

Sobre la Probabilidad, lo Aleatorio y su Pedagogía

[Félix Nuñez](#), [Geovany Sanabria](#), [Paulo García](#).

Escuela de Matemática
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Resumen

Con el presente trabajo se pretende justificar la importancia de la teoría de las probabilidades en nuestra sociedad con el afán de establecer la necesidad de su incorporación en los programas de estudio de la Enseñanza General Básica de nuestro país, como sí lo han hecho otros países.

Palabras clave: Aleatorio, pedagogía, probabilidad, incertidumbre, azar.

Introducción

La teoría de la probabilidad es una de las ramas de la matemática con varias aplicaciones en nuestra actualidad. Por medio de ésta se abordan el cálculo de las primas de los seguros, los riesgos nucleares, los pronósticos económicos, políticos y del tiempo.

En las últimas décadas, esta ciencia de lo aleatorio ha adquirido mayor relevancia que en las anteriores, hasta el punto de que muchos autores, entre ellos Dacunha (1996), han propuesto la necesidad de que todo ciudadano posea una base sólida en probabilidad y estadística, que le permita comprender, juzgar y criticar la avalancha de información que los medios de comunicación le brindan día con día. Hay consenso de que los ciudadanos tienen el derecho y el deber de dudar sobre lo que se les está informando, de lo contrario podrían ser víctimas de las intenciones de manipulación, que un determinado estudio sobre algún tema en particular, tiene como finalidad, pero también hay conciencia de que la tarea es titánica.

Lo anterior se ha dado con más o menos frecuencia en Costa Rica. En los días previos a la elección presidencial de 1994, se publicaron en algunos medios de comunicación resultados de encuestas que favorecían al candidato Miguel Ángel Rodríguez. Los simpatizantes de los otros partidos políticos, en particular los seguidores de José Miguel Corrales pronto se fueron dando por vencidos. En las calles, los comentarios de la gente eran simplemente una continuación más del discurso de las columnas periodísticas. La apatía de unos contrastaba con la alegría de los otros. Incluso el propio día de la elección se brindaron resultados que favorecían por mucho al virtual ganador, generando como resultado que los liberacionistas se dieran por vencidos antes de tiempo. Cuando se contabilizaron los votos, la diferencia no fue tan significativa, de lo que se infiere que si los perdedores hubieran hecho caso omiso al resultado de las encuestas, o mejor todavía, si hubieran tenido una cultura más o menos deseable del mundo de lo aleatorio, habrían sido capaces de dudar de los resultados de las encuestas. De pronto se preguntarían por el tamaño de la muestra, la dispersión de los datos, las técnicas que se usaron para el análisis de los mismos, el error de medición, etc.

Dacunha (1996) lo dice muy bien:

“El estado, las empresas, la prensa nos presentan los datos recogidos, organizados y resumidos por ellos; del estado administrativo de la recolección de datos, pasamos al estado mediático y a la utilización política.”

Hace falta, dice él, una deontología de estas disciplinas, pero también, una educación de la ciudadanía en tópicos relacionados con conceptos que tienen que ver con la estadística y el cálculo de probabilidades. El desvío ideológico que puede tomar la estadística en manos de grupos inescrupulosos puede ser tan letal como cualquier cáncer social.

En efecto, en 1994 circuló por los Estados Unidos un libro titulado *The belle curve*, “la curva en campana”. En este texto, dice Dacunha, se pretende probar a través de pruebas estadísticas que el cociente intelectual, revisado y corregido, es definitivamente hereditario. Un uso que se le podría dar a este resultado tendría que ver con la eliminación de ciertas ayudas que se hacen en el África. Lo más triste de todo esto es que ni siquiera hubo una reacción del pueblo norteamericano en torno a la veracidad de tales pruebas.

Surge, entonces, la imperiosa necesidad de instruir a nuestros estudiantes en tales temas. El costarricense es crítico por excelencia, pero no muy riguroso. Para criticar la realidad que lo circunda, se le debe de dotar de conocimientos necesarios sobre los cuales sustentará sus conjeturas de que algo anda mal en el caso de que así lo sea. Cada egresado de la Enseñanza General Básica debería ser capaz de entender y cuestionar la información y “análisis” de datos que se le ofrecen, con gráficos incluidos, acerca de un determinado estudio.

No obstante, la pregunta que salta a la vista es ¿cuáles son esos conocimientos que le permitirán cuestionar esa realidad? En la práctica, se puede citar a manera de ejemplo el esfuerzo que ha realizado el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés) de los Estados Unidos de Norteamérica por establecer los estándares de la educación matemática para primaria y secundaria en el año 2000. Dentro de esta propuesta planteada por docentes, hay un apartado sobre el análisis de datos y la probabilidad. Es muy interesante lo que allí se plantea, y más adelante disertaremos sobre ello.

Por otro lado, en nuestro país, las aplicaciones de la teoría de la probabilidad en la enseñanza media se han quedado en un simple anhelo de los que las consideran relevantes, lo que refleja nuestra condición de país subdesarrollado en materia educativa. Amén de esto, los medios de comunicación no son cuidadosos en la recolección, análisis y presentación de los datos al público, y de acuerdo con el estudio de algunas noticias realizadas en el curso de Probabilidad correspondiente al plan de Maestría en Matemática, con énfasis en Matemática Educativa, de la Universidad de Costa Rica, muchas carecen de seriedad. Hacen falta en la mayoría de los casos fundamentos importantes que orienten al lector hacia una formación de juicios de valor, contruidos sobre bases reales.

En resumen, no se cuenta con una cultura de lo aleatorio, indiscutiblemente necesaria para el bienestar de cualquier nación. Lejos de inculcarla, se evade como si fuera un ente imperfecto que se sale del carácter exacto que tienen las matemáticas.

Este ensayo intenta brindar una reflexión pedagógica sobre la gran importancia que tiene la teoría de las probabilidades en los países de mayor desarrollo y de cómo contrasta con el desinterés que existe en el nuestro hacia ella.

En la primera parte se ofrecen algunas de las principales aplicaciones de la teoría de probabilidades. En la segunda parte, se expresan las ideas más generales sobre la pedagogía de lo aleatorio.

En una tercera parte, se analiza nuestra realidad en torno a la probabilidad, complementado por los objetivos establecidos en el seno de la NCTM para la enseñanza de la probabilidad. Y finalmente, se ofrecen pautas y recomendaciones para la enseñanza de la misma.

I PARTE

Algunas aplicaciones de la probabilidad

Uno de los campos en donde se pueden ver muchas utilidades de la matemática es en el de las probabilidades. En muchas

ocasiones escuchamos quejarse a los ciudadanos de que la matemática para lo único que sirve es para romperle la cabeza a cualquiera que se atraviese en su camino. La afirmación anterior no deja de tener sentido, en tanto que la forma en que se le presentan a los conceptos a los estudiantes se hace en una forma totalmente aislada de la realidad y completamente acabada. Cuando el alumno o alumna pregunta a su profesor para qué le va a servir lo que se le está enseñando, la respuesta por lo general es confusa y evasiva. La desmotivación entonces salta a la vista, sobre todo en aquellos que todavía no han logrado apreciar los conceptos matemáticos. Si bien la probabilidad no es la panacea para arreglar el actual estado de las cosas, puede fungir como enganche entre nuestra disciplina y la atención de los jóvenes, enseñándoles a criticar el mundo que los rodea con una base sólida en materia de probabilidades y estadística.

Existen muchas aplicaciones de la probabilidad en diversos campos del quehacer humano y es interés nuestro mencionar algunos de ellos.

Microbiología

Los que realizan pruebas de paternidad se basan en el teorema de Bayes. Se toman muestras de sangre de la madre, presunto padre e hijo(a). Con estas muestras se hace una extracción del material genético y con él se realizan por lo menos diez reacciones en cadena de la polimerasa con diez marcadores genéticos de diferentes cromosomas. Con estos marcadores y otros datos se realiza el cociente de la regla de Bayes y se puede establecer con un 99.99% de probabilidad en la asignación de una paternidad.

Lo mismo ocurre en el caso de que se quiera determinar si un hombre abuso sexualmente o no a una determinada mujer.

La ley de los grandes números

En una ocasión se le consultó a un matemático sobre el número que tenía mayor probabilidad de salir en un sorteo navideño en un determinado año. Este pidió que se le enviaran los sorteos de los últimos diez años y se dio cuenta de que los números que menos habían salido estaban entre el 60 y el 70. En teoría se sabe que todos los números en condiciones normales tienen la misma probabilidad de salir premiados. Así que, para que eso se cumpla y todos tengan la misma probabilidad de salir, el número por el cual estaban preguntando debería estar en el rango encontrado. El matemático optó por el 65 y en efecto salió premiado. Por supuesto que no acertó la serie, eso es aún más difícil, pero algo se ganó.

De eso se trata la ley de los grandes números. Esta idea expresa la idea de que si se repite un experimento un gran número de veces, la frecuencia con que aparece un determinado evento debería converger a la probabilidad teórica del mismo.

Cuando se lanza una moneda varias veces, se sabe que la probabilidad de que salga cualquiera de las dos caras es de 0.5. Esto si se hace un número considerable de veces. Por eso si se lanzara 1000 veces y de ellas salen 700 escudos y 300 corona, se espera que en el lanzamiento 1001 el resultado obtenido sea corona, porque las frecuencias deben irse equilibrando.

Los seguros

Las primas de los seguros que un individuo debe pagar por su casa o auto son calculadas con base en estimaciones de riesgos, que aunque por lo general son un tanto sobreestimadas, ya no son tan especulativas como cuando empezaron a tomar forma. No obstante los individuos desconocen el procedimiento del cálculo de tales primas y se limitan a pagar lo que se les cobra.

Los eventos raros

Aunque la palabra raro denota extraordinario, no se puede dar una respuesta universal a preguntas tales como ¿qué es un acontecimiento raro?, ¿cuál es la probabilidad de que suceda? o ¿qué es un acontecimiento prácticamente imposible?. No obstante, en la práctica es necesario estudiar la posibilidad de estimar la probabilidad de que sucedan tales

acontecimientos. Por ejemplo, si se desea construir un puente sobre un río, es necesario hacer uso de los registros de lo más alto que ha llegado el nivel del agua en cualquier condición en ese río. Así que se construye el puente a una altura superior a ese máximo obtenido a través de la observación. No obstante, un evento raro puede ocurrir, como por ejemplo un huracán, y hace que el río se desborde. Es necesario entonces calcular esa ínfima probabilidad incluso con simulaciones vía computador, para estimar mejor la altura de construcción del puente. Estos eventos no siguen el patrón de la ley de los grandes números. En este sentido, la matemática juega un papel importante en la estimación de estos riesgos que por lo general tienen que ver con la salud, ambiente, seguridad de instalaciones, etc.

II PARTE

Pedagogía de lo aleatorio.

En uno de estos días nos dirigimos a una de las librerías más populares de San José. Preguntamos a uno de los muchachos que atendían, por un libro que tuviera que ver con el azar y lo aleatorio. El joven frunció el entrecejo como diciéndonos: no sé de qué me están hablando. Le volvimos a decir que era un tema relacionado con lo aleatorio. ¿De qué se trata?, volvió a preguntar, ¿de filosofía?. No, le dijimos, y fuimos a buscar por nuestra propia cuenta.

Si una persona que trabaja en una librería no tiene ni la menor idea de lo que significa aleatorio y azar, cómo esperamos que pueda entender las estadísticas de los diarios sobre temas variados como: la intención de votos de los ciudadanos, la eficacia de un medicamento contra una enfermedad, el número de desempleados, etc. Es necesario, insistimos en una pedagogía de lo aleatorio.

Andradas (2002) dice que: “los juegos de azar forman parte de nuestro acervo cultural, y las expresiones que indican el grado de certeza de un suceso forman parte de nuestro lenguaje cotidiano”.

En las sociedades se habla de la “posibilidad de obtener el premio mayor de la lotería”, de posibilidades de ser asaltados al salir de un banco, etc. También se recurre a menudo a los sorteos o cualquier método aleatorio para decidir cuestiones como la conformación de un jurado popular, admisión en centros escolares, selección de un miembro de un grupo que le corresponde exponer el capítulo *Y* de un libro...

La teoría que justifica y regula los fenómenos aleatorios es la probabilidad y es la que nos dice qué tan justo es un proceso como los mencionados anteriormente. Ella explica el comportamiento del azar. Recordemos que un fenómeno es aleatorio si no se puede saber con certeza el resultado. Andradas (2002) opina que la probabilidad es capaz de predecir el comportamiento de fenómenos de masas con una precisión extraordinaria, de ahí la importancia de que los individuos se familiaricen con estos conceptos.

La probabilidad es bastante intuitiva, y a los jóvenes les debería causar una cierta motivación el relacionarse con estos conceptos. Nadie duda que si tiramos un dado, la probabilidad de sacar 3 es $1/6$. Aunque experimentalmente habría que tirar una cantidad enorme de veces el dado para poder apreciar el número esperado. Si aún así no se lograra ver el valor esperado, el jugador podría sospechar que el dado está cargado.

La relación que existe entre la sociedad y la incertidumbre es muy fuerte. Basta ver la forma en que nace el primer estudio sistemático de la probabilidad.

En 1654, en Francia, un jugador, Meré planteó a Pascal un problema como el siguiente: Los jugadores X y Y apostaron una cierta cantidad de dinero. El jugador que llegue primero a cinco puntos, gana. Esto es, se lanzan dos dados, si X obtiene una suma mayor o igual que siete, obtiene un punto, si no, el punto es para Y. Por alguna razón, los jugadores se ven obligados a dejar el juego, justo cuando X lleva ganados cuatro puntos y Y apenas tres. ¿Cómo se debe repartir la apuesta?.

Pascal solucionó el problema concluyendo que se debería repartir la apuesta proporcionalmente a la probabilidad que tenía cada uno de ganar el juego.

Pascal calculó:

$$p(X) = \frac{21}{36} + \frac{15}{36} \cdot \frac{21}{36} = \frac{119}{144} \text{ y consecuentemente, } p(Y) = 1 - p(X) = \frac{25}{144}$$

Luego escribió a Fermat tanto acerca del problema como de la solución. De esta manera se dio paso a una de las más fascinantes teorías de las matemáticas: La probabilidad.

Si presentáramos a los y las estudiantes un poco de historia de los conceptos que se van a adquirir, probablemente captaríamos su atención e interés.

Si fuéramos más allá de la necesidad con que surge una determinada teoría, como es el caso de la probabilidad, tendríamos situaciones de aula aún más entretenidas y provechosas. Hoy por hoy, el uso del cálculo de las probabilidades es esencial para apoyar o refutar las acusaciones en la corte.

Andradas (2002) nos comenta el siguiente ejemplo: En el escenario de un crimen hay manchas de sangre que corresponden a un grupo sanguíneo que únicamente se encuentra en un 1% de la población. Se tiene a un sospechoso con ese grupo sanguíneo. El fiscal dirá que es el culpable puesto que si la sangre viniera de otra persona, ocurriría con una probabilidad del 1%, por lo que el acusado tiene una probabilidad del 1% de ser inocente, o sea un 99% de ser culpable. El razonamiento del fiscal es por supuesto incorrecto. Confunde $p(\text{tiene grupo sanguíneo en cuestión} \mid \text{ser inocente})$ con $p(\text{ser inocente} \mid \text{tiene grupo sanguíneo en cuestión})$. Si la población total tuviera un total de 100 personas, la probabilidad de ser inocente sería de 0.99, suponiendo que sólo hay un culpable.

Estas y otras discusiones podrían exhibirse en aras de establecer nuevos conceptos.

El teorema de Bayes no debería enunciarse sin antes mencionar posibles aplicaciones. Se sabe que actualmente constituye una parte invaluable de los controles de calidad en los procesos de fabricación, de aquellas empresas que desean calcular una cierta probabilidad a futuro, utilizando información pasada del resultado del experimento.

III PARTE

¿Cómo abordar la enseñanza de la probabilidad en nuestro país?

Los graves problemas que enfrenta la enseñanza de la matemática actualmente son muchos, pero destaca entre ellos el bajo rendimiento que ostentan los y las estudiantes en todos los niveles, desde la enseñanza primaria hasta la universitaria. Se han hecho ingentes esfuerzos por darles solución, pero los resultados siguen siendo los mismos. Miguel de Guzmán (1998) trata de encontrar soluciones concretas involucrando a todos los que tienen que ver con la educación matemática, desde los profesores hasta los matemáticos puros. No se trata de esconderse y soslayar los problemas en un edificio lóbrego y ausente de la realidad circundante, como una especie rara que no le gusta proyectarse a la sociedad porque esa es la naturaleza del matemático. Por el contrario, dice el autor, que son los principales llamados a exteriorizar opiniones acerca de cómo mejorar el actual estado de cosas, los que deben decidir y discutir sobre qué contenidos matemáticos deben componer los programas que se desarrollan en la enseñanza, en particular en materia de probabilidad y estadística.

La NCTM presenta una visión de la educación de las matemáticas descrita en principios y estándares para las matemáticas escolares altamente ambiciosas. Su puesta en marcha requiere planes de estudios sólidos de las matemáticas, profesores competentes y bien informados, las salas de clase con el acceso listo a la tecnología, y una consolidación a la equidad y a la excelencia. Estos estándares podrían dar un punto de partida en nuestro país para los efectos necesarios por lo que

exhibiremos algunos de ellos en materia de probabilidad y estadística. Aunque pareciera ser que son para una cultura de avanzada por la cantidad de recursos que demandan, en Costa Rica se podrían tomar como referencia y adecuar algunos de ellos a la realidad nuestra.

1. El Estándar de estadística y la probabilidad según la NCTM

- Diseñar encuestas, observaciones y experimentos en un grado simple. Contestar preguntas como ¿Cuál es la población?, ¿Cuál es la muestra y las variables?
- Entender el concepto de sesgo en encuestas, reducción, muestras aleatorias.
- Tomar en cuenta la naturaleza de las mediciones y la selección de las unidades del experimento.
- Entender que una muestra es la más probable que represente a la población cuando ella ha sido aleatoriamente escogida.
- Comprender que una de las metas de un experimento es que sus conclusiones sean ampliamente aplicadas a toda la población.
- Describir el centro, la forma y la propagación de los datos tanto en el análisis univariado y bivariado. Usar histogramas, boxplots, diagramas tallo- hoja y cajas de dispersión.
- Esclarecer las diferencias entre medidas de centro (tal como media, mediana) y propagación (tal como desviación estándar, rango). Por ejemplo: la media y la mediana.
- Identificar la categoría del dato.
- Aplicar su conocimiento de transformaciones lineales de álgebra y geometría a transformaciones lineales de datos.
- Aplicar los métodos de representación a datos bivariados donde una variable es categórica o discreta y la otra es continua.
- Utilizar los diferentes gráficos y representaciones para comparar grupos. Ejemplo: los diagramas de dispersión de las calorías de los “perros calientes” según los tipos de carne.
- Analizar las relaciones entre dos conjuntos de datos. Por ejemplo, en los diagramas de dispersión, determinar cual es la función que más se adapta al modelo.
- Determinar la recta de mejor ajuste y usar los residuos para mejorarla.
- Usar tecnología para computar la ecuación de regresión lineal y el coeficiente de correlación (no causa y efecto. Por ejemplo: problemas del ojo y sensibilidad de la gente).
- Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones sobre un modelo para un conjunto de datos. Por ejemplo, a partir de la recta de mejor ajuste, predecir otros datos.
- Un parámetro es un número sencillo que describe algún aspecto de una población íntegro, y una estadística es una estimación computada a partir de los valores de una muestra de la población. Por ejemplo: expectativa de vida es un parámetro.
- Entender que los parámetros de una población no pueden aplicarse a las muestras.
- Entender los conceptos: probabilidad condicional y eventos independientes ($P(A|B) = P(A)$).
- La probabilidad de un evento compuesto. Por medio de probabilidades condicionales

2. Importancia de la probabilidad

La probabilidad en nuestra sociedad no goza de una gran popularidad. Las personas en su mayoría ni siquiera tienen la leve noción de la importancia que reviste esa rama de la matemática, axiomatizada por Kolmogorov a principios del siglo XX.

Al respecto Santaló (1999) apunta que “La teoría de las probabilidades se fue desarrollando por cuenta separada, también por matemáticos, pero fuera de los claustros académicos, sin que figurara en los planes de estudio de las carreras universitarias, mucho menos en los de la enseñanza elemental y media”. Y más adelante afirma que “La probabilidad era considerada como la antítesis de toda ley”.

Esa concepción negativa ha dado un giro impresionante en muchos países, pues se dieron cuenta del enorme potencial que guarda en sus entrañas, sobre todo en las grandes aplicaciones que tiene en economía, psicología, sociología, ...

Santaló (1999) considera que este tipo de matemática, que es menos precisa y menos referida a casos concretos, es más útil que las exactas para tratar las ciencias no exactas. Está convencido también de que es imperativo incluirla en la educación matemática de todo individuo.

Después de todo se necesita también una matemática para nuestro mundo, el mundo en el que vivimos lleno de toda clase de imperfecciones.

Todavía va más allá. Considera que las probabilidades:

1. Ejercitan el razonamiento y los cálculos matemáticos tradicionales (combinatoria).
2. Muestran cómo pueden tratarse situaciones inciertas, llegando a resultados no exactos pero representativos para las necesidades prácticas.
3. Ayudan a comprender el grado de equitatividad en los juegos de azar y en los seguros.
4. Introduce la idea de correlación de variables.

Poco se ganaría con reestructurar los programas del Ministerio de Educación Pública en el área de matemática si no va acompañada de una campaña de divulgación en el cual se establezca su necesidad ante la ciudadanía. Sin una formación fuerte en este campo, los índices de desarrollo que se desean alcanzar, serán simplemente una utopía.

En este sentido, la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica ha realizado algunos esfuerzos. Durante la última huelga que enfrentó el actual gobierno en el año 2003 en materia de pensiones por parte del Magisterio Nacional, se vieron y escucharon por televisión muchas intervenciones en las que tanto los gráficos como los números iban y venían, y todo el país fue bombardeado por toda clase de análisis económicos y probabilísticos que fácilmente provocaban una reacción negativa hacia el gremio atacado. Los políticos le daban a los resultados de los virtuales estudios actuariales, las orientaciones ideológicas más convenientes para el gobierno de turno. La Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica realizó un estudio actuarial serio, científico, profundo sobre el asunto de las pensiones, y se vio en él que las demandas de los docentes eran legales y justas. Empero, este análisis llegó solamente a un determinado grupo de profesionales, y nunca se dio la oportunidad a la ciudadanía de escuchar al respecto. Aplaudimos este enorme esfuerzo que hicieron los que elaboraron ese trabajo, y deseamos que esos resultados lleguen hasta la comunidad entera.

Estudios como esos, revisten a la probabilidad de una gran relevancia dentro de la sociedad y constituyen la justificación de su inmersión en los programas de estudios de nuestro país.

Cada año se discute sobre los doscientos días de clase. Cuando el presidente de la República quiso suspender ese convenio, la comunidad entera lo abatió contundentemente con duras críticas. Las reacciones de las personas no se hicieron esperar ante tal decisión, y los reproches que le hacían eran proferidos como si hubiera cometido la peor aberración de su vida. No obstante, tenía razón. Los programas actuales que se desarrollan en las aulas costarricenses, están hechos para desarrollarse en unos 160 días. La experiencia de este grupo de profesores en las aulas así lo ha confirmado.

Es hora entonces de una reestructuración de tales planes, incorporando en ellos, temas de interés nacional que hagan de los individuos, personas que verdaderamente sean capaces de manipular el mundo al cual se van a enfrentar más tarde. La estadística y la probabilidad pueden ser algunos de esos temas novedosos y útiles. Para ello hace falta también regresar a la teoría de conjuntos, estudiar combinaciones y permutaciones.

Un gran problema se vislumbra: ¿están los docentes de primaria y secundaria preparados para este cambio? Una de las razones por la que actualmente no se desarrollan los contenidos de estadística que existen actualmente en los programas, es precisamente por el poco dominio que hay sobre el tema. Cuando se hizo este anexo a los programas, no se llevó a cabo ni una intención siquiera de capacitar a los docentes en ejercicio.

Es por eso que las Escuelas de Matemática de las distintas universidades de Costa Rica, están en la obligación de participar en esta reestructuración, además, capacitar a todos aquellos encargados de desarrollar tales temas, empezando desde las maestras que tienen en sus manos la decisión de que el niño o niña ame o aborrezca a las matemáticas.

3. Respecto a los planes nacionales

La teoría de las probabilidades, tanto como sus aplicaciones, no es parte de los programas de estudio de la Enseñanza General Básica. Sin embargo, en octavo año los profesores de matemática tienen la responsabilidad de desarrollar algunos temas relacionados con la Estadística, entre los que se pueden citar:

- Concepto de estadística, población, muestra, variable y dato.
- Variables cuantitativas, cualitativas, discretas y continuas.
- Recopilación de información.
- Distribución de frecuencias. Concepto de frecuencia absoluta y relativa.
- Gráfico de barras, pictogramas, circulares y bastones.
- Medidas de tendencia central.
- Histograma y polígono de frecuencias.
- Análisis de la información estadística por medio de tablas de frecuencias.

De acuerdo con los objetivos contemplados en este tema, se pretende que los y las estudiantes adquieran:

-Una actitud crítica ante la información que puedan encontrarse en los diferentes medios de comunicación que se relacionan con algunos de estos tópicos.

-La capacidad de inferir, interpretar y razonar hipotéticamente a partir de datos conocidos y las leyes que los relacionan.

-La destreza de recolección y análisis de datos.

No obstante, en la práctica, son pocos los docentes que hacen hincapié en estos temas, y muchos los soslayan. En ninguna

parte aparece el fenómeno de lo aleatorio, el cual es el objeto de estudio del Cálculo de Probabilidades.

Uno de los campos de acción de la Probabilidad es en la Estadística. Por tanto, para hablar de ella es necesario pasar primero por algunos conceptos teóricos probabilísticos. Al respecto Andradas (2002) opina que:

“Para muchos, la estadística no es más que un conjunto de tablas de datos bastante pesados de tratar”.

Por eso es necesario insistir en que es más que esa injusta concepción que se tiene de ella. A través de una determinada muestra, podemos obtener información de la población total, y haciendo uso de las herramientas matemáticas se puede medir la confiabilidad y el margen de error de dicha información.

Tal y como está estructurado ese pequeño apéndice de la estadística, lo único que vamos a lograr en los estudiantes es que la sigan considerando insulsa.

Hablemos primero, como dice Medina (1990) del planteamiento de fenómenos aleatorios provenientes de las mismas experiencias de los estudiantes (lanzamientos de moneda, de dados, estado futuro del tiempo, resultados de partidos de fútbol, etc), tratando de lograr la conceptualización de espacio muestral y evento, enfrentándolos a experiencias que los lleven a medir en alguna forma la posible ocurrencia de un evento.

El proceso es paulatino. Para llegar al concepto y maduración de probabilidad de un evento se requiere que el estudiante se inmiscuya en toda clase de ejercicios que le permitan hacer suyo el concepto que se quiere establecer.

Visto así, hace falta entonces un análisis profundo de posibles metodologías del trato de la incertidumbre en la enseñanza secundaria. No es antojadizo. El cuestionamiento de los contenidos plantea toda una profundización en los temas que se van a desarrollar. La resistencia al cambio debe tomarse en cuenta por lo que se debe acompañar con una adecuada capacitación de todos los responsables de llevar a cabo la misión de enseñar.

4. Respecto a los planes de otros países

En el curso de Probabilidades de la Escuela de Matemática, del plan de maestría, se analizaron los programas de estudios de Enseñanza Secundaria de varios países. De este análisis se logra desprender que en países como México y Panamá, cercanos al nuestro, la enseñanza de la probabilidad y la estadística goza de una gran importancia.

Nos llevan mucha ventaja en estos temas, al menos en teoría, puesto que son parte de los planes de estudio, aunque suponemos que los y las docentes deben de pasar por ciertas dificultades en sus clases. Sin una adecuada pedagogía de la incertidumbre, sería imposible llevar a cabo cualquier voluntad de hacer un trabajo serio en este campo.

Es importante hacer notar que la probabilidad y la estadística juegan un papel preponderante en países como Panamá. Nos parece que hay consenso en la necesidad de desarrollar estos temas en secundaria también en nuestro país, pero las grandes limitaciones académicas de los docentes en estas áreas frenan un impulso que viene de los grandes avances científico-tecnológicos. Es menester que se realice una especie de alfabetización en el ámbito nacional, llámese capacitación, para darle a los docentes las herramientas que requiera para que se dirijan a las aulas y puedan hablar con propiedad sobre estos tópicos.

Conclusiones.

No ha sido interés de los autores de este ensayo elaborar el currículum del cálculo de Probabilidades en la enseñanza media, ya que como dice Medina (1990) “éste debe surgir de la interacción educador-educando, modificándose,

enriqueciéndose y adaptándose permanentemente a situaciones externas de diferente naturaleza”.

A lo largo de este trabajo reflexionamos sobre la importancia que tiene el Cálculo de Probabilidades y sus aplicaciones en la Estadística, tanto como en la sociedad misma. Además disertamos sobre lineamientos generales que pudieran servir como punto de referencia en la elaboración de un programa nuevo en estos tópicos.

Nos queda un panorama más claro acerca de nuestra labor como educadores: Somos parte de uno de los grandes grupos que tratan, no sólo de transmitir el acervo matemático que se va acumulando año con año, sino también el de hacerlo de una manera entusiasta y amena, aprovechando el carácter lúdico que tiene la probabilidad para que las generaciones nuevas logren redescubrir los conceptos que se desean establecer.

Estos trabajos deben de estar al alcance de los asesores matemáticos del Ministerio de Educación Pública para que los esfuerzos que se hagan sean mejor orientados en tareas que traigan más beneficios al estudiante y a la sociedad. Observar una clase es bueno, pero hacen falta más estudios concienzudos de temas relevantes que tienen un gran nivel de dificultad, tanto como para el que transmite como para el que escucha. Las asesorías deben estar en contacto con los encargados de realizar estos esfuerzos. Ellos deben jugar un papel esencial en la capacitación de los docentes en los temas de probabilidad.

Por otro lado nos llena de enorme regocijo el hecho de que la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica esté haciendo importantes esfuerzos por brindar aportes en este campo. La apertura de una Maestría en Matemática Educativa, orientada y dirigida por Matemáticos, es una muestra del interés que hay por inmiscuirse en la verdadera problemática por la que atraviesa nuestra disciplina en todos sus niveles. Hay tantos aportes que los matemáticos podrían ofrecer en estos temas. La transmisión del conocimiento no es fácil y ahora se habla de la incorporación de la computadora en el aula, sin una instrucción clara de cómo hacerlo. El matemático podría, dice Miguel de Guzmán (1998), brindar novedosas y frescas ideas que permitan una acertada utilización de estas nuevas herramientas.

Por último es grato saber que la Escuela de Matemática también se proyecta a la comunidad. Varios profesores trabajan para la Caja Costarricense del Seguro Social y el Instituto Nacional de Seguros, así como también brindan asesorías al Registro Civil y a algunos bancos estatales. Trabajan en estos campos. Eso hace que nuestra ciencia tenga un carácter útil, y hace ver que no está formada por terrenos áridos donde a sólo unos cuantos les interesan sus resultados.

Bibliografía

1. Trejos, Javier. Apuntes del curso: Probabilidad I, I cuatrimestre 2004. Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica.
2. Andradás, Carlos (2002). Lo que usted estudió y nunca debió olvidar en matemáticas. Acento. Madrid, España.
3. Dacunha-Castelle, D (1996). *Les Chemins de l'Aléatoire*. Flammarion, Paris.
4. De Guzmán, Miguel (1998). El papel del matemático en la educación matemática. Actas del Congreso, Sociedad Andaluza de educación Matemática. Sevilla, España.
5. Guevara, Rolando (2001). *La matemática y la Actividad Humana: Encuentros con Pascal C*. Editorial Universidad Estatal a Distancia.
6. Medina, Víctor; Brenes, Hermes (1990). El cálculo de Probabilidades en la Enseñanza Media. III Congreso Nacional de Matemática. San José, Costa Rica.

7. Ministerio de Educación Pública. 2001. *Programa de Estudios, Matemática III Ciclo*. Costa Rica.
8. Ministerio de Educación Pública. 2001 *Programa de Estudios, Matemática IV Ciclo*. Costa Rica.
9. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. <http://www.standards.nctm.org/> .Estados Unidos.
10. Ruiz, Marco V (1996). La educación costarricense frente a los retos de la globalización económica. II Congreso Nacional de Educación. San José, Costa Rica.
11. Santaló, Luis. (1999). *Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Troquel S.A.; Buenos Aires, Argentina.