomina la terminología y el uso del álgebra.

El Webquest fue utilizado como un recurso para presentar una serie de actividades e información relacionadas con los temas de cálculo diferencial. Para Vitriago y Badillo (2020) el Webquest permite a los docentes multiplicar las posibilidades en el ámbito educativo, pues supone una forma de utilizar didácticamente internet y plantear tareas donde la mayoría de los recursos se encuentran en la red. Estructurada con una secuencia lógica, este recurso le permite al estudiante analizar, sintetizar y comparar los contenidos presentados.

Un último recurso mencionado en los artículos seleccionados es el foro, el cual fue utilizado para analizar las diferentes temáticas abordadas en el curso de cálculo. Con esto, el aprendizaje es colaborativo porque se logra a través de la interacción de los diferentes actores del proceso educativo. Para Caseres et al. (2019) el foro reúne características que pueden contribuir al control de diversos aspectos necesarios en el aprendizaje matemático, entre ellos la revisión permanente de conocimientos previos para la conformación de nuevos aprendizajes.

Son diversos los recursos educativos implementados en la enseñanza del cálculo. Esto refleja la importancia que los docentes le están dando a su uso como un complemento de su práctica diaria. Dentro de los recursos, predominan aquellos que permiten la exploración visual, la escucha y manipulación, de forma que se deja de lado la reproducción mecanicista de la matemática, que por tanto tiempo ha estado instaurada en la educación superior.

Es importante que en disciplinas como el cálculo diferencial y sobre todo con temas de aplicaciones, se generen entornos de aprendizaje basados en estrategias que permitan al estudiante reflexionar, ser crítico y constructor de su propio proceso de aprendizaje.

En términos generales, con respecto a la relación entre la satisfacción y el rendimiento académico, se encontró que existe una estrecha relación, ya que la interacción estudiante-estudiante, así como estudiante-profesor juega un importante papel en el desempeño del aprendizaje. Con respecto al desarrollo del trabajo en línea, se encontró que la forma en como se presentó la información ayudó en general a mejorar los resultados de los cursos de cálculo.

La innovación en la forma de enseñar el cálculo empleando nuevos recursos genera en el estudiante

mayor interés, una gran participación y la posibilidad de incrementar el aprendizaje autónomo, mejorando con esto la percepción de que las matemáticas son difíciles para los estudiantes. Así el proceso de enseñanza y aprendizaje apoyado de recursos educativos y con la orientación asertiva del docente, motiva a los estudiantes a aprender, potencia las habilidades matemáticas de interpretación, modelación de situaciones matemáticas y la ejecución de procedimientos para dar solución a los diversos problemas de cálculo diferencial.

# 4.2. Categoría 2: enseñanza de cálculo

Esta categoría fue creada para recopilar en la tabla 4, aquellos artículos en los cuales se incluyan las experiencias en diferentes entornos educativos que hacen referencia a la implementación de estrategias didácticas para la enseñanza del cálculo.

Tabla 4: Categoría 2: enseñanza de cálculo. Elaboración propia.

Autor(es)	Concepción	Dificultades aprendizaje
Portillo-Lara, Ávila-Sandoval, de los Ángeles Cruz-Quiñones y López-Ruvalcaba (2019)	Geogebra permite la comprensión del concepto de derivada.	Es difícil explicar los conceptos del cálculo sin que los alumnos desarrollen habilidades visuales.
Salgado Friol, Ibáñez Fernández, Rigual Delgado, Ramírez Vale, Padrón Monzón y López Escalona (2020)	La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas requiere la introducción de métodos para que el estudiante sea constructor de su conocimiento.	En la comprensión de los contenidos debido a la insuficiente enseñanza precedente y la falta de metodología.
Soto y Toscano (2019)	Innovando el proceso de enseñanza del cálculo los resultados de aprendizaje mejoran.	-
Sosa, Jaime y Pérez (2019)	La enseñanza debe estar orientada al desarrollo de capacidades como la investigación.	Se evidencian insuficiencias de la resolución de problemas.
Martínez- Palmera, Combita-Niño y De-La-Hoz- Franco(2018)	La tecnología estimula el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas y conceptos matemáticos.	Dificultades en la interpretación y modelación de problemas.

Hernández, Montalvo, Hernández y Ballesteros (2021).	La enseñanza de la derivada, implican acciones que no forman parte de los programas de estudio.	Temas por la omisión del uso de estrategias didácticas con tecnología.
Guilcapi, Martínez, Borja, Guilcapi (2019)	Matlab es una herramienta para la enseñanza dinámica del cálculo.	Debilidades en el uso y aplicación de las Tics en los procesos de educación superior.
Ríos, Bernal, Gutiérrez, Gutiérrez (2020)	La enseñanza de la matemática requiere estrategias de enseñanza aprendizaje que contribuyan a una mejor comprensión de sus teorías.	La estrategia formativa de cálculo para las ingenierías se convierte en un proceso complejo.
Colquepisco (2019)	La incorporación de softwares cambia el entorno del estudiante a un ambiente nuevo de participación.	Se presenta un patrón de insuficiente beneficio en la enseñanza de matemática.
Pineda, Hernández y Avendaño (2021)	El software educativo es una alternativa para consolidar un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas.	Cálculo exige un alto grado de abstracción. Esto limita la visualización y manejo de los conceptos.
Gutierrez (2018)	La enseñanza del cálculo debe incorporar prácticas para explorar conceptos y reproducir procesos de modelación.	Los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje por la falta de motivación, por los contenidos o por porque las prácticas de enseñanza no son las adecuadas.
Ballesteros- Ballesteros, Rodríguez- Cardoso, Lozano-Forero (2021).	El uso de dispositivos móviles como herramientas tecnológicas puede cambiar la dinámica tradicional de clase.	Las tecnologías digitales no pueden impulsar un cambio significativo por sí solas.
Aguilar-Salinas, Fuentes-Lara, Justo-López y Martínez-Molina (2021).	La implementación de la tecnología se ha convertido en un medio para apoyar al docente en este proceso.	Se evidencian dificultades en procedimientos basados en manipulaciones matemáticas.

Ballesteros, Lozano, Rodríguez (2020)	Se destacan dos perspectivas epistemológicas: una concibe la tecnología como un recurso y otra que asigna un rol reorganizador de este proceso.	Los estudiantes poseen intereses disímiles por lo que es necesario buscar opciones que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje.
Ruiz (2019)	Las prácticas educativas deben adaptarse a los cambios sociales, con la finalidad de acercarse a los alumnos y aprovechar las ventajas que brindan estos cambios.	Por la falta de hábitos de estudio; las estrategias de los profesores; el uso incorrecto de la información y de los recursos y la falta de motivación y concentración

Para Reynoso et al. (2014) la estrategia formativa de cálculo para las ingenierías se convierte en un proceso complejo porque debe configurarse de acuerdo con objetivos que permitan el cumplimiento de encargos sociales. Esos encargos requieren por parte de los profesionales, la implementación de una serie de capacidades técnicas que les permitan responder a las múltiples demandas que son parte de un mundo cada vez más exigente y competitivo.

Aunado a eso se tiene la diversidad de intereses y necesidades de los estudiantes, que influyen en la forma en cómo se lleva a cabo el proceso, referente a esto Ballesteros et al. (2020) indican que en la actualidad los estudiantes poseen intereses disímiles, por lo que es necesario buscar opciones que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje.

A lo anterior se suma una serie de dificultades que son frecuentemente resaltadas cuando se hace alusión a la enseñanza del cálculo. Dificultades relacionadas con la complejidad de los temas que son trabajados en cálculo. Al respecto de ese tema Pineda et al. (2021) mencionan que la particularidad del aprendizaje del cálculo exige un alto grado de abstracción. Esto limita a los estudiantes a la visualización y manejo de los conceptos abordados, lo que provoca confusión, errores y dificultades para abordar la solución de problemas.

Otra de las dificultades tiene que ver con el grado de dificultad de los ejercicios que se pueden trabajar debido a la cantidad de procedimientos que estos requieren. Diversos autores hacen referencia a este tema, por ejemplo, Martínez-Palmera et al. (2018) señalan que un alto porcentaje de los estudiantes que ingresan a la educación superior presentan dificultades en esta área, específicamente en la interpretación y modelación de problemas.

Por su parte, Aguilar-Salinas et al. (2021) apuntan a que se han encontrado investigaciones que evidencian dificultades en procedimientos matemáticos basados en manipulaciones matemáticas. También en diferentes temas se han descuidado los aspectos conceptuales y las relaciones entre matemática y otras áreas. Lo anterior es complementado por Gutiérrez (2018), quien indica que en general, los estudiantes de ingeniería presentan dificultades en el aprendizaje y eso se debe a la falta de motivación por los mismos contenidos, o porque las prácticas de enseñanza en el aula no son las adecuadas, lo que a veces termina con un bajo rendimiento académico de los estudiantes cuyas competencias adquiridas son mínimas, o por debajo de las requeridas para cursar asignaturas de mayor complejidad.

Adicionalmente Ruiz (2019) le atribuye estas dificultades a factores como, la falta de hábitos de estu-

dio, las estrategias de los profesores, el uso incorrecto de la información y de los recursos obtenidos de internet, y falta de motivación y concentración de los estudiantes. Al señalamiento de la falta de formación pedagógica por parte de los docentes, se unen autores como Salgado- Friol et al. (2020) quienes apuntan que existe una dificultad general en la comprensión de contenidos matemáticos debido a la insuficiente enseñanza precedente y la falta de metodología. Mientras que Martínez-Palmera et al. (2018) indican que los problemas de aprendizaje no se limitan sólo a las dificultades que puedan presentar los estudiantes, sino que hay que compartirlos con la forma de enseñanza.

Este último problema, relacionado con el ejercicio de la docencia, debe ser enfrentado por las universidades, las cuales deben establecer lineamientos generales de contratación de profesores que tengan formación no sólo en la parte técnica sino también parte pedagógica. La idea de que quien sabe la materia, sabe enseñarla, ha permitido que, por mucho tiempo, se desprestigie la carrera docente, disminuyendo la importancia del uso de los componentes pedagógicos durante la mediación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Siendo así, la enseñanza del cálculo diferencial se ha visto marcado por el desarrollo de actividades que promueven la repetición de fórmulas, la memorización y elaboración de procesos mecánicos y la ejecución de problemas descontextualizados donde solamente se requiere aplicar una fórmula repetitiva. Esa crítica la realiza Colquepisco (2019) al señalar que se presenta un patrón de insuficiente beneficio en la enseñanza superior en el área de matemática. Algunas de las causas son la restricción del uso de los recursos didácticos, el uso exorbitante de la pizarra, limitados recursos bibliográficos, una metodología tradicional y la no inserción de las novedades tecnológicas en el aula.

Sin embargo, algunos docentes, han marcado la diferencia mediante la implementación de estrategias didácticas en las que se promueva la participación del estudiante como principal agente de su proceso de aprendizaje, en respuesta a lo resaltado por Salgado-Friol (2020) quienes destacan la importancia de que la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas requiere la introducción de métodos que permitan que el estudiante sea constructor de su propio conocimiento.

Otros autores que hacen referencia a este tema son Sosa y Pérez (2019) que sugieren que el proceso de enseñanza debe estar orientado al desarrollo de las capacidades necesarias para la formación de la competencia profesional investigativa y para el desarrollo de la cultura del aprendizaje permanente. Mientras que Ríos et al. (2020) comentan que la enseñanza de la matemática requiere ser complementada con la aplicación de estrategias de enseñanza aprendizaje que contribuyan a una mejor comprensión de sus teorías.

Como parte de las estrategias de enseñanza implementadas en los diferentes artículos se encuentra la elaboración de actividades en las que el estudiante, por medio de la observación de un patrón, o como resultado de la manipulación de una herramienta le es posible establecer resultados importantes para la construcción de conceptos del cálculo diferencial. Al respecto Portillo-Lara et al. (2019) comentan que es difícil explicar los conceptos del cálculo como función, límite, derivada e integral sin que los alumnos desarrollen habilidades visuales ligadas a la construcción de estos temas. Siendo así, en los artículos seleccionados predomina la exposición de experiencias vinculadas a la modelación matemática como estrategia de construcción del conocimiento. Esto cambia completamente la visión del cálculo, porque la tendencia estaba dirigida a la demostración de teoremas y la resolución de ejercicios a través de fórmulas.

Dentro de los impactos de incorporar estas estrategias, autores como Aguilar-Salinas et al. (2021), Ballesteros et al. (2020), Ruiz (2019) y Gutiérrez (2018) evidenciaron que existen diferencias significativas entre un estado inicial y final de la experiencia, los estudiantes mejoraron su capacidad de análisis e interpretación de los datos, de la misma forma, la capacidad de búsqueda, análisis y reflexión de problemas fue estimulada. Como complemento los autores Hernández et al. (2021) resaltan la importancia de abordar contenidos históricos y hacer uso de estrategias didácticas donde se incluya la tecnología para evitar la dificultad de la disciplina de cálculo.

Cabe resaltar que en ninguna de las experiencias desarrolladas se hace alusión a que fue necesario realizar alguna modificación a nivel de programas de estudio para la implementación de tales estrategias. También, dentro de los temas trabajos en orden de prioridad se tiene: derivadas, límites e integrales.

Ahora bien, estas estrategias están directamente relacionadas con la incorporación de la tecnología, lo que responde a lo expuesto por Ruiz (2019) quien rescata que las prácticas educativas deben adaptarse a los cambios sociales, con la finalidad de acercarse a los alumnos y aprovechar las ventajas que brindan estos cambios.

Autores que mencionan la importancia de la tecnología como herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje se tienen a Pineda et al. (2021) quienes comentan que el empleo del software educativo es una alternativa para consolidar un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas. O Martínez-Palmera et al. (2018) que agregan que el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas estimula el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas y la comprensión de los conceptos matemáticos.

Por su parte, Gutiérrez (2018) acrecienta que es importante el desarrollo de estrategias didácticas para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de temas de cálculo, a partir de recursos digitales, los cuales les permitan a los estudiantes realizar prácticas dinámicas e interactivas para explorar conceptos y reproducir procesos de matematización y modelación para mejorar y fortalecer procesos de pensamiento variacional.

Como resultado de esta implementación Soto y Toscano (2019) resaltan que se puede tener los beneficios de mejorar significativamente los resultados del aprendizaje, entre tanto, Ballesteros-Ballesteros et al. (2021) comentan que estas herramientas, correctamente implementadas, pueden cambiar la dinámica tradicional de clase y proponer una definición alternativa de educación que reconozca en el estudiante, más autonomía y más independencia.

Otro aspecto a considerar es la orientación sobre la cual está creada o implementada estas estrategias, a modo general, Ballesteros et al. (2020) destacan que existen dos perspectivas epistemológicas, la primera que concibe la tecnología como un recurso para el desarrollo de procesos de modelado, y la segunda donde las tecnologías digitales son fundamentales para desarrollar experimentos y simulaciones que promuevan diversos tipos de participación de los estudiantes. Autores como Aguilar-Salinas et al. (2021) se posicionan al respecto de este tema al señalar que las estrategias didácticas deben estar orientadas al desarrollo del pensamiento matemático, haciendo énfasis en la apropiación de los conceptos base y su aplicación.

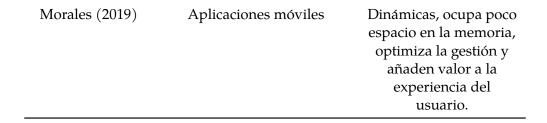
Por otro lado, autores como Granados et al. (2020) indican que el hecho de que el uso de la tecnología en los diferentes espacios educativos sea toda una realidad implica la apertura de una nueva necesidad en la formación del docente, el cual debe fortalecer sus habilidades en relación al uso adecuado de estas herramientas. Ese uso no se restringe a conocer la estructura y funcionalidad de la herramienta, sino también tiene que ver con la elaboración de actividades con objetivos específicos que le permitan al estudiante aprovechar estos insumos para apropiarse de los contenidos específicos de la materia. Tal como se indicó anteriormente, de nada funcionan estas herramientas si no se tiene por detrás una intencionalidad clara sobre su uso en la enseñanza.

#### 4.3. Categoría 3: herramientas digitales en cálculo diferencial

En esta categoría son agrupados en la tabla 5 aquellos artículos relacionados con la efectividad, beneficios e importancia de las herramientas digitales para el estudio de temas del cálculo diferencial.

**Tabla 5:** Categoría 3: herramientas digitales en cálculo diferencial. Elaboración propia.

Autor(es)	Herramientas	Características
Portillo-Lara, Ávila-Sandoval, de los Ángeles Cruz-Quiñones y López-Ruvalcaba (2019)	Geogebra	Trabaja en una misma ventana los aspectos algebraicos, numéricos y gráficos de un concepto matemático
Salgado Friol, Ibáñez Fernández, Rigual Delgado, Ramírez Vale, Padrón Monzón y López Escalona (2020)	Geogebra	Programa dinámico que combina elementos de aritmética, geometría, álgebra, análisis, cálculo, probabilidad y estadística.
Soto y Toscano (2019)	Aplicación móvil (OPApp)	Herramienta que permite complementar y repasar la temática desde cualquier lugar y momento.
Ibarra, Fuentes, Portillo, Castro (2018)	Geogebra	Geogebra en el celular presenta los registros de forma algebraica y gráfica
Bayés, Del Río y Costa (2018)	Geogebra	Utilizado como una herramienta de experimentación y exploración matemática.
Ruiz, Gutiérrez y Garay (2019)	Dispositivos móviles	Permite realizar operaciones, graficar, tiene cámara de video contiene softwares para solucionar ejercicios.
Berumen, Acevedo y Reveles (2021)	App de RA	Combina lo real y lo virtual, es interactivo y se registra en 3D.
Colquepisco (2019)	Geogebra	Presenta una variedad y cantidad de funcionalidades, como gráfica de funciones, trazados, áreas, etc.



Dentro de las herramientas digitales más implementadas para la construcción de escenarios de aprendizaje a nivel superior, una de las más mencionadas en los artículos es Geogebra, y esto se debe entre otras cosas a que según Portillo-Lara et al. (2019) permite trabajar en una misma ventana los aspectos algebraicos, numéricos y gráficos de un concepto matemático. Otros autores como Salgado-Friol et al. (2020) lo describen como un programa dinámico para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas que combina elementos de aritmética, geometría, álgebra, análisis, cálculo, probabilidad y estadística.

Por su parte Colquepisco (2019) rescata que Geogebra permite una sencilla manipulación, y un trabajo favorable y beneficioso. Puede ampliar la utilidad visual de tal manera que permite tener otra visión de las matemáticas, y presenta una variedad y cantidad de funcionalidades como gráfica de funciones, trazados, áreas, etc.

La versatilidad de Geogebra ha permitido que sea fácilmente aceptado tanto por docentes como por estudiantes ya que es posible acceder a cualquiera de sus versiones en computadoras, tabletas o celulares. Al respecto Bayés et al. (2018) indican que este programa y este conjunto de recursos fueron diseñados originalmente para computadoras y tabletas, sin embargo, Ibarra (2018) resalta la facilidad y versatilidad de la aplicación del celular, ya que permite hacer uso de dos tipos representación semiótica: algebraico y gráfico.

Como segunda herramienta mencionada se encuentran las aplicaciones elaboradas para el uso en los dispositivos móviles, o aquellas que ya se encuentran disponibles. Dentro de las ventajas Morales (2019) indica que se caracteriza por su dinamismo, al instalarse en minutos y ocupar poco espacio en la memoria del dispositivo, optimizan la gestión de los procesos y añaden valor a la experiencia del usuario. Entretanto Ruiz et al. (2018) señalan que es posible hacer uso de dispositivos móviles que son más económicos y de fácil acceso. Esta herramienta permite realizar operaciones, graficar, tiene cámara de video y además se puede hacer uso de softwares disponibles para solucionar ejercicios.

La rápida adopción de teléfonos inteligentes, posibilita utilizar los dispositivos de los propios estudiantes y docentes como herramientas destinadas a la enseñanza y aprendizaje de cálculo. Esto permite la aparición de nuevos modelos y metodologías de presentación de los contenidos, además propician nuevas dinámicas de interacción entre los actores educativos y favorecen el desarrollo de prácticas colaborativas.

A modo general, algunas de las herramientas que son mencionadas en los artículos, por la relevancia que han tenido debido a los múltiples beneficios para la enseñanza de temas de cálculo son: Photomath, Socratic, Derivate, Geogebra, Calculadora gráfica de Matlab, Symbolab, Cymath, Engineering mathematics, Microsoft Math, Derive, entre otros.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede considerar que Geogebra y algunas aplicaciones de dispositivos móviles poseen un alto potencial para ser utilizados en entornos educativos debido a la nueva dinámica que se establece dentro y fuera del aula. Sin embargo, esta implementación requiere tomar en cuenta la accesibilidad de las herramientas, porque muchos entornos no cuentan con las facilidades para adquirir una computadora. Afortunadamente Geogebra y otras herramientas son gratuitas y poseen versiones en dispositivos de más fácil acceso.

Conclusiones 15

#### 5. Conclusiones

Son variados los recursos que han sido hallados en esta búsqueda, y con ello también múltiples las experiencias encontradas. La tecnología como recurso educativo es toda una realidad, y hay quienes le atribuyen una serie de beneficios importantes tanto para estudiantes como para docentes. Si bien, es una temática que todavía debe ser más explorada, a través de la búsqueda realizada, los recursos educativos tecnológicos que predominan son aquellos que permiten la exploración y la manipulación por parte de ambos actores educativos. Algunos de estos recursos son: Wolfram Mathematica, Moodle, Geogebra y Matlab.

Dentro de los alcances evidenciados se encuentran la cantidad y variedad de recursos implementados. Esto permite, entre otras cosas, realizar más actividades integradoras y colaborativas. Sin embargo, son marcadas algunas limitaciones, como las relacionadas con el uso incorrecto de la información y de los recursos obtenidos de internet. También se reconoce que las tecnologías digitales no pueden impulsar un cambio significativo por sí solas, por lo que son necesarios una serie de cambios a nivel estructural, de formación de profesores, entre otros, para que de esta forma sean usados efectivamente.

Como parte de las estrategias de enseñanza se destacan, la posibilidad de presentar actividades donde los estudiantes puedan encontrarle sentido y utilidad a los temas de cálculo. Por último, con la incorporación de softwares se pretende modificar y renovar la forma tradicional de enseñanza de cálculo, esto requiere, un nuevo rol del estudiante y del profesor en el proceso educativo.

#### 6. Recomendaciones

La implementación de recursos educativos digitales representa un tema inacabado, porque hay quienes defienden su uso, mientras que otros se oponen a ello. Siendo así, cada docente tiene el reto de posicionarse ante su uso o no, y en caso de decidir incorporar tales recursos, debe estar dispuesto a capacitarse en el uso adecuado de los mismos.

Lo que si es una realidad, es el gran incremento de tecnologías disponibles, y con ello, mayor frecuencia de uso por parte de los estudiantes, quienes encuentran en estos recursos una vía para la resolución de problemas.

Debido a lo anterior, el gran reto que tiene el profesor es la apropiación de estrategias didácticas que le permitan identificar cuál es el mejor recurso a emplear de acuerdo a las características del contexto y a las necesidades de los estudiantes. Como se mencionó anteriormente, es poco el aporte que pueden dar estos recursos si se mantiene el patrón de prácticas ancoradas en el paradigma tradicional, caracterizado por la repetición y la memorización de fórmulas descontextualizas.

Así, el gran reto propuesto a los profesores es la construcción de actividades que permitan la apropiación de los conocimientos matemáticos, a través del empleo de recursos digitales. No se trata de dejar de lado la formalidad y rigor de la disciplina, sino de emplear otros lenguajes, otras formas que faciliten el aprendizaje del cálculo diferencial.

# 7. Bibliografía

[1] Aguilar-Salinas, W., Fuentes-Lara, M, Justo-López, A. y Martínez-Molina, A. (2021). Propuesta para el tratamiento de problemas de tasas de variación relacionadas mediante el uso de Geogebra: Un estudio de casos. Formación universitaria, 14(5), 95-106.

- [2] Álvarez-González, M. y García-Carpintero, E. (2014). La revisión bibliográfica en la investigación científica. Revista de Investigación en Educación, 12(2), 13-24.
- [3] Ballesteros-Ballesteros, V., Rodríguez-Cardoso, O. y Lozano-Forero, S. (2021). Conjeturación del teorema del valor medio para derivadas: Un acercamiento desde la detección de invariantes en dispositivos móviles con Geogebra. Cultura, Educación y Sociedad,12(1), 19-84.
- [4] Ballesteros, V., Lozano, S. y Rodríguez, O. (2020). Noción de aproximación del área bajo la curva utilizando la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra. Praxis & Saber, 11(26), 1-16.
- [5] Barba-Guaman, L., Quezada-Sarmiento, P., Calderon-Cordova, C., Sarmiento-Ochoa, A., Enciso, L., Luna-Briceno, T., and Conde-Zhingre, L. (13-16 June 2018). Using wolfram software to improve reading comprehension in mathematics for software engineering students [Presentación de paper]. Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI), Caceres, Spain. https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/8390719/proceeding.
- [6] Barradas, D. (2021). Recursos Digitales como apoyo en la enseñanza del cálculo. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 12(23), 1-27.
- [7] Bayés, A., Del Río, L. y Costa, V. (2018). Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso. [Presentación de paper]. Encuentro Internacional Virtual Educa, Buenos Aires, Argentina. https://virtualeduca.org/encuentros/argentina2018/.
- [8] Berumen, E., Acevedo, S. y Reveles, S. (2021). Realidad aumentada como técnica didáctica en la enseñanza de temas de cálculo en la educación superior. Estudio de caso. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 11(22),1-26.
- [9] Binda, N. y Balbastre-Benavent, F. (2013). Investigación cuantitativa e investigación cualitativa: buscando las ventajas de las diferentes metodologías de investigación. Revista de Ciencias económicas, 31(2), 179-187.
- [10] Caseres, E., Pereira, Z. y Pereira, L.(2019). Efecto del foro virtual sobre el aprendizaje de Cálculo Diferencial. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 21(1), 1-11.
- [11] Coll, C., Mauri, T. y Onrubia, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: una aproximación sociocultural. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 10(1), 1-18.
- [12] Colquepisco, N. (2019). Aprendiendo el cálculo diferencial e integral con Geogebra. Revista Killkana, 3(2),11-16.
- [13] Del Río, L. (2020). Recursos para la enseñanza del Cálculo basados en GeoGebra. Revista Do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo,9(1), 120–131.
- [14] García-González, L. y Solano-Suarez, A. (2020). Enseñanza de la Matemática mediada por la tecnología. EduSol, 20(70), 84-99.
- [15] García-Perdomo, H (2015). Conceptos fundamentales de las revisiones sistemáticas/metaanálisis. Urol Colomb. 24(1), 28-34.
- [16] Guilcapi, J., Martínez, J., Borja, M. y Guilcapi, L. (2019). Aplicación del software Matlab, como estrategia metodológica en la enseñanza-aprendizaje de cálculo de una variable a nivel superior de ingeniería de telecomunicaciones de la UTA. Explorador Digital, 3(1), 30-40.

Bibliografía 17

[17] Gutierrez, L. (2018). Enseñanza y aprendizaje de la derivada y el límite apoyada con recursos digitales. Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 5(2), 57-62.

- [18] Hernández, V., Montalvo, H., Hernández, H. y Ballesteros, L. (2021). La derivada perspectivas didácticas. South Florida Journal of Development, 2(2), 3118-3125.
- [19] Ibarra, E., Gómez, M., Fuentes, M., Portillo, M. y Castro, R.(2018). Geogebra en el celular como herramienta para clases de cálculo Diferencial. Congreso Internacional de Investigación Academia Journals, Juárez, México. https://www.academiajournals.com/pub-cdjuarez-2018.
- [20] Jiménez, J. y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Revista Electrónica Sobre Tecnología, Educación Y Sociedad, 4(7), 1-17.
- [21] Lema, M. (2018). Empleo de simulaciones dinámicas en Matlab como parte del proceso de enseñanza- aprendizaje de la derivada, integral definida y cálculo de volúmenes. Revista Científica y Tecnológica UPSE,5(1), 36-41.
- [22] Losada, M., Zapata, M. y Arango, S. (2020). Entorno virtual para cocrear recursos educativos digitales en la educación superior. Campus Virtuales, 1(1), 101-111.
- [23] Maguiño, M., Vela, S., Lozano, R. y Mendocilla, G. (2020). Tecnología en el proceso educativo: nuevos escenarios. Revista Venezolana de Gerencia, 25(92), 1809-1823.
- [24] Martínez-Palmera, O., Combita-Niño, H. y De-La-Hoz-Franco, E. (2018). Mediación de los Objetos Virtuales de Aprendizaje en el Desarrollo de Competencias Matemáticas en Estudiantes de Ingeniería. Formación universitaria, 11(6), 63-74.
- [25] Medina, N., Fereira, J. y Marzol, R. (2018). Factores personales que inciden en el bajo rendimiento académico de los estudiantes de geometría. Telos, 20(1), 4-28.
- [26] Morales, L. (2019). Aplicaciones móviles para fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje de cálculo integral. Revista Acta Educativa, 5(1),1-16.
- [27] Pineda, W., Hernández, C y Avendaño, W.(2021) Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. Praxis & Saber, 11(26), 1-19.
- [28] Portillo-Lara, H., Ávila-Sandoval, M. S., de los Ángeles Cruz-Quiñones, M. y López-Ruvalcaba, C.(2019). Geogebra y problemas de optimización. Cultura Científica y Tecnológica, 16(1), 5-11.
- [29] Reynoso, M., Castillo, J. y Dimas, M. (2014). La formación integral del estudiantado de ingeniería a través de la educación continua. Revista Electrónica Educare, 18(1), 77-96.
- [30] Ríos, J., Bernal, R., Gutiérrez, E. y Gutiérrez, E. (2020). Aplicación de una estrategia didáctica para la enseñanza de las integrales indefinidas y definidas en la carreta de Ingeniería. Revista Cognosis, 5(3),163-180.
- [31] Romero, J. y Hernández, P.(2018). Utilización del ABP en el tema aplicación de la derivada en ambiente B-Learning [Presentación de Paper]. Congreso Internacional de Investigación Academia Journals Tepic, Nayarit, México. https://www.academiajournals.com/pub-tepic-2018.
- [32] Ruiz, E, Gutiérrez, J. y Garay, L. (2019). Visualizando problemas de la derivada con aplicaciones en dispositivos móviles. Innovación educativa, 18(76), 39-67.

- [33] Salgado Friol, A., Ibáñez Fernández, M., Rigual Delgado, S., Ramírez Vale, R., Padrón Monzón, G. y López Escalona, E. (2020). Estrategia metodológica para el Cálculo Diferencial e Integral en la carrera Sistemas de Información en Salud. Revista Cubana de Informática Médica,12(1), 108-115.
- [34] Sosa, H., Jaime, O. y Pérez, A. (2019). Construcción del conocimiento de cálculo diferencial e integral contextualizado en ámbito de la profesión a partir de la modelación. Didasc@ lia: didáctica y Educación, 10(1), 63-76.
- [35] Soto, M. y Toscano, G. Aprendizaje del Cálculo Empleando las TIC en el Nivel Superior. [Presentación de paper]. Congreso Internacional de Investigación Académica Journals Celaya, Guanajuato, México. https://www.academiajournals.com/pub-celaya-2019.
- [36] Teske, E. (2007). Los discursos sobre las nuevas tecnologías en contextos educativos: ¿Qué hay de nuevo en las nuevas tecnologías? Revista Iberoamericana de Educación. 41(4), 1-12.
- [37] Vitriago, O. y Badillo, V. (2020). Webquest para el aprendizaje del contenido de derivadas por definición en la asignatura Cálculo a nivel universitario. Revista de Educación, 2(5), 110–121