



Parametrizando curvas mediante un hipermedio: una experiencia de cátedra

Parametrizing curves by means of a hypermedium: a teaching experience

Betina Williner

bwilliner@unlam.edu.ar
Departamento de Ingeniería e
Investigaciones Tecnológicas.
Universidad Nacional de La
Matanza. Argentina

Roxana Scorzo

rscorzo@unlam.edu.ar
Departamento de Ingeniería e
Investigaciones Tecnológicas.
Universidad Nacional de La
Matanza. Argentina

Adriana Favieri

afavieri@unlam.edu.ar
Departamento de Ingeniería e
Investigaciones Tecnológicas.
Universidad Nacional de La
Matanza. Argentina

Recibido: Mayo 24, 2018

Aceptado: Noviembre 10, 2018

Resumen. En el presente artículo describimos el diseño e implementación de un hipermedio sobre curvas dadas en forma paramétrica que utilizamos como recurso didáctico en el aula de Análisis Matemático I de carreras de ingeniería. Consideramos que la integración de la tecnología al currículo es fundamental. En este caso el recurso diseñado propició dos aspectos: como material didáctico de lectura no lineal y como facilitador de uso de software específico de matemática.

Mostramos los diversos aspectos que tuvimos en cuenta para su elaboración y algunos resultados de los objetivos de aprendizaje perseguidos en su implementación. Respecto a estos últimos el hipermedio fue adecuado para que los alumnos lograran distinguir el efecto que producen las diferentes parametrizaciones de un mismo lugar geométrico.

Palabras clave: hipermedio, software matemático, parametrización

Abstract. In this article we describe the design and implementation of a hypermedia on parametric curves that we use as a didactic resource in the Calculus I classes of engineering careers. We believe that the integration of technology into the curriculum is fundamental. In this case, the resource was designed in two ways: as non-linear reading didactic material and as a facilitator of the use of specific mathematics software.

We show various aspects that we took into account for its elaboration and some results of the learning objectives pursued in its implementation. With respect to the latter, the hypermedia was adequate for students to be able to distinguish the effect produced by the different parameters of the same locus.

KeyWords: hypermedia, mathematical software, parameterization

1.1 Introducción

La mayoría de los jóvenes universitarios nacieron en un mundo con internet y las tecnologías digitales son cotidianas en sus vidas. Resulta fundamental que los estudiantes se apropien de los distintos usos de la tecnología y así puedan abrirse a un camino de actualización permanente demandado por el mercado laboral. González (2016) señala al respecto

Se considera que la integración curricular de las nuevas tecnologías permite seguir construyendo una educación matemática orientada a la vida profesional; otorgando al alumno la capacidad de adaptarse a los distintos cambios que, sin duda, tendrá que enfrentar a lo largo de su carrera. (p.1).

Por un lado, contamos con nuevos materiales didácticos de soporte computacional de diferente índole: libros electrónicos, videos, apuntes de algún tema en particular y actividades. La manera tradicional de llegar a la información a través de libros de texto caracterizada por la linealidad se amplía a un lenguaje interactivo con predominancia en lo visual que nos propone otra forma de acercarnos a los contenidos. Por el otro lado, en el caso de la matemática, los softwares disponibles facilitan procesos como la visualización y la experimentación (Torroba, Etcheverry y Reid, 2009), el desarrollo de habilidades relativas a la argumentación (Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez, 2007), la interacción con pares (Macías, 2007; Pantoja, López, Ortega y Hernández, 2014), el acceso a representaciones más ricas de los objetos matemáticos (Del Río, Bucari, Sanz, 2015), la aplicación de estrategias de autorregulación por parte de los estudiantes en su proceso de aprendizaje (Berridi y Martínez, 2017), entre otros.

Como indican Rodríguez, Martínez y Lozada (2009) es función del docente establecer un vínculo entre sus alumnos y los avances tecnológicos. Somos docentes de Análisis Matemático I de las carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM), ubicada en la provincia de Buenos Aires, Argentina. La necesidad de repensar los materiales que utilizamos en clase y la de introducir el uso de tecnología en la materia, nos condujo a indagar sobre los llamados hipermedios. Este tipo de recursos fomenta el estudio independiente y autónomo del alumno, ya que es él quien organiza la información de acuerdo con sus conocimientos previos e intereses (Acosta, Maciel y La Red Martínez, 2008). Asimismo, el contenido no es presentado de manera estática, como en los medios tradicionales, lo que ayuda a la exploración y a la interacción con el mismo. De esta manera, además de favorecer la construcción de conocimiento, se promueve el desarrollo de habilidades propias de esta era digital como son el manejo de información, la evaluación y el análisis de la misma, la integración a saberes ya adquiridos, entre otras (Cabero, 1995; Cenich, 2006). A esto debemos agregar que uno de los objetivos de la cátedra es que el alumno aprenda algún software específico de matemática que lo asista en su tarea de la materia.

En este escenario presentamos una experiencia de cátedra en la que utilizamos un hipermedio denominado *Parametrizando curvas*. Sobre la base de un marco teórico consistente y de experiencias anteriores en la elaboración de hipermedios (Williner, Favieri, Scorzo, 2011; Scorzo, Favieri, Williner, 2014) diseñamos uno sobre curvas dadas en forma paramétrica con el propósito principal de que el alumno pueda comprender la influencia del parámetro en la generación de la curva (punto de inicio, orientación y velocidad de recorrido de la curva). Concordamos con Pizarro (2009) quien manifiesta "lograr que el alumno visualice los contenidos temáticos para el aprendizaje de Matemática es de fundamental importancia y la inclusión de tecnologías es una alternativa que puede ayudar a lograrlo"

(p.30).

El hipermedio fue utilizado en las comisiones de la materia Análisis Matemático I de carreras de ingeniería. El mismo recurso contiene preguntas y problemas que el alumno debe ir resolviendo con un software de matemática y con la finalidad de saber si comprendió el tema.

Mostramos las consideraciones de diseño que tuvimos en cuenta para elaborar el recurso, algunos resultados sobre las respuestas de los alumnos a las preguntas y problemas que debieron resolver con el software luego de recorrer el hipermedio y las reflexiones a las que arribamos.

1.2 Objetivos del artículo

- Describir el diseño del hipermedio *Parametrizando curvas* utilizado como dispositivo didáctico para la resolución de un trabajo práctico con uso de software.
- Mostrar algunos resultados de la implementación del recurso en la cátedra de Análisis Matemático I de carreras de ingeniería de UNLAM.

1.3 Marco teórico

Hipermedios

Definición. El primero en imaginar un dispositivo similar al hipertexto fue Bush (1945, citado en Salinas, 1994), quien ideó una especie de archivo y biblioteca en el que una persona almacena sus libros, ficheros y comunicaciones. Lo llamó Memex y en su época se pensaba que era una herramienta de ciencia ficción, ya que no existían las computadoras. Cuando Nelson (1965, citado en Salinas, 1994) acuñó el término hipertexto, como una forma de describir una red semántica de conocimiento, no habían sido diseñados aún el hardware y el software necesarios. Recién en 1974 Barthles (citado en Grau y Muelas, 2008) describió lo que se conoce hoy como hipertexto electrónico: "un texto compuesto por bloques de palabras (o imágenes) electrónicamente unidos en múltiples trayectos, cadenas o recorridos en una textualidad abierta, inacabada pero no incompleta, y descripta con términos como nodo, red, trama y trayecto" (p.8).

Salinas (1994) lo define como una "tecnología software para organizar y almacenar información en una base de conocimientos cuyo acceso y generación es no secuencial tanto para autores, como para usuarios" (párrafo 8). Cabero (1995) indica que se refiere a una organización no lineal y secuencial de la información, donde es el usuario el que decide el camino a seguir y las relaciones a establecer entre los diferentes bloques informativos que se le ofrecen, pudiendo en algunos casos comprobar nuevas relaciones no previstas por el diseñador del programa. Por su parte Espinoza, Grisales y Mayor (2010) definen hipertexto como "la combinación lógica entre computadores y texto. Es una interfaz para texto que permite hacer seguimiento a referencias cruzada". (p.108). Y agregan que el usuario puede seguir una referencia haciendo clic en una frase o imagen resaltada.

¿Qué características en común tienen todas estas definiciones sobre hipertexto?

- Es una tecnología software, es decir, utilizamos la computadora para almacenar información textual.
- Tiene una organización no secuencial o no lineal: podemos alcanzar los datos desde distintos puntos de acceso.
- Los bloques de información están conectados entre sí, lo que permite construir distintos itinerarios o diferentes tipos de navegación.
- El usuario-lector es el que elige cómo recorrer la información en función de sus intereses y necesidades, sus propios conocimientos, pudiendo decidir también sobre los sistemas simbólicos a través de los cuales considera más oportuno recibir la información (Cabero, 1995).
- Se pueden dar nuevas relaciones entre los bloques de información no previstas por el diseñador, todo esto dependiendo del nivel de libertad de movimiento que se le dé al usuario.

En la actualidad la información brindada en los nodos no sólo contiene texto, también se presentan en imágenes, audios, gráficos animados, etc., lo que actualiza el término hipertexto a hipermedio.

De acuerdo con las definiciones que analizamos, entendemos como hipermedio a *una colección de textos simples, imágenes, videos y/o animaciones, relacionados entre sí, que pueden ser seleccionados sin una secuencia preestablecida de manera no lineal, de acuerdo con las preferencias del usuario, que puede visualizarse y usarse en una computadora.*

Estructura de un hipermedio. Lamarca (2006) agrupa tres conceptos distintos que hacen referencia a diferentes aspectos del hipertexto:

- *Arquitectura estructural (nivel lógico):* forma de estructurar los directorios, archivos y documentos que conforman el hipermedio y que permiten establecer relaciones entre ellos. Tiene que ver con la estructura del conocimiento o estructura conceptual de la información ofrecida. Está relacionado con la forma de acceder a la información.
Es la manera de organizar todos los archivos relacionados con el tema y los objetivos del material hipermedial. Pueden incluirse textos, imágenes, gráficos, videos, animaciones, grabaciones o interactividades. En matemática la organización de dichos archivos depende del tema o contenido del hipermedio y del enfoque didáctico con el que el docente crea el material.
- *Arquitectura navegacional (nivel de usuario):* formas y herramientas de acceso a la información y navegación por los nodos de información contenida en los archivos y documentos, generalmente atendiendo a una estructura conceptual o temática.
Es la forma en que el creador del hipermedio estructura el recorrido de la lectura, seleccionando la conexión entre unidades de información. Esta organización no sólo depende del contenido y enfoque didáctico, sino también a la población a la cual va dirigido el material. No es lo mismo contar con usuarios experimentados en el uso de estos recursos que aquellos que lo hacen por primera vez.
- *Arquitectura funcional (nivel físico):* componentes, mecanismos y herramientas esenciales que hacen posible el establecimiento de la propia arquitectura estructural y navegacional del recurso.
Es la manera en la cual las dos arquitecturas anteriores se plasman utilizando herramientas informáticas. Esta arquitectura requiere la selección de software adecuado para la edición de texto, de simbología, de gráficos si los hubiere, etc. A su vez es necesario tener presente los alcances y

limitaciones de cada uno de los softwares a utilizar y en qué forma se realizará la presentación de este a los alumnos, de manera tal que sea lo más simple posible en cuanto a su uso.

Elementos. Dentro de la arquitectura estructural y navegacional, existen elementos que la componen. La base del modelo de un hipermedio es considerar que el pensamiento humano funciona mediante asociaciones. A pesar de que durante mucho tiempo recibimos información en forma lineal, en general el cerebro no funciona de la misma manera, sino que establece relaciones. La hipertextualidad es a la vez una forma de organización de la información y una forma de narración (González, 2008).

Jonassen y Wang (1990, citados en Salinas, 1994) se refieren a los siguientes elementos básicos de la base hipertexto:

- *Nodo*: consiste en fragmentos de texto, gráficos, vídeo u otra información. El tamaño de un nodo varía desde un simple gráfico o unas pocas palabras hasta un documento completo. Los nodos, también se les suele denominar cuadros, son la unidad básica de almacenamiento de información. En lugar de ofrecer un flujo continuo como en los libros o en las películas, los hipermedios sitúan la información en nodos que están interrelacionados unos con otros de múltiples formas.
- *Conexiones o enlaces*: vínculo o nexo entre nodos que establecen la interrelación entre la información de los mismos, siendo generalmente asociativos. Salinas (1994) establece que los enlaces llevan al usuario a través del espacio de información a los nodos que ha seleccionado, permitiéndole navegar a través del hipermedio y son activados por un dispositivo de puntero (ratón, lápiz óptico, dedo, o pantalla táctil) dirigido a un "botón activo" en la pantalla. Los enlaces son los que permiten una estructura no secuencial, característica distintiva de este tipo de recursos. Según Grau y Muelas (2008) estas asociaciones pueden ser jerárquicas (relacionan contenidos subordinados a un nodo principal, permiten un ida y vuelta), conceptuales (relacionan aquellos nodos que sirven como ampliación o suplemento al principal) y de referencia (entre nodos independientes de igual importancia). Los enlaces también pueden llamarse hipervínculos o hiperenlaces. El objetivo de un hipervínculo es el de obtener rápida y fácilmente otros recursos dentro del hipertexto. Para definir un hipervínculo o enlace se necesita dos extremos llamados anclas y una dirección. El hipervínculo comienza en el ancla de origen, que puede ser una palabra, varias líneas de texto, imágenes o fotografías.
- *Red de ideas*: proporciona la estructura organizativa al sistema. Los nodos son conectados juntos en rutas o trayectorias significativas. La estructura del nodo y la estructura de conexiones forman una red de ideas. La misma depende del tema matemático seleccionado y proporciona una ayuda organizativa para el diseño del hipertexto.
- *Itinerarios*: llamamos itinerarios a los caminos posibles que pueden recorrerse en el hipermedio, son los recorridos que pueden ser determinados por el autor, el usuario/alumno, o en base a una responsabilidad compartida. Los itinerarios de los autores suelen tener la forma de guías. Muchos sistemas permiten al usuario crear sus propios itinerarios, e incluso almacenar las rutas recorridas para poder rehacerlas, etc. Algunos sistemas graban las rutas seguidas para posteriores revisiones y anotaciones.

Organización de los nodos. Grau y Muelas (2008), Lamarca (2006) y Orihuela y Santos (2000) realizan una clasificación de los hipermedios de acuerdo con la organización de sus nodos. Combinando dichas clasificaciones, establecimos:

Secuencial o lineal: Es la manera más simple y tradicional de organizar la información, semejante a la que sigue un libro. Consiste en un conjunto de nodos entre los cuales la navegación posible es acceder al nodo anterior o al posterior. La organización se puede dar por orden cronológico, por tópicos que van de lo general a lo específico, en orden alfabético, etc. Debido a todas las posibilidades que nos brindan los recursos hipermediales la organización lineal es la menos recomendada ya que no permite una interactividad con el usuario. De todas formas, puede ser combinada con otras estructuras más complejas. Por ejemplo, se puede comenzar un hipertexto en forma lineal explicando qué contenido posee, cómo va a ser la exposición, el planteamiento de objetivos y luego continuar con otro tipo de estructura. Mostramos un ejemplo en la Figura ??

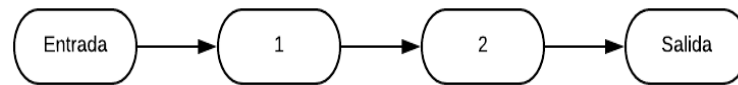


Figura 1.1: Organización lineal.

Jerárquica Es uno de los mejores modos de organizar la información compleja. Los usuarios se mueven "hacia abajo" en la jerarquía para explorar los nodos subordinados al nodo principal. Se denomina también estructura de "árbol" haciendo un paralelo con la teoría de grafos. Refleja la subordinación o dependencia de unos conocimientos respecto de otros, o también un orden que va de lo general a lo particular. Podemos ver un ejemplo en la Figura 1.2

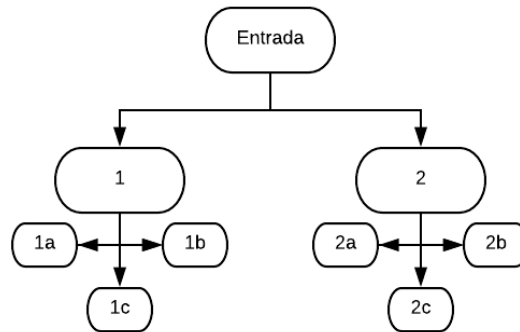


Figura 1.2: Organización jerárquica.

Ramificada Este modelo representa una trayectoria de navegación privilegiada (Entrada - 1 - 2- 3-Salida) en la que se incluyen nodos subordinados para permitir un mayor grado de interactividad al usuario. Esos nodos subordinados al nodo principal tendrían estructura jerárquica. Por ejemplo, la Figura 1.3

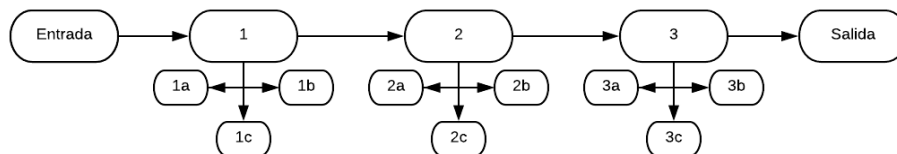


Figura 1.3: Organización ramificada.

Paralela En este modelo se representan una serie de secuencias lineales en las que es posible, además de la navegación lineal, el desplazamiento entre los nodos de un mismo nivel. Los contenidos se dividen en ambientes separados, a partir del menú se presentan todos en el mismo plano jerárquico. Estos

"capítulos" no poseen conexiones, sólo se puede entrar y salir de ellos yendo al menú o home-page. En este modelo las interconexiones son mínimas. Ejemplo de esto es el de la Figura 1.4

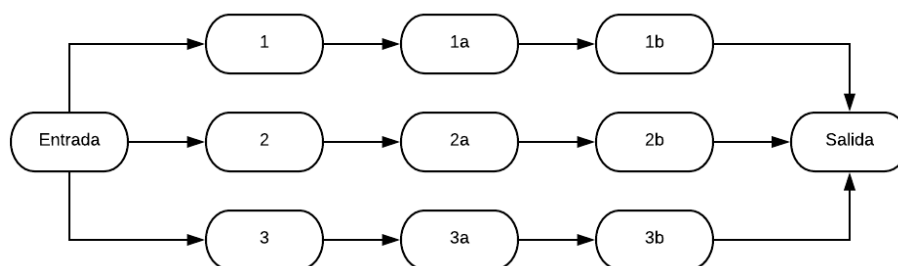


Figura 1.4: Organización paralela.

Uso de software en la enseñanza y aprendizaje de la matemática El Consejo Nacional de Profesores de Matemática de los Estados Unidos (NCTM, 2003) declara que el currículo de matemática de todos los niveles debe incorporar la tecnología educativa en pro de un aprendizaje más efectivo y del desarrollo de habilidades por parte del estudiante. Agrega que es función de los docentes prepararse para efectuar decisiones sobre cómo y cuándo los alumnos pueden usar estas herramientas. Vílchez (2007) señala que la computadora no resolverá por sí misma los problemas de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Esta debe incorporarse en un marco de planificación educativa integral que conlleva objetivos y estrategias didácticas específicas.

En la formación de un futuro ingeniero, la matemática es una herramienta fundamental para resolver problemas (aplicación), desarrollar un pensamiento lógico, algorítmico y heurístico (desarrolla un pensamiento) y permitir el manejo de un lenguaje propio de la disciplina (manipulación del lenguaje simbólico) (Cuicas et al., 2007).

El individuo aprende matemática desde una mirada del paradigma constructivista, cuando construye conceptos interactuando con los objetos y sujetos. De acuerdo con este paradigma las situaciones problemáticas que planteamos los docentes a los estudiantes desequilibran las estructuras mentales de los mismos y en la búsqueda de la solución al problema, cometen errores, avances y retrocesos esto construye el conocimiento, es decir la búsqueda del equilibrio de las representaciones mentales (Castillo, 2008).

Sánchez (2000, citado en Castillo, 2008) establece una relación entre el constructivismo y la incorporación de tecnología en el proceso de aprendizaje y enseñanza de la matemática, estableciendo cuál es el rol de dichas tecnologías:

- como herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje mediante la cual se proponen actividades que permitan el desarrollo de habilidades en los individuos.
- como medio de construcción entre los contenidos conocidos y los nuevos a través de la búsqueda de información.
- como amplificadoras de los procesos mentales, evitando por ejemplo cálculos tediosos y favoreciendo aprendizajes más significativos.
- como herramienta cognitiva que permite potenciar una metodología, un proyecto, un trabajo colaborativo, entre otros.

Fiallo (2015) señala que integrar la tecnología en la enseñanza implica un proceso de cambio también para el docente, ya que debe crear situaciones de aprendizaje adecuadas que a veces implican perder el control sobre lo que realizan los estudiantes, manejar diferentes tiempos en el proceso de enseñanza aprendizaje y no poder influir en las estrategias que ponen en acción los alumnos cuando manipulan tecnología. En este sentido el docente se asegurará que la incorporación de la tecnología va a favorecer el proceso de aprendizaje y por ello elige cuál es la herramienta más acorde para desarrollar una cierta actividad.

1.4 Contexto

La población destinataria del hipermedio es la totalidad de alumnos inscriptos en la materia de Análisis Matemático I del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas de la UNLaM. Esta asignatura está programada para el primer año de la carrera y es de cursada cuatrimestral. La cátedra consta, en general, de 10 comisiones con aproximadamente 80 alumnos cada una por cuatrimestre.

La materia se acredita mediante la aprobación de dos parciales y de un trabajo práctico resuelto con software. Para brindar asistencia a los alumnos y para la recepción y corrección de dichos trabajos tenemos un taller denominando Taller de Informática. Este taller funciona en diferentes horarios en uno de los laboratorios de la universidad. La asistencia por parte de los alumnos no es obligatoria.

Los trabajos prácticos con software se realizan en equipos de dos personas, luego existe una instancia presencial de evaluación del mismo que se efectúa en forma individual.

Durante los cuatrimestres de los años 2013 a 2015, inclusive, dicho trabajo se basó en el hipermedio sobre curvas dadas en forma paramétrica que presentamos en este artículo. Los alumnos, en forma particular o en el taller mencionado, accedían al recurso didáctico y, con ayuda de este, realizaban el trabajo práctico requerido. Cabe aclarar que mostramos la versión definitiva del hipermedio, ya que las diversas implementaciones produjeron algunos cambios en la incorporación de nodos o modificación de hipervínculos. El recurso está disponible en <https://goo.gl/Zne5hz>. En cuanto al software a ser utilizado en la resolución de las tareas incluidas en el recurso, el cual se utilizó como herramienta de apoyo al desarrollo de las mismas, permitimos libertad de elección. El alumno podía trabajar con:

- Software Mathematica instalado en las computadoras del laboratorio de la universidad donde funciona el taller anteriormente mencionado.
- Software WolframAlpha que es gratuito y disponible en la red.

1.5 Hipermedio: Parametrizando curvas. Diseño y elaboración

Consideraciones previas

Los hipermedios elaborados con anterioridad al que reportamos nos aportaron cuestiones de diseño para tener en cuenta. Uno de los hipermedios se refería al método de Newton-Raphson para la obtención de raíces de ecuaciones trascendentes y el otro versaba sobre funciones trascendentes (características generales, gráficos, funciones inversas). El primero estaba hecho en formato Word, algunos ejemplos resueltos en Wolfram Mathematica y tenía enlaces a internet y el otro estaba formado por

diapositivas realizadas en Wolfram Mathematica. Luego de ponerlos a prueba pudimos extraer consideraciones cuando se elabora este tipo de recursos, entre ellas:

- Elección del software adecuado para realizarlo y que tenga disponibilidad en la institución educativa o tenga licencia libre. De esta manera garantizamos la facilidad de uso por parte nuestra y el acceso al recurso de toda la población a la que va dirigido.
- Decisión sobre la cantidad de información que se brinda. Este punto es de total importancia ya que excesiva cantidad de contenido puede llevar al usuario al cansancio o pérdida de atención, lo que Muelas (2008) denomina saturación cognitiva.
- Cantidad de hipervínculos adecuada que evite la desorientación del usuario. Un hipermedio con demasiados nodos y/o itinerarios puede provocar que el alumno "se pierda" en la navegación y abandone el recurso.
- Determinación sobre la manera más conveniente de dar la información (texto, gráfico, video, audio). Este punto está muy relacionado con el tema matemático al que alude el recurso.
- Diseño de un entorno amigable para el alumno.

Arquitectura estructural

Selección del tema. El tema que elegimos para desarrollar el hipermedio es curvas dadas en forma paramétrica. Es un tema que, si bien se desarrolla en clase, no suele hacerse con profundidad por falta de tiempo, por lo que consideramos apropiado elaborar un recurso al que el alumno pueda acceder todas las veces necesarias para su comprensión. Además, tiene cierta complejidad para el estudiante de primer año que no está acostumbrado a trabajar con curvas que implican la incorporación de una tercera variable. La tecnología es una herramienta que permite la visualización de los efectos que producen las diferentes parametrizaciones de una misma curva, difícil de reflejar gráficamente en un pizarrón o encontrar en un libro de texto tradicional.

A su vez, teniendo en cuenta las consideraciones planteadas en el punto 1.5.1., decidimos abordar solamente el caso de una circunferencia de centro en el origen y radio r . Las diferentes parametrizaciones de esta cónica permiten visualizar los distintos puntos de inicio, sentido y velocidad con la que se puede recorrer.

Información en los nodos del hipermedio. Para darle riqueza al recurso en cuanto a la manera de presentar el contenido decidimos incluir información y actividades en forma analítica, con gráficos, de manera textual y presentar videos que muestren los recorridos de las curvas de acuerdo con las diferentes parametrizaciones.

Objetivos de aprendizaje. Nos planteamos los siguientes objetivos de aprendizaje para los alumnos de Análisis Matemático I.

- Conocer algunas curvas dadas en forma paramétrica.
- Comprender que una curva puede admitir diferentes parametrizaciones.
- Diferenciar los efectos de las distintas parametrizaciones en una circunferencia.
- Proponer parametrizaciones en forma trigonométrica para curvas circulares o elípticas con diferentes velocidades.

- Utilizar software matemático para representar gráficamente curvas paramétricas.
- Usar software para resolver sistemas de ecuaciones trigonométricas.
- Controlar las respuestas que brinda el software.

Redes de idea. Dividimos el hipermedio en las redes: Introducción, Repaso, Desarrollo y Actividades. Estas dos últimas las ampliamos en el apartado 1.6.

- *Introducción:* el propósito de esta red es explicar el objetivo general del hipermedio y mostrar los botones o formas de recorrerlo. También exponemos en forma general el esquema del hipermedio.
- *Repaso:* esta red tiene como objetivo brindar una revisión sobre el tema. Como expresamos anteriormente, éste ya fue dado en clase antes que los alumnos accedan al hipermedio. El repaso consiste en tres ejemplos (el usuario puede acceder a los tres o a uno). Los dos primeros versan sobre una curva homográfica parametrizada de forma diferente, lo que resulta en recorridos distintos. El último ejemplo trata sobre la demostración de la parametrización de una circunferencia de centro en el origen y radio r , la que luego será necesaria usar para la resolución de las actividades dadas en el recurso.
- *Desarrollo del tema:* en esta red planteamos el contenido propiamente dicho presentando cuatro parametrizaciones diferentes de la circunferencia de centro en el origen y radio r . La diferencia entre las mismas es el sentido, la velocidad de recorrido y el punto de inicio. El usuario puede acceder a videos donde se muestran la animación de todas las parametrizaciones de diferentes maneras: cada curva por separado, combinando dos curvas o todas juntas o saltar las animaciones.
- *Actividades:* el objetivo de esta red es comprobar la comprensión del tema y utilizar software matemático como herramienta de resolución de las tareas implicadas. Una vez que el alumno recorrió la red de ideas Desarrollo (puede saltar el mismo si no necesita la explicación), se le hacen preguntas y problemas. La resolución de estas tareas es el trabajo práctico obligatorio que deben entregar en el taller de Informática. En esta red el alumno puede volver o no a repasar el tema con los nodos de las redes anteriores.

Arquitectura navegacional

Enlaces. Este hipermedio tiene una estructura con características lineal, jerárquica y ramificada simple (Grau y Muelas, 2008, Lamarca, 2006). Por experiencias en otros hipermedios diseñados y puestos a prueba en la cátedra, consideramos que el recurso no debe tener una estructura muy compleja ni abarcar demasiado contenido. Si existen muchos nodos el alumno se pierde en la navegación.

Mostramos el esquema general en las flechas indican los enlaces o hipervínculos. En el caso de las dos direcciones se puede dar un ida y vuelta, de lo contrario solo ida.



Figura 1.5: Esquema general del hipertexto.

Decidimos comenzar con una estructura lineal de introducción al recurso, luego continuamos con una estructura ramificada en tres bloques (Repaso, Desarrollo y Actividad) cada uno de los cuales tiene estructura jerárquica. A saber:

- *Red de ideas Introducción:* esta red tiene estructura lineal. Como el objetivo es explicar en qué consiste el hipertexto entonces se pasa de nodo a nodo sin posibilidades de volver. Una vez que se termina esta red se da la posibilidad de ir a la red de ideas Repaso o a la del Desarrollo del tema propiamente dicho.

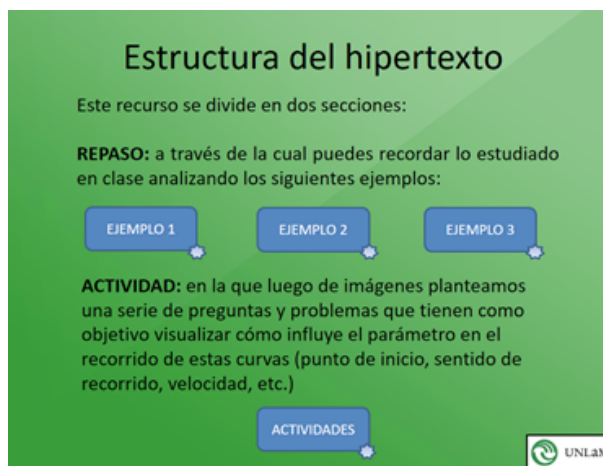


Figura 1.6: Nodo donde se explica la estructura.

- *Red de ideas Repaso.* En este caso el esquema es jerárquico de la forma:

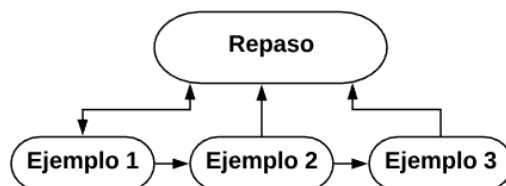


Figura 1.7: Esquema red de ideas Repaso.

- *Red de ideas Desarrollo*: esta red comienza con estructura lineal y luego tiene estructura jerárquica. En esta parte, cada nodo está formado por todas las posibilidades de visualización de las curvas (cada una por separado, de a dos y todas juntas) y están relacionados al nodo principal, sin existir interacción entre los mismos. Presentamos un esquema al respecto:

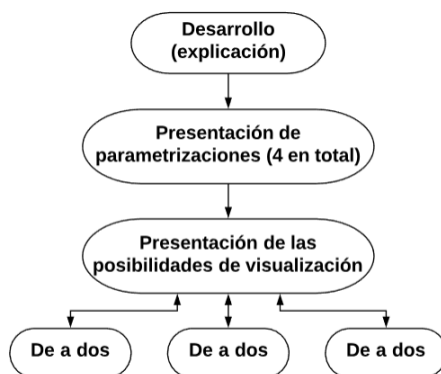


Figura 1.8: Esquema de la red de ideas Desarrollo. Elaboración propia

- *Red de ideas Actividades*: esta red tiene estructura jerárquica y lineal donde se presentan las preguntas y problemas uno por uno, volviendo siempre cada nodo al principal. En el caso de las preguntas el alumno tiene posibilidades de dirigirse a la red Desarrollo y volver a ver los videos con las parametrizaciones.

Itinerarios. Decidimos limitar la cantidad de itinerarios del hipermedio para minimizar la confusión que puede generar el tener disponibles una cantidad elevada de recorridos. Los mismos están establecidos de acuerdo con la organización conceptual del tema. El hipermedio comienza en la Introducción, luego existen dos itinerarios posibles: el de iniciar el Repaso o ir directamente al Desarrollo. El alumno que elige Repaso vuelve luego al comienzo del Desarrollo. Una vez que se llega a esa red de ideas tenemos dos itinerarios: uno que muestra las diversas animaciones y otro que accede directamente al trabajo práctico. En este último, cuando se realizan las preguntas, existe la posibilidad de volver a mirar los videos.

Arquitectura funcional Para que pueda ser visto y utilizado por todos los alumnos de la cátedra, utilizamos los servicios gratuitos en la nube de Google Drive con libre acceso ya que sólo es necesario tener internet. Usamos la herramienta de elaboración de presentaciones que permite establecer vínculos entre diferentes secciones del documento, insertar videos, imágenes y textos y para las animaciones utilizamos GeoGebra.

1.6 Redes de idea Desarrollo y Actividades. Trabajo práctico con software

En este apartado describimos las redes *Desarrollo* y *Actividades*, ya que, a través de las mismas, los alumnos tenían acceso al contenido y a las consignas del trabajo práctico que debían entregar.

Red Desarrollo. La red de ideas "Desarrollo" comienza con un nodo en formato texto:

Comenzamos a recorrer el hipertexto propiamente dicho, en el cual trabajaremos con cuatro curvas dadas en forma paramétrica, veremos animaciones que nos mostrarán cómo se recorren dichas curvas, para luego pasar a preguntas y problemas que te permitirán evaluar si comprendiste el tema.

Y continua con el siguiente en donde las curvas están dadas en forma analítica:

Consideremos las curvas dadas en la forma paramétrica, todas tales que $0 \leq t \leq 2\pi$			
Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 4
$\begin{cases} x = \cos t \\ x = \sin t \end{cases}$	$\begin{cases} x = \sin t \\ x = \cos t \end{cases}$	$\begin{cases} x = \cos 2t \\ x = \sin 2t \end{cases}$	$\begin{cases} x = \sin 2t \\ x = \cos 2t \end{cases}$

El nodo consecutivo tiene como objetivo que el alumno descubra el significado físico de las parametrizaciones anteriores. Para esto ofrecemos las siguientes posibilidades de ver los recorridos a través de videos: una curva por vez, de grupos de a dos curvas, o las cuatro al mismo tiempo. Mostramos el nodo al que hacemos mención Figura 1.9 y una de las posibilidades que deriva el mismo Figura 1.10:



Figura 1.9: Nodo con posibles visualizaciones de las curvas.

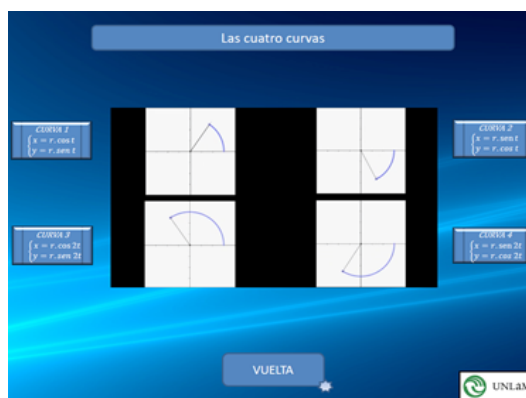


Figura 1.10: Nodo donde se visualizan los recorridos de las cuatro parametrizaciones juntas.

Las parametrizaciones presentadas responden a recorridos en diferentes sentidos y con distinto punto de inicio, como así también con diferentes velocidades.

Red Actividades. En esta red comienza el trabajo de actividades a realizar con software matemático. El mismo consta de cuatro preguntas y cuatro problemas, constituyendo todos nodos del hipermedio. En los nodos de preguntas el alumno podía volver a mirar los videos con las animaciones del nodo Desarrollo.

Las dos primeras preguntas tienen como objetivo identificar el lugar geométrico y los efectos de las distintas parametrizaciones. A saber

Pregunta 1: ¿qué lugar geométrico representa cada una de las curvas? Justificar la respuesta en forma analítica.

Pregunta 2: si se trata de una partícula que viaja por la circunferencia ¿qué diferencias existen entre los cuatro recorridos?.

En la tercera y cuarta pregunta buscamos que el alumno relacione las animaciones vistas previamente para poder generalizar a parametrizaciones similares utilizando las funciones seno y coseno. Están dadas en forma verbal y el resultado debe darse en forma analítica. El alumno cuenta con el software para verificar si su respuesta está acorde a lo pedido. Mostramos como ejemplo la pregunta 3:

Pregunta 3: ¿Cuál debería ser la parametrización adecuada si se precisa que, en forma conjunta, la partícula se mueva en sentido antihorario, se mueva 4 veces más rápido que la curva 1 y comience su trayectoria en el punto (1,0)?

Luego comienzan los problemas. El primero consiste en, dado un video donde mostramos el recorrido de una circunferencia, encontrar la forma analítica su ecuación. Mostramos la pantalla del nodo:

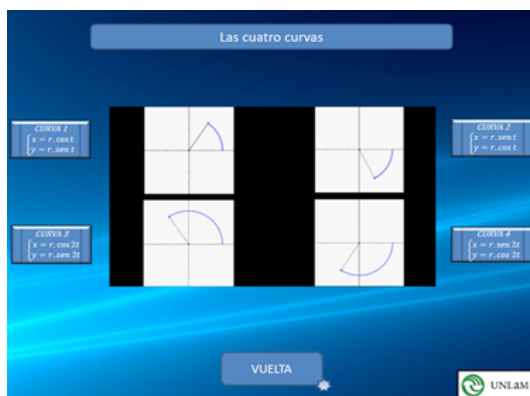


Figura 1.11: Problema 1

El problema 2 es similar al problema 1 pero incluye la animación de la circunferencia y la elipse que forman parte de los problemas siguientes. En el nodo del problema 3 presentamos un video que

representa el recorrido de dos partículas en los lugares geométricos definidos en el problema 2 y preguntamos si las mismas se encuentran en algún instante.

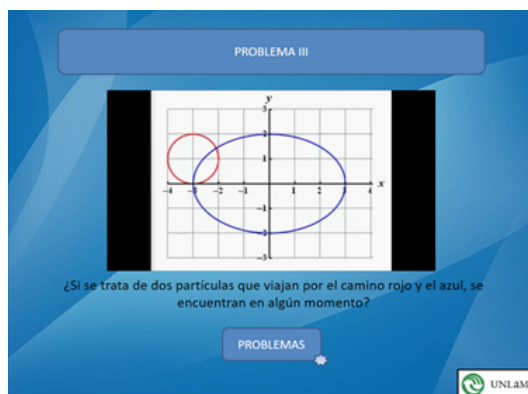


Figura 1.12: Problema de encuentro entre partículas

Luego brindamos las ecuaciones de dichas curvas y preguntamos:

Supongamos que la posición de una partícula en el instante t está dada por

$$x_1 = 3\sin(t), \quad y_1 = 2\cos(t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

y la posición de una segunda partícula se da con:

$$x_2 = -3 + \cos(t), \quad y_2 = 1 + \sin(t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Graficar la trayectoria de cada partícula en un mismo par de ejes.

¿Cuántos puntos de intersección tienen?

¿Existe un instante t donde ambas partículas se encuentran? ¿Cuál o cuáles son?

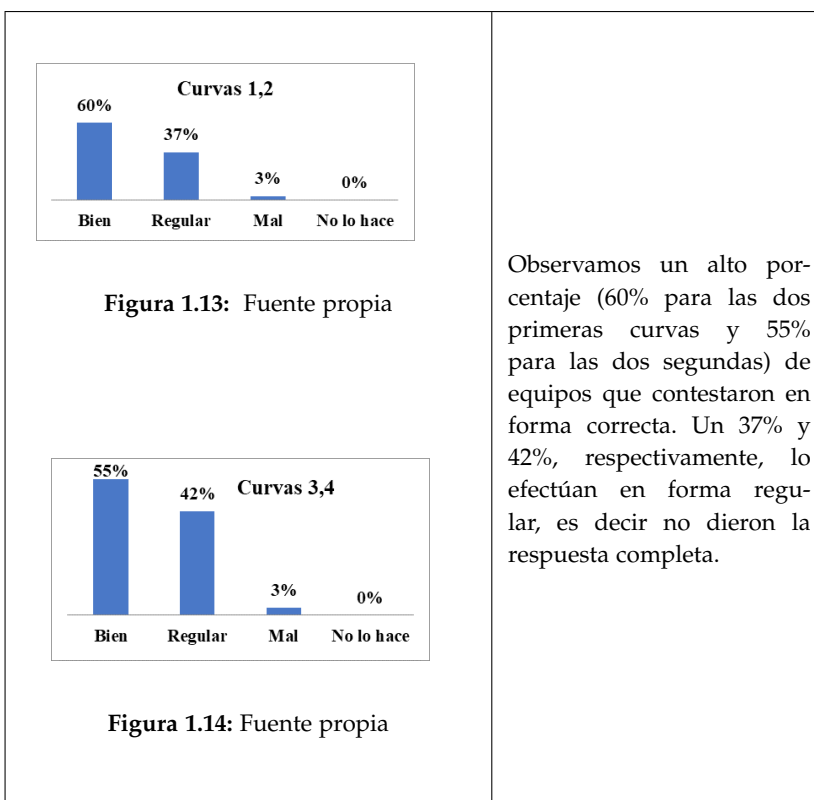
El objetivo de estos problemas es que el estudiante represente gráficamente curvas paramétricas utilizando software, resuelva sistemas de ecuaciones trigonométricas utilizando el software y pueda dar cuenta de la diferencia entre puntos de intersección y encuentro de las partículas.

1.7 Algunos resultados de la implementación del hipermedio

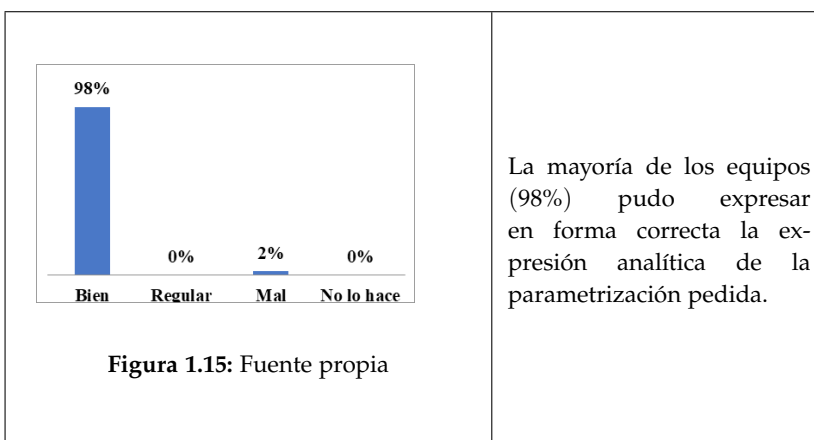
Analizamos los trabajos prácticos presentados en tres cursos de la asignatura, los cuales estuvieron a cargo de las autoras de este artículo. Recordamos que los alumnos trabajaron en equipos de dos personas. La tarea consistía en recorrer el hipermedio y dar respuesta a las preguntas y los problemas

utilizando software matemático. La muestra estuvo formada por 259 trabajos.

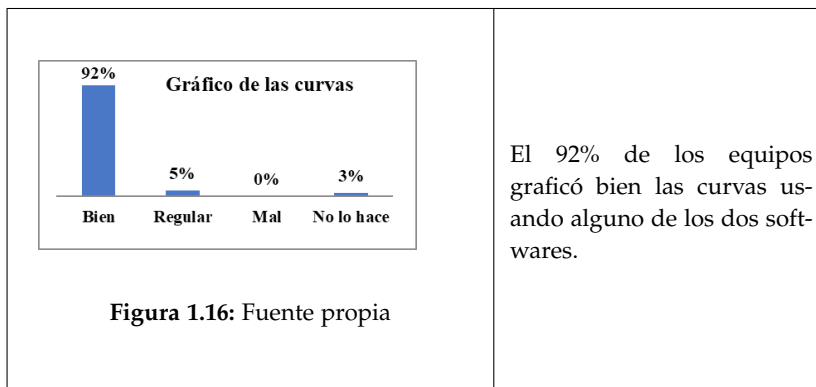
Ante la pregunta sobre qué lugar geométrico representa cada una de las parametrizaciones y qué diferencias tienen las mismas, consideramos como correcta la respuesta completa (indicando sentido, punto de inicio y velocidad de recorrido), regular cuando omiten alguno de estos aspectos y mal cuando lo realizan en forma incorrecta. Obtuvimos los siguientes resultados:



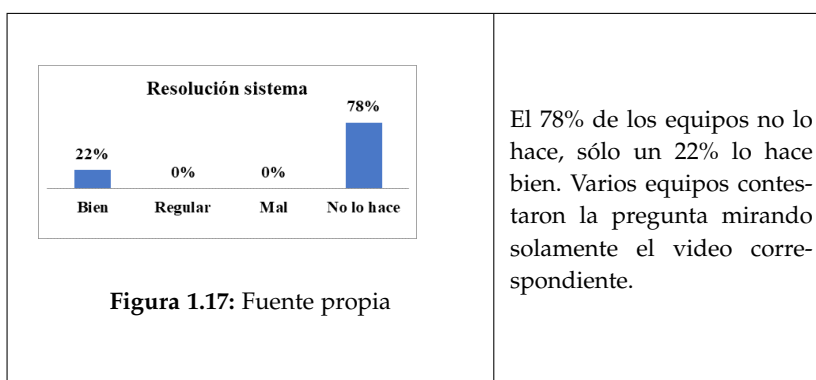
En la pregunta 3 (ver punto 1.6.2) buscamos que el alumno relacione las animaciones vistas previamente para poder generalizar a parametrizaciones similares utilizando las funciones seno y coseno. La consigna estaba en lenguaje verbal. Los resultados fueron:



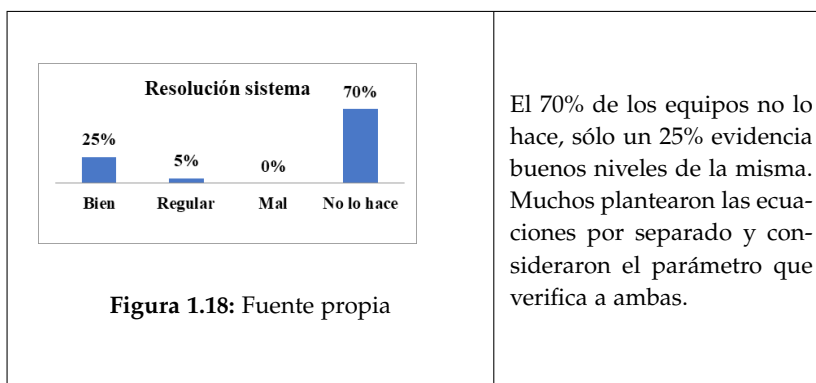
En los problemas 3 y 4 (punto 1.6.2) un 85% de los equipos contestó correctamente que las partículas se encuentran en un solo instante a pesar de que las curvas tienen intersección en dos puntos. En cuanto a graficar curvas usando software tenemos:



Respecto a la pregunta si las curvas tenían punto de intersección pretendíamos que el alumno realice la resolución del sistema considerando las ecuaciones en forma implícita. Obtuvimos:



Luego solicitamos si existe un instante t donde las partículas se encuentran. Consideramos la respuesta bien cuando está planteado el sistema correspondiente. Los resultados fueron:



1.8 Discusión

De acuerdo con lo analizado en el diseño del recurso y los resultados de la experiencia reportada podemos reflexionar:

Sobre el diseño del hipermedio. Cada recurso que diseñamos para el aula constituye un verdadero reto, ya que implica una actualización constante en materia tecnológica combinada con una adaptación a los medios que provee la institución en la que trabajamos. Agregamos que no contamos con asistencia profesional ni equipo multidisciplinar, lo cual hace que la tarea sea más desafiante aún.

Los hipermedios realizados con anterioridad y la indagación sobre el marco teórico nos permitieron organizar los conceptos y objetivos de aprendizaje en un recurso que se caracteriza por la no linealidad de su lectura. Planificar en forma íntegra aspectos como las redes de idea, los vínculos necesarios entre los nodos, la forma que íbamos a brindar la información, los posibles itinerarios, los softwares con los que íbamos a trabajar fueron claves a la hora de elaborar el hipermedio.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es la población a la que va dirigido el material didáctico. En nuestro caso alumnos de primer año de carreras de ingeniería, que recién se están adaptando a la vida universitaria y todavía no adquirieron técnicas de estudio acordes al nivel que están cursando. De esta forma es aconsejable no dar demasiada información, que sea brindada en diferentes formatos (verbal, analítico, videos, gráficos) y organizar una hipervinculación adecuada para "no perderse".

La incorporación de animaciones fue un valor agregado que lo distingue del desarrollo del tema en libros impresos o en el pizarrón, en los cuales no se puede ver con claridad el recorrido de una curva dependiendo de su parámetro. Destacamos este aspecto como el más distintivo del hipermedio en relación con recursos tradicionales.

Además, estamos ofreciendo al alumno la posibilidad de poner en juego habilidades no sólo matemáticas relacionadas con la asignatura, sino también de índole tecnológico. Estas últimas exceden a la misma y su desarrollo puede incidir en la actuación del alumno en otras materias, por lo que creemos que esta experiencia les deja un saldo positivo. Esto nos anima a continuar diseñando hipermedios sobre diversos temas ligados a la materia y que estén adaptados al contexto en el que trabajamos, y contribuir así a un desarrollo más integral del alumno.

Sobre los objetivos de aprendizaje. El uso del recurso hipermedial Parametrizando curvas que combina características propias y el uso de software específico de matemática fue adecuado para lograr aprendizaje en los alumnos respecto al efecto de diversas parametrizaciones de una misma curva. Con el mismo pudimos establecer un vínculo entre los estudiantes y dos aspectos que nos brinda la tecnología: los hipermedios y el software como herramienta de trabajo.

Más de la mitad de los alumnos pudo distinguir los efectos de las diferentes parametrizaciones de forma correcta y completa, considerando los tres aspectos: sentido, punto de inicio y velocidad de recorrido. Sostenemos que la visualización dinámica favoreció la distinción ya que la mayoría de los alumnos logró escribir dichas parametrizaciones. Convenimos una respuesta regular cuando las mismas eran incompletas, por ejemplo, los estudiantes omitían indicar el punto de inicio de generación de

la curva.

Cuando solicitamos la ecuación paramétrica de una curva con diversas características, dada en forma verbal, tuvimos aproximadamente un 90% de respuestas correctas. Quizás este comportamiento se reflejó luego del análisis que pudieron realizar en las parametrizaciones anteriores y sus videos.

En el problema de las partículas que se encuentran, si bien más la mayoría de los alumnos las pudo graficar utilizando el software, solo el 20% justificó analíticamente que las cónicas se cortan en dos puntos resolviendo un sistema de ecuaciones. Probablemente para los alumnos ver el video fue la justificación de su respuesta.

Cuando preguntamos si existe instante t en el cual las partículas se encuentran, sucede una situación similar, sólo el 25% de los alumnos planteó el sistema correspondiente. Es decir, no consideraron necesario hacer deducciones con el software porque en el video se veía lo que sucedía con las partículas. En este caso varios alumnos resolvieron ecuaciones por separado y consideraron el parámetro que verificaba a ambas.

Sobre el uso del software. En esta oportunidad utilizamos el software como herramienta de apoyo al aprendizaje. Acorde a los resultados de la experiencia notamos que los alumnos lo usaron cuando la consigna lo solicitaba. Se limitaron a la pregunta que se les hacía sin aprovechar el potencial del software como facilitador de la tarea de exploración, propia de este tipo de actividades. La mayoría de los alumnos no utilizó el software para verificar analíticamente que las dos partículas del problema 4 se encontraban en un instante. Para los estudiantes "ver" la situación en el video fue evidencia suficiente para dar y justificar la respuesta.

Pensamos que la herramienta "por sí sola" no contribuye a mejorar el aprendizaje. Aquí el docente juega un papel fundamental como guía u orientador en su uso. Esta tarea la pudimos desarrollar en el espacio Taller de Informática. En el mismo pudimos asistir y estimular posibilidades como la exploración, la visualización e indicar diferentes opciones de utilizarla para resolver los problemas planteados.

Bibliografía

- [1] Acosta, Julio; Maciel, Dora; La Red Martínez, David, "La enseñanza del álgebra con NTIC en la universidad", Actas de X Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación, 2008, p. 698-702, ISBN: 978-950-863-101-5.
- [2] Berridi Ramírez, Rebeca; Martínez Guerrero, José, "Estrategias de autorregulación en contextos virtuales de aprendizaje", Perfiles educativos, 2017, vol. 39, no. 156, p. 89-102. ISSN 0185-2698. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982017000200089&lng=es&tlng=pt.
- [3] Cabero, Julio, "Navegando, construyendo: la utilización de los hipertextos en la enseñanza", 1995. Disponible en http://www.lmi.ub.es/te/any95/cabero_hipertext/
- [4] Castillo, Sandra, "Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TICS en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática", Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 2008, vol. 11, no. 2, p. 171-194.

- [5] Cenich, Gabriela, "Hipertexto y nuevas tecnologías: su aporte al e-learning", EDUTEC: Revista electrónica de Tecnología Educativa, 2006, vol. 20, ISSN 1135-9250. Disponible en <https://doi.org/10.21556/edutec.2006.20.514>
- [6] Cuicas, Marisol; Debel, Edie; Casadei, Luisa; Álvarez, Zulma, "El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas", Actualidades Investigativas en Educación, 2007, vol. 7, no. 2, p. 1-34. ISSN: 1409-4703. Disponible en <http://revista.inie.ucr.ac.cr>
- [7] Del Río, Laura; Bucari, Néstor; Sanz, Cecilia, "Material didáctico hipermedia para la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería: inicio de una investigación", en Caligaris, Marta; Rodríguez, Georgina; Laugero, Lorena (ed), Actas XIX EMCI Nacional, XI Internacional, 2015, p. 507-516, ISBN: 978-950-42-0165-6.
- [8] Espinoza, Carlos; Grisales, Santiago; Mayor, Héctor, "Hipermedia e hipertexto", Icesi, 2010, vol. 56, p. 107-126.
- [9] Fiallo, Jorge, "Acerca de la investigación en educación matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación", Actualidades Pedagógicas, 2015, vol. 66, p. 69-83. ISSN: 0120-1700.
- [10] González, Carlos, "Diseño y Evaluación de Hipertexto", 2008. Disponible en www.usabilidadweb.com.ar
- [11] González, Valeria, "Material educativo multimedia para la enseñanza y el aprendizaje de Matemática en Agronomía" [Trabajo final], Especialización en Tecnologías Multimedia para Desarrollo educativo, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2016.
- [12] Grau, Jorge; Muelas, Estela, "Módulo 5: sistemas hipermediales. Primera parte", Material utilizado en el Seminario "Material Didáctico" correspondiente a la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional del Comahue, 2008.
- [13] Lamarca, María Jesús, "Hipertexto: El nuevo concepto de documento en la cultura de la imagen" [tesis doctoral], Universidad Complutense de Madrid, 2006.
- [14] Macías, David, "Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas", Revista Iberoamericana de Educación, 2007, vol. 42, no. 4, eISSN: 1681-5653, ISSN: 1022-6508. Disponible en http://www.rieoei.org/boletin42_4.htm
- [15] NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, "Principios para matemáticas escolares. Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (NCTM)", 2003. Disponible en <http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php>
- [16] Orihuela, J. y Santos, M. (2000), Introducción al diseño digital, Anaya Multimedia, 2000, ISBN 97-884-4150-970-2.
- [17] Pantoja, Rafael; López, Alicia; Ortega, María; Hernández, José, "Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN", UNION: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 2014, vol. 37, p. 91-110, ISSN: 1815-0640.
- [18] Pizarro, R, Las TICS en la enseñanza de la Matemática. Aplicación al caso de métodos numéricos, [Tesis de Maestría], Facultad de Informática, Universidad Nacional de La Plata, Argentina, 2009.
- [19] Rodríguez, Jesús; Martínez, Nerwis; Lozada, Joan Manuel, (2009), "Las TIC como recursos para un aprendizaje constructivista", Revista de Artes y Humanidades UNICA, 2009, vol. 10, no. 2, p. 118-132, ISSN: 1317-102X.
- [20] Salinas, Jesús, "Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria", Pixel-Bit: Revista de medios y educación, 1994, vol. 1, p. 15-29, ISSN: 1133-8482.
- [21] Scorzo, Roxana; Favieri, Adriana; Williner, Betina, "Hipertexto para aprender funciones trascendentes, una experiencia de cátedra", en Veiga, Daniela (ed.), Acta de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática. SOAREM, 2014, Buenos Aires, Argentina. ISBN: 978-987-28468-1-7.

- [22] Torroba, Estela; Etcheverry, Nilda; Reid, Marisa, “Explorando el rol de la visualización en experiencias de cátedra”, TE&ET. Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, 2009, vol. 3, ISSN 1850-9959. Disponible en <http://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/nuevo/files/No3/TEYET3-art01.pdf>
- [23] Vílchez, Enrique, “Sistemas expertos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación superior”, Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática, 2007, vol. 2, no. 3, p. 45-67.
- [24] Williner, Betina; Favieri, Adriana; Scorzo, Roxana, “Análisis de una propuesta didáctica hipertextual para la enseñanza del método Newton Raphson para el cálculo de raíces”, IV Jornadas de Educación Matemática y I Jornadas de Investigación en Educación Matemática, 2011, Santa Fe, Argentina.