

Propuesta para hallar el área de un polígono regular utilizando El Geómetra (*The Geometer's Sketchpad 3.0*)

Enrique Vílchez Quesada
Evqm@costarricense.cr
Universidad Nacional
Escuela de Matemática

Resumen

Esta propuesta conduce a un resultado mediante el cual es posible hallar el área de un polígono regular, conociendo únicamente la longitud de uno de sus lados. Se busca además utilizar el programa computacional El Geómetra como herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

- [Antecedentes](#)
- [Laboratorio](#)
 - [Objetivos](#)
 - [Actividades](#)
- [Conclusiones](#)
- [Bibliografía](#)

Antecedentes

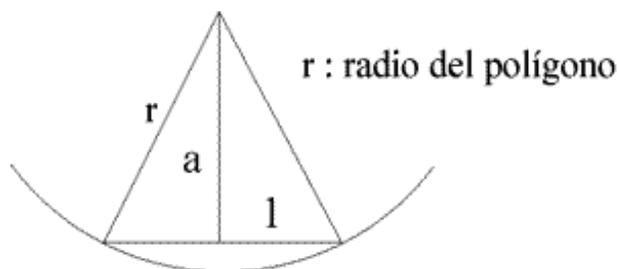
La idea de este planteamiento consiste en determinar un método más general, para poder hallar el área de un polígono regular. La forma peculiar de resolución viene dada por la relación:

$$A = s \cdot a$$

con s : Semiperímetro del Polígono y a : Apotema del Polígono

(1)

Reconociendo el hecho de que todo polígono regular es cíclico (es decir, se puede inscribir en una circunferencia) podemos referirnos a su radio:



Busquemos una forma alternativa para determinar la apotema a del polígono. El área de la región triangular anterior, se puede determinar de dos formas distintas, a saber:

$$A = \frac{l \cdot a}{2} \wedge A = (s - r) \sqrt{s(s - l)} \text{ con } s = \frac{l + 2r}{2}$$

Lo anterior de acuerdo a la forma habitual para hallar el área de un triángulo y a la relación de Arquímedes.

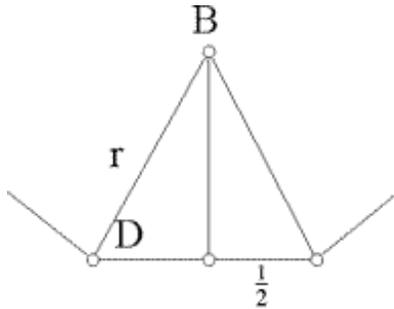
$$\Rightarrow \frac{l \cdot a}{2} = \left(\frac{l + 2r}{2} - r \right) \sqrt{\frac{l + 2r}{2} \left(\frac{l + 2r}{2} - l \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{l \cdot a}{2} = \frac{l}{4} \sqrt{4r^2 - l^2} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{4r^2 - l^2}}{2}$$

En consecuencia en (1) tenemos que:

$$A = s \cdot \frac{\sqrt{4r^2 - l^2}}{2} = \frac{n \cdot l}{4} \sqrt{4r^2 - l^2} \quad (2)$$

La relación (2) es insuficiente en términos prácticos, pues ésta depende del radio del polígono usualmente no conocido. Busquemos otra relación más precisa, para ello consideremos lo siguiente:



Sabemos que:

$$B = \frac{2\pi}{n} \wedge 2D + B = \pi \Rightarrow D = \frac{\pi(n - 2)}{2n} \quad (3)$$

Por razones trigonométricas:

$$\begin{aligned} \cos D &= \frac{l}{2r} \Rightarrow r = \frac{l}{2 \cos D} \Rightarrow r^2 = \frac{l^2}{4 \cos^2 D} \Rightarrow 4r^2 \\ &= \frac{l^2}{\cos^2 D} \Rightarrow A = \frac{n \cdot l}{4} \sqrt{\frac{l^2}{\cos^2 D} - l^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = \frac{n \cdot l}{4} \sqrt{\frac{l^2 \operatorname{sen}^2 D}{\cos^2 D}} = \frac{n \cdot l^2}{4} \tan D$$

Finalmente el área del polígono regular de n lados, se puede hallar por la relación:

$$A = \frac{n \cdot l^2}{4} \tan \left[\frac{\pi (n - 2)}{2n} \right] \quad (4)$$

Es observable de acuerdo a este resultado, que el área de un hexágono regular cuya longitud del lado es l viene dada por:

$$A = \frac{6 \cdot l^2}{4} \tan \left[\frac{\pi (6 - 2)}{12} \right] = \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2 \quad (5)$$

Una manera muy adecuada y didáctica, para presentar un resultado de este tipo a los estudiantes de secundaria, es utilizar algún software que le permita al estudiante corroborar la relación mediante un laboratorio de verificación. A continuación se expone un laboratorio, basado en el software Sketchpad 3.0.

Laboratorio

Subsecciones

- [Objetivos](#)
 - [Actividades](#)
-

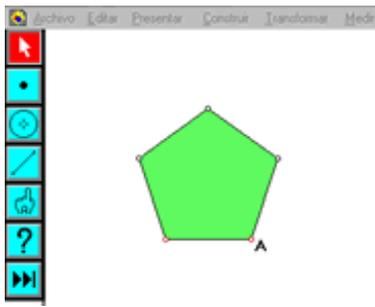
Objetivos

1. El estudiante y la estudiante encontrarán el área de diversos polígonos regulares mediante la relación habitual.
 2. El estudiante y la estudiante encontrarán el área de diversos polígonos regulares mediante las relaciones 4 y 5.
 3. El estudiante y la estudiante verificarán la veracidad de las propiedades 4 y 5.
-

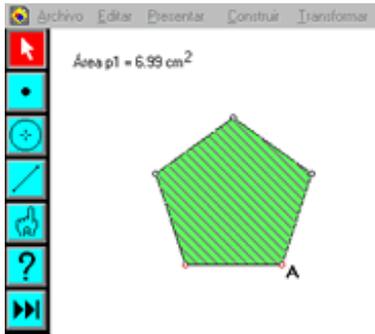
Actividades

Realice con ayuda del Geómetra las siguientes instrucciones:

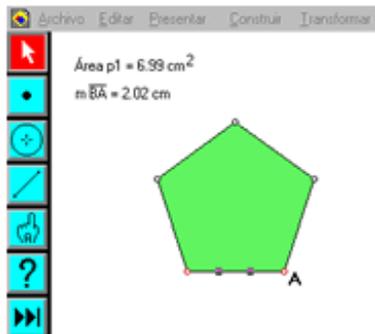
1. Con la opción de herramientas de guión, busque la opción scripts, polygons y construya un pentágono regular.



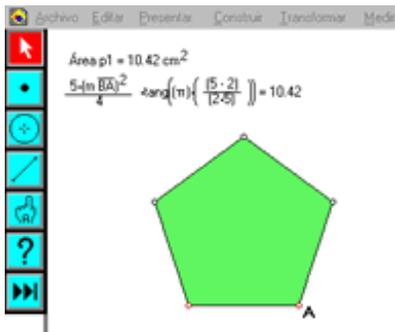
2. Marque el polígono y con la opción medir, calcule su área.



3. Halle la longitud del lado del polígono.



4. Con esta longitud, sustituya todos los valores y encuentre el resultado de la relación 4.



5. Manipule el punto A del pentágono arrastrándolo con el mouse, compare los resultados del paso 2 y 4. ¿Qué conclusión obtiene?.

6. Repita los pasos anteriores para un hexágono regular y un polígono regular de diecisiete lados.

[Descargar archivo "actividad.gsp"](#)

Conclusiones

Este pequeño artículo brinda un resultado muy interesante para un estudiante en la enseñanza secundaria, una relación que el docente puede adaptar para la enseñanza de la forma que éste desee. En este caso he utilizado el Geometra 3.0, sin embargo, el profesor puede recurrir a algún otro recurso didáctico para exponer esta propuesta.

Bibliografía

1. Clemens, S. & Cooney, T. (1989) Geometría con Aplicaciones y Soluciones de Problemas. Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana. E.U.A.
 2. Jackiw, N. (1997) Geometer's Sketchpad, Guía de Usuario. Editorial: Ibe-roamérica. México.
 3. Meneses, R. (1994) Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática Quinto Año. Editorial: Norma. Costa Rica.
 4. Moise, E. & Downs, F. (1986) Geometría Moderna. Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana. E.U.A.
-