

Factor de Forma Flexible para Estimaciones Volumétricas Más Precisas y Menos Sesgadas: Estudio de Caso de *Eucalyptus* spp.

Flexible Form Factor for More Accurate and Less Biased Volumetric Estimates: A Case Study of *Eucalyptus* spp.

Ouorou Ganni Mariel Guera ¹ • Francisco Tibério de Alencar Moreira ² • José Antônio Aleixo da Silva ²
• Rinaldo Luiz Caraciolo Ferreira ² • Célio Gregório de Vasconcelos Josefa ^{2,3}

Recibido: 18/01/2024

Aceptado: 20/06/2024

Abstract

Eucalyptus species are widely cultivated in Brazil due to their high productivity, relatively short rotation cycle, and the variety of products they offer. The estimation of tree volume is commonly done using the artificial form factor (real volume / cylinder volume). However, this method may result in inaccurate and biased estimates, leading to incorrect decisions in plantation management. This study describes a flexible form factor and some considerations for its implementation for different species. The Smalian method was used to determine the real volumes in 2198 *Eucalyptus* trees. The artificial form factor and the flexible form factor of Silva, Borders and Brister were estimated with their proportionality constants determined using probability density functions. The artificial form factor, estimated at 0.53, produced inaccurate and biased volume estimates, whereas the flexible form factor, with a constant of 0.55, produced accurate and unbiased estimates.

Keywords: Volume of standing trees, smalian method, Brazil.

1. Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo (CIMMYT), Carretera México-Veracruz Km. 45, El Batán, Texcoco, Estado de México, México; o.guera@cgiar.org; gueraforest@gmail.com
2. Laboratório de Biometria e Manejo Florestal, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE; tiberio.florestal@gmail.com; jaaleixo@uol.com.br; rinaldo@dcfl.ufrpe.br
3. High Polytechnic Institute of Manica, Manica Province, Mozambique; celiovasconcelos22@yahoo.com.br

Resumen

Las especies del género *Eucalyptus* se cultivan ampliamente en Brasil debido a su alta productividad, ciclo de rotación relativamente corto y la variedad de productos que ofrecen. La estimación del volumen del árbol en pie se realiza comúnmente con el factor de forma artificial (volumen real/volumen del cilindro). Sin embargo, este método puede generar estimaciones poco precisas y sesgadas, induciendo a la toma de decisiones inapropiadas en el manejo de las plantaciones. Este estudio describe un factor de forma flexible y las consideraciones para su implementación para diferentes especies. Se utilizó el método Smalian para determinar los volúmenes reales de 2198 árboles de *Eucalyptus* spp. Se estimó el factor de forma artificial y el factor de forma flexible de Silva, Borders y Brister cuyas constantes de proporcionalidad se determinaron con funciones de densidad de probabilidad. El factor de forma artificial estimado a 0,53 tuvo estimaciones de volumen poco precisas y sesgadas, mientras que el flexible con una constante de 0,55 produjo estimaciones precisas y no sesgadas.

Palabras clave: Volumen de árboles en pie, método de Smalian, Brasil.

Introducción

El volumen del árbol en pie es una de las fuentes de información más importantes para el conocimiento del potencial forestal y se considera como el mayor indicador del crecimiento forestal. Brinda información para comprender la productividad forestal y constituye la base para la planificación de actividades de manejo y aprovechamiento forestal [1], [2], [3]. Es fundamental que su estimación sea precisa para tomar de decisiones certeras tanto en la planificación de la producción como su asignación para diferentes usos. Las estimaciones del volumen forestal a menudo dependen de la estimación del volumen de árboles individuales en función de las relaciones hipsométricas [4]. La precisión de las estimaciones volumétricas se ve afectada por la variación en la forma del perfil del fuste [5]. Esta se debe a la disminución natural del diámetro del árbol desde la base hasta la copa. La determinación del volumen por medio de características dendrométricas básicas como el diámetro a la altura del pecho (DAP) y la altura total (Ht) resulta en errores incrementados por factores como especie, procedencia, clima, edad y densidad [6]. Esos factores ocasionan diferentes tasas de incremento del diámetro a diferentes alturas y determinan la forma del fuste.

La forma de los fustes no se identifica con la forma de un sólido geométrico específico, sino como un neiloide en la base, un paraboloides en el medio y un cono en la parte superior [7], [8]. Si fuera posible determinar el principio y el final de cada figura geométrica a lo largo del eje, bastaría con aplicar las fórmulas geométricas correspondientes a los distintos sólidos geométricos que se presentan a lo largo del eje para obtener el volumen [9]. Sin embargo, este proceso es prácticamente imposible, lo que motivó el desarrollo de métodos de corrección introducidos en la estimación de volúmenes de árboles en pie. Entre estos se destacan el cociente de forma, principalmente los de Girard, Schiffel y Johnson [10] y el factor de forma [1], [11], [12]. Aunque este último suele ser más preciso, el desempeño de ambos depende de la estructura del tronco, habiendo reportes de que los cocientes estiman mejor las formas cónicas y neiloidicas, mientras que los coeficientes a los paraboloides [13]. Las principales variantes del factor de forma son el factor de forma normal o artificial y el factor de forma de Hohenadl o natural [10].

El factor de forma es la relación entre el volumen real del árbol y el volumen de un sólido geométrico (cilindro) que tiene un diámetro igual al diámetro a la altura de pecho del árbol y una altura igual al del árbol [14], [15]. Su uso reduce el error en la estimación del volumen [16], [17]. Otras herramientas de estimación del volumen comercial de árboles son las ecuaciones volumétricas y los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial [18]. Las ecuaciones volumétricas son más precisas que el factor de forma [19], pero este último es más utilizado hasta la fecha por su mayor practicidad y simplicidad de uso [20].

Para mejorar la precisión del factor de forma, [21] desarrollaron una expresión flexible generadora de factores de forma variables según la forma del árbol de especies del género *Pinus*. La funcionalidad de esta expresión depende de la correcta elección de la constante de proporcionalidad que no es más que el conocido factor de forma artificial. Por ello, el presente estudio se realizó con el objetivo de evaluar los desempeños del factor de forma artificial y el propuesto por [21] en la estimación de volúmenes de árboles de plantaciones de *Eucalyptus* spp. establecidas en Araripina, Pernambuco, Brasil.

Materiales y métodos

Ubicación y caracterización del área de estudio

El estudio se realizó en la estación experimental del Instituto Agronómico de Pernambuco (IPA), municipio de Araripina, región semiárida de Pernambuco, ubicada a una altitud de 831 m s.n.m. entre las coordenadas geográficas 07°27'37" S y 40°24'36" W, con Los suelos predominantes se clasifican como Latosol Amarillo y

Latosol Rojo Amarillo [22]. El clima es tropical semiárido con lluvias en verano y una precipitación media anual de 431.8 mm [23].

Caracterización del experimento

El experimento se implementó en marzo de 2002 en un área de 2.35 ha con 15 clones de *Eucalyptus* establecidos en parcelas de 21m×14 m, en un espaciamiento de 3 m × 2 m. Las parcelas experimentales están constituidas por 49 árboles, pero solo los 25 árboles del área útil se consideraron para el estudio.

Cubicación rigurosa

Los datos utilizados en este estudio provienen de la cubicación de 2198 árboles de *Eucalyptus* spp. Con ayuda de cintas diamétricas y forcípulas se midieron los diámetros a alturas de 0.3 m, 0.5 m, 0.7 m, 0.9 m, 1.10 m, 1.30 m (DAP), 1.50 m, 1.70 m, 2.30 m y a partir de

esta se tomaron medidas a cada distancia de 1 m. La distribución de los árboles muestreados por clases de diámetro y altura y por clases de diámetro y volumen se muestran en los cuadros 1 y 2, respectivamente. La mayoría de los individuos medidos se distribuyen en las primeras cuatro clases de DAP (< 9.3 cm) y la primera clase de volumen (< 0.03).

El volumen de cada árbol se determinó por el método de Smalian (Ecuación 1, Figura 1).

$$V_{real} = g_1 + g_{n-1} + 2(g_2 + g_3 + g_4 + \dots + g_{n-2}) + \frac{g_{n-1} + g_n}{2} \cdot l_n \quad (1)$$

En que: V_{real} : volumen real del árbol; g_1 : área transversal 1; $g_{(n-1)}$: área transversal de la penúltima sección; $g_{(n-2)}$: área transversal de la antepenúltima sección; l_n : longitud de la última sección.

Cuadro 1. Distribución de los árboles de *Eucalyptus* spp. por clases de DAP (cm) y Ht (m).

Table 1. DBH (cm) and Ht (m) classes distribution of *Eucalyptus* spp. trees.

Clase de DAP (cm)	Clase de Ht (m)					Total
	2,2 5,2	5,2 8,2	8,2 11,2	11,2 14,2	14,2 17,2	
1,3 3,3	144	81				225
3,3 5,3	17	334	88			439
5,3 7,3	6	111	813	81		1011
7,3 9,3	1	3	250	170	6	430
9,3 11,3			11	57	17	85
11,3 13,3				1	7	8
Total	168	529	1162	309	30	2198

Cuadro 2. Distribución de los árboles de *Eucalyptus* spp. por clases de DAP (cm) y V (m³).

Table 2. DBH (cm) and V (m³) classes distribution of *Eucalyptus* spp. trees.

Clase de DAP (cm)	V (m³)			Total
	0,00 0,03	0,03 0,06	0,06 0,09	
1,3 3,3	225			225
3,3 5,3	439			439
5,3 7,3	1011			1011
7,3 9,3	307	123		430
9,3 11,3		76	9	85
11,3 13,3			8	8
Total	1982	199	17	2198

V: volumen real calculado por el método de Smalian; DAP: Diámetro a la altura de pecho.

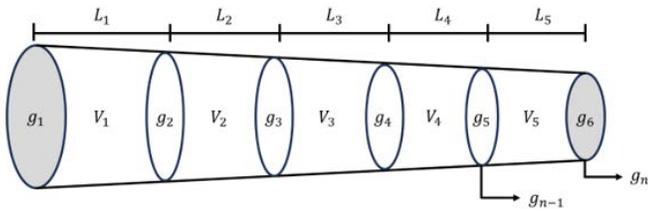


Figura 1. Imagen ilustrativa del seccionamiento de un tronco. (Adaptado de [24]).

Figure 1. Illustrative image of log sectioning (Adapted from [24]).

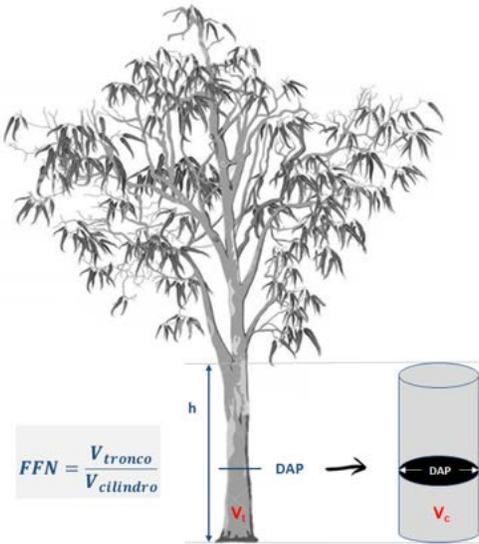


Figura 2. Determinación del factor de forma normal (ffn). Vtronco: volumen del tronco; Vcilindro: volumen de un cilindro de diámetro igual al DAP (Diámetro a la altura del pecho); h: altura comercial.

Figure 2. Estimation of the normal form factor (ffn). Vtronco: volume of the trunk; Vcilindro: volume of a cylinder of diameter equal to DBH (diameter at breast height); h: commercial height.

El factor de forma normal (ffn) también conocido como factor de forma artificial fue calculado por la siguiente expresión (Ecuaciones 2 y 3, Figura 2).

$$ffn = \frac{V_{real}}{V_{cilindrico}} ; \text{con } ff < 1 \quad (2)$$

$$V_{cilindrico} = \frac{\pi}{4} * DAP^2 * h \quad (3)$$

En que: ffn: factor de forma normal o artificial; V_{real} : volumen real del tronco determinado por el método de Smalian; $V_{cilindrico}$: volumen de cilindro con diámetro igual al DAP (diámetro medido a 1.30 m) y h: altura total.

El factor de forma flexible propuesto por [21] es una aproximación del factor de forma normal y su expresión se muestra a continuación (Ecuación 4).

$$ff = \frac{V_{real}}{V_{cilindrico}} \sim p \left(\frac{V_s}{V_c} \right) * \left(\frac{TH}{TH - h} \right) \quad (4)$$

Donde, p: constante de proporcionalidad; D_i : diámetro medido a una altura de 0.30 m; D_u : diámetro medido a una altura de 1.30 m; V_c : volumen del cilindro de diámetro D_u y altura $H_{D_u} - H_{D_i} = 1.30 \text{ m} - 0.30 \text{ m}$; V_s : volumen de la sección primera entre D_i y D_u , estimado por el método de Smalian; TH: altura total; h: altura a la que el diámetro superior D_u fue medido (1.30 m).

Determinando la expresión de V_s

$$V_s = \frac{g_i + g_u}{2} * h \quad (5)$$

Sustituyendo $g = D^2 * (\pi / 4)$ en la ecuación 5, se tiene ecuación 6.

$$V_s = \frac{\frac{\pi}{4} * D_i^2 + \frac{\pi}{4} * D_u^2}{2} * h \quad (6)$$

Considerando que $h = D_u - D_i$, se tiene ecuación 7.

$$V_s = \frac{\frac{\pi}{4} * D_i^2 + \frac{\pi}{4} * D_u^2}{2} (h_{D_u} - h_{D_i}) \quad (7)$$

Sustituyendo h_{D_u} por 1.30 y h_{D_i} por 0.30 en la ecuación 7, se tiene la ecuación 8, 9 y 10.

$$V_s = \frac{\frac{\pi}{4} * D_i^2 + \frac{\pi}{4} * D_u^2}{2} (1.30 - 0.30) \quad (8)$$

$$V_s = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{4} (D_i^2 + D_u^2) \right] \quad (9)$$

$$V_s = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{4} (D_i^2 + D_u^2) \right] \quad (10)$$

Determinando la expresión de V_c

$$V_c = \frac{\pi}{4} * D_i^2 * h \quad (11)$$

Considerando $h = h_{D_u} - h_{D_i}$, se tiene la ecuación 12.

$$V_c = \frac{\pi}{4} * D_i^2 (h_{D_u} - h_{D_i}) \quad (12)$$

Sustituyendo h_{D_u} por 1.30 y h_{D_i} por 0.30 en la ecuación 12, se tiene ecuación 13, 14 y 15.

$$V_c = \frac{\pi}{4} * D_i^2 (1.30 - 0.30) \quad (13)$$

Cuadro 3. Funciones de densidad de probabilidad ajustadas para la constante “p” en rodales de *Eucalyptus* spp. en el polo de producción de yeso de Araripe, Pernambuco, Brasil.

Table 3. Probability density functions adjusted to the constant “p” in *Eucalyptus* spp. stands located in the gypsum production pole of Araripe, Pernambuco, Brazil.

No.	FDP*	Expresiones Matemáticas	Fuentes
1	Beta	$f(x) = \left(\frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \right) \left(\frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}} \right)$ $B(\alpha_1, \alpha_2) = \int_0^1 t^{\alpha_1-1} (1-t)^{\alpha_2-1} dt; (\alpha_1 \& \alpha_2 > 0)$ <p>α_1 & α_2: parámetros de forma ($\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$), a & b: límites de la distribución ($a < b$).</p>	[25]
2	Weibull	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left[\frac{x}{\beta} \right]^{\alpha-1} e^{-\left[\frac{x}{\beta} \right]^\alpha}$ <p>α: parámetro de forma, β: parámetro de escala.</p>	[26]
3	Weibull (3P)	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left[\frac{x-\gamma}{\beta} \right]^{\alpha-1} e^{-\left[\frac{x-\gamma}{\beta} \right]^\alpha}$ <p>α: parámetro de forma, β: parámetro de escala, γ: parámetro de localización.</p>	[26]
4	Gen. Gamma (4P)	$f(x) = \frac{k(x-\gamma)^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha} \Gamma(\alpha)} e^{-\left[\frac{x-\gamma}{\beta} \right]^\alpha}$ <p>α & k: parámetros de forma ($k > 0, \alpha > 0$), β: parámetro de escala ($\beta > 0$), γ: parámetro de localización.</p>	[27]
5	Dagum (4P)	$f(x) = \frac{\alpha k \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha k-1}}{\beta \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta} \right)^\alpha \right)^{k+1}}$ <p>α & k: parámetros de forma ($\alpha > 0, k > 0$), β: parámetro de escala ($\beta > 0$), γ: parámetro de localización.</p>	[28]

*FDP: Función de Densidad de Probabilidad.

$$V_C = \frac{\pi}{4} * D_i^2 \quad (14)$$

$$\frac{V_S}{V_C} = \frac{(expresión 10)}{(expresión 14)} = \frac{\frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{4} (D_i^2 + D_u^2) \right]}{\frac{\pi}{4} * D_i^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_i^2 + D_u^2}{D_i^2} \right) = 0.5 \left(1 + \frac{D_u^2}{D_i^2} \right) \quad (15)$$

Sustituyendo ecuación 15 en en ecuación 4, se tiene la ecuación 16.

$$ff = p * \left[0.5 \left(1 + \frac{D_u^2}{D_i^2} \right) \right] \left[\frac{TH}{TH - 1.30} \right] \quad (16)$$

Análisis de datos

El éxito de este enfoque depende de la aproximación exacta de la constante de proporcionalidad p de la especie en cuestión, en este caso *Eucalyptus* spp. Por ello, se ajustaron funciones de densidad de probabilidad (Cuadro 3) para obtener la distribución y los valores más probables de la constante p para el *Eucalyptus* spp. La elección de la mejor función de distribución se realizó

siguiendo los criterios de Kolmogorov-Smirnov (KS) y Anderson-Darling (AD).

Se utilizó la prueba T de Student de muestras pareadas para comparar el volumen real de los árboles determinado por cubicación rigurosa (Smalian) con los volúmenes obtenidos a partir de los factores de forma generados por la variación de la constante de proporcionalidad en el enfoque de [21]. El análisis de agrupamiento (línea Fenon trazada al 20 % de disimilitud) y el de distribución de residuos se utilizaron para identificar los factores de forma con estimaciones volumétricas precisas y no sesgadas.

Resultados y discusión

Factor de forma artificial

El factor de forma artificial tuvo un valor aproximado de 0,53, el cual está en consonancia con los valores reportados para *Eucalyptus* spp. en diferentes localidades de Brasil. Tal es el caso de [29] y [30] que reportaron para *Eucalyptus* urograndis, factores de forma de 0,52 y 0,54,

Cuadro 4. Estimativas de los parámetros de las Funciones de Densidad de Probabilidad ajustadas para la constante “p” para plantaciones de *Eucalyptus* spp. en el polo yesero del Araripe, Pernambuco, Brasil.

Table 4. Parameter estimates of the Probability Density Functions adjusted to the constant “p” for *Eucalyptus* spp. in the Araripe gypsum pole, Pernambuco, Brazil.

No.	Función	Coeficientes			
		$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}$	β
1	Beta	12043,0	12565,0	-9,264	10,754
2	Weibull	$\hat{\alpha}$	β		
		9,221	0,562		
3	Weibull (3P)	$\hat{\alpha}$	β	$\hat{\gamma}$	
		6,915	0,527	0,034	
4	Gen. Gamma (4P)	$\hat{\alpha}$	β	$\hat{\gamma}$	k'
		112,5	0,016	-0,278	1,211
5	Dagum (4P)	$\hat{\alpha}$	β	$\hat{\gamma}$	k'
		30,159	1,106	-0,601	1,588

respectivamente. Para *Eucalyptus urophylla*, [31] reportó un factor de forma de 0,51. Es importante resaltar que el factor de forma artificial es una característica fenotípica determinada por el genotipo y el ambiente [32] y no debe ser necesariamente igual en otras regiones. Los valores observados variaron entre 0,35 y 1,21, indicando que la forma de los fustes es predominantemente paraboloides y cónica.

Funciones de Densidad de Probabilidad para la constante de proporcionalidad “p” para *Eucalyptus* spp. en el polo yesero del Araripe.

Las estimaciones de los parámetros de las funciones de densidad de probabilidad se encuentran en el Cuadro 4.

Con base en las pruebas de K-S, A-D y χ^2 , la distribución de Dagum (4P) tuvo mejor adherencia a los datos (Cuadro 5), siendo la utilizada para aproximar el valor de la constante p.

La Figura 3 presenta las distribuciones de las estimaciones del factor de forma artificial o constante de proporcionalidad (p) del enfoque de [21]. Dado que los valores variaron entre 0,50 y 0,60 en la mayoría de las funciones, se consideraron 0,50, 0,55 y 0,60 como posibles constantes de proporcionalidad.

Considerando la constante de proporcionalidad p = 0,55 y sustituyendo ese valor en la ecuación 16, se tiene:

$$\hat{f}f = 0.55 * \left[1 + \frac{D_u^2}{D_i^2} \right] \left[\frac{TH}{TH - 1.30} \right] \quad (17)$$

$$\hat{f}f = 0.275 * \left(1 + \frac{D_u^2}{D_i^2} \right) \left(\frac{TH}{TH - 1.30} \right) \quad (18)$$

$$\hat{f}f = \left[0.275 + 0.275 \left(\frac{D_u^2}{D_i^2} \right) \right] \left(\frac{TH}{TH - 1.30} \right) \quad (19)$$

Con la ecuación 19 se estimó el factor de forma para determinar el volumen de cada árbol. El análisis de agrupamiento, con la línea Fenon al 20 % de disimilitud (80 % de similitud) identificó dos grupos (Figura 4). El primero está conformado por el volumen real (Vreal) y los estimados V0,50, V0,55 y V0,60. Eso indica que esas estimaciones tienen más de 80 % de similaridad con los volúmenes reales de los árboles. Los volúmenes estimados con el factor de forma normal (VFFN) al ser menos similares a los volúmenes reales fueron clasificados en el segundo

Cuadro 5. Bondad de ajuste de las Funciones de Densidad de Probabilidad ajustadas para la constante “p” para *Eucalyptus* spp. en el polo yesero del Araripe, Pernambuco, Brasil.

Table 5. Goodness of fit of the Probability Density Functions adjusted to the constant "p" for *Eucalyptus* spp. in the Araripe gypsum pole, Pernambuco, Brazil.

No	FDP*	K-S**		A-D***		χ^2 ****	
		Estadística	Ranking	Estadística	Ranking	Estadística	Ranking
1	Dagum (4P)	0,020	1	1,561	1	11,241	1
2	Gen. Gamma (4P)	0,067	2	19,033	2	120,26	2
3	Beta	0,075	3	24,278	3	149,79	3
4	Weibull (3P)	0,124	4	86,271	5	599,11	5
5	Weibull	0,126	5	80,256	4	389,61	4

*FDP: Función de Densidad de Probabilidad; **KS: Kolmogorov Smirnov; ***A-D: Anderson Darling; ****Chi-cuadrado.

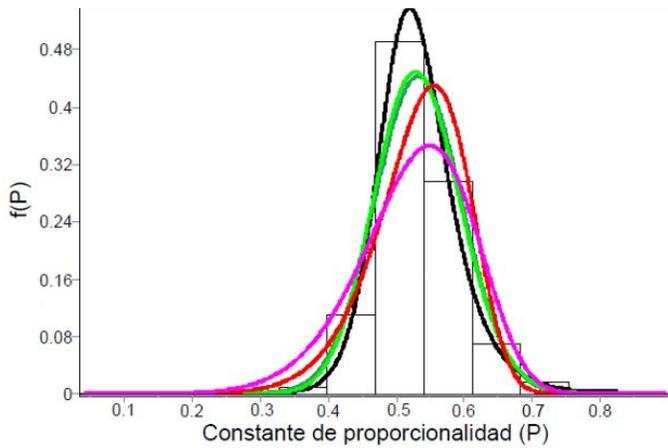


Figura 3. Funciones de Densidad de Probabilidad ajustadas para la constante “p” para *Eucalyptus* spp. en el polo yesero de Araripe, Pernambuco, Brasil.

Figure 3. Probability Density Functions adjusted to the constant “p” for *Eucalyptus* spp. in the Araripe gypsum pole, Pernambuco, Brazil.

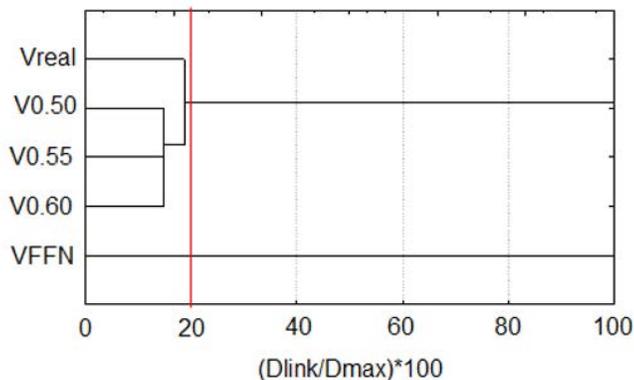


Figura 4. Análisis de agrupamiento del volumen real y los volúmenes estimados con los factores de forma.

Figure 4. Clustering analysis of the real volume and the volumes estimated with the form factors.

grupo. Fue confirmado por la prueba t pareada cuyos resultados indicaron que VFFN difirió significativamente de V_{real} (Cuadro 6). Los volúmenes estimados con los factores de forma alternativos fueron estadísticamente similares a los volúmenes reales determinados por la cubicación rigurosa.

Los volúmenes determinados por los diferentes enfoques difirieron significativamente ($F=22,54$; $GL=4$; $P<0,001$). Con la constante $p=0,50$ y el factor de forma artificial ($FFN=0,53$), se obtuvieron estimaciones de volumen significativamente menores a los volúmenes

Cuadro 6. Prueba t pareada entre el volumen real y los volúmenes estimados por los factores de forma

Table 6. Paired t-test between the real volume and the volumes estimated by the form factors.

Pares	t	Sig.
$V_{real} - V_{FFN}$	3,69	0,000
$V_{real} - V_{0,50}$	-0,65	0,516
$V_{real} - V_{0,55}$	-1,01	0,311
$V_{real} - V_{0,60}$	-1,32	0,188

V_{real} : volumen real; V_{FFN} : factor de forma normal; $V_{0,50}$, $V_{0,55}$ y $V_{0,60}$: volúmenes determinados con el factor de forma de [21] con las constantes de proporcionalidad 0.50, 0.55 y 0.60, respectivamente.

reales (Figura 5). Los volúmenes determinados con la constante $p=0,55$ fueron similares a los volúmenes reales y los de $p=0,60$ fueron significativamente mayores que estos. Lo anterior indica que la constante $p = 0,55$ es la más indicada para *Eucalyptus* spp. en el peso yesero de Araripe.

La distribución de residuos en la estimación del volumen de *Eucalyptus* spp. utilizando los diferentes factores de forma (Figura 6) fue un análisis complementario esencial para la elección definitiva del parámetro “p” a ser utilizado para la mejor estimación del volumen de los árboles utilizando el enfoque de [21].

La distribución de residuos del factor de forma artificial revela sesgos en las estimaciones de volumen (Figura 6A). Se observa una clara tendencia de sobreestimar los valores más pequeños y subestimar los valores más grandes. Esto indica que el factor de forma artificial no capturó todo el componente determinista del volumen de cada árbol. Además de la especie, la forma del árbol es influenciada entre otros factores por el sitio, el espaciamiento, los tratamientos silviculturales y la edad. Por ello, se debe tener mucho cuidado al utilizar un único valor medio para representarla como lo hace el factor de forma artificial [10].

Por otra parte, los factores de forma alternativos ($FF_{0,50}$, $FF_{0,55}$ y $FF_{0,60}$) tuvieron estimaciones volumétricas más precisas, sin sesgo y mantuvieron una varianza constante e independiente del tamaño del árbol (Figuras 6B, C y D). Eso se debe a la capacidad del factor de forma de [21] para aproximar la forma de cada árbol que puede ser casi cilindro, paraboloide, cono o neloide. La funcionalidad de ese factor de forma depende de una constante de proporcionalidad que no es más que una aproximación del factor de forma artificial. Para el género *Pinus*,

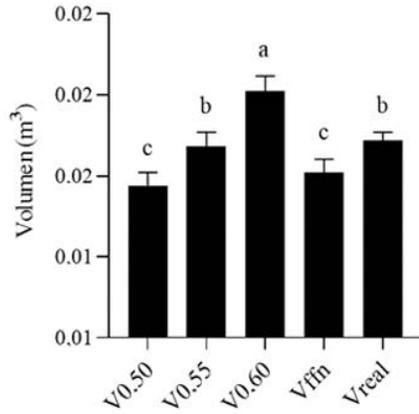


Figura 5. Comparación de volúmenes estimados por los diferentes enfoques.

Figure 5. Comparison of volumes estimated by the different approaches.

considerando datos de *Pinus taeda* y *Pinus elliottii* en el sur de Estados Unidos y *Pinus caribaea* var. *Hondurensis* en Sri Lanka, la constante de proporcionalidad fue de 0,50 [21], contra 0,55 para *Eucalyptus* spp. en el nordeste de Brasil. A diferencia del factor de forma artificial que es un valor único utilizado para una especie (o grupo de especies), el factor de forma flexible es más específico al considerar variaciones a nivel de individuos, permitiendo

reducir los errores de estimación tanto a nivel de árbol como de rodal.

Conclusiones

El factor de forma flexible ($p=0.50$) generó estimaciones no sesgadas y más precisas, comparado con las del factor de forma artificial cuyas estimaciones fueron menos precisas y sesgadas, principalmente para los volúmenes extremos.

Queda demostrado que el factor de forma flexible de Silva, Borders y Brister es funcional para especies de *Eucalyptus* spp. para las cuales supo captar el realismo de la forma de cada árbol y generó estimaciones de volumen consistentes.

Conociendo las dimensiones de la sección primera, la fórmula obtenida puede ser utilizada para estimar el volumen de árboles de *Eucalyptus* spp.

Referencias

- [1] M. Philip, Measuring trees and forest. Wallingford: CAB International, 1994.
- [2] M. Diamantopoulou, "Tree-Bole Volume Estimation on Standing Pine Trees Using Cascade Correlation Artificial

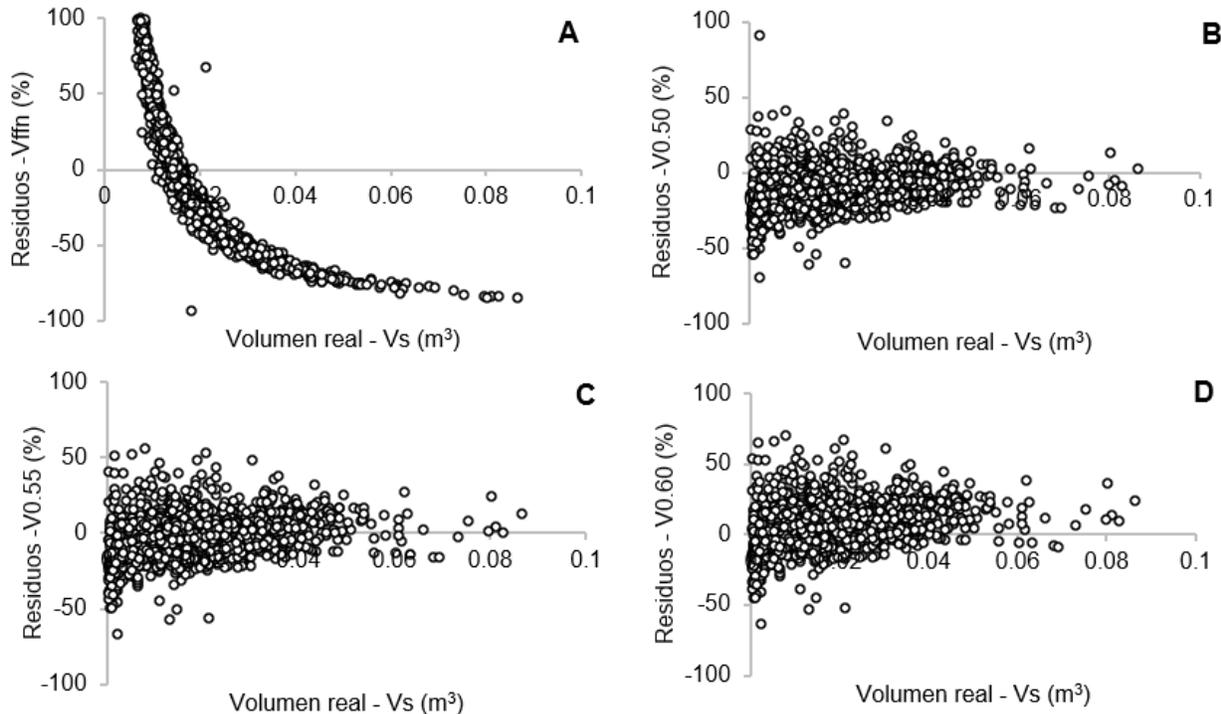


Figura 6. Distribuciones de residuos de los volúmenes obtenidos con los factores de forma.

Figure 6. Residual distributions of the volumes obtained with the form factors.

- Neural Network Models,” *Agricultural Engineering International: the CIGR Ejournal*, vol.8, pp.1-13, 2006.
- [3] Z. Shater, S. De-Miguel, B. Kraid, T. Pukkala, M. Palahí, “A growth and yield model for even-aged *Pinus brutia* Ten. stands in Syria,” *Annals of Forest Science*, vol. 68, no. 1, pp. 149-157, 2011.
- [4] T.B. Lynch, “Use of a tree volume equation based on two lower-stem diameters to estimate forest volume from sample tree counts,” *Canadian Journal of Forest Research*, vol. 25, no. 6, pp. 871-877, 1995.
- [5] M.B. Conceição, *Comparação de métodos de estimativa de volume em diferentes idades em plantações de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden*. Tesis de maestría, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2004.
- [6] J. Socha, M. Kulej, “Variation of the tree form factor and taper in European larch of Polish provenances tested under conditions of the Beskid S decki mountain range (southern Poland),” *Journal of forest science*, vol. 53, no. 12, pp. 538-547, 2007.
- [7] J.F. Borges, *Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função polinomial*. Tesis de maestría, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 1981.
- [8] T.E. Avery, H.E. Burkhart, *Forest measurement*. New York: McGraw Hill Book Co., 1994.
- [9] M.F. Nicoletti, *Comparação de métodos não-destrutivos de cubagem de árvores em pé visando à determinação da biomassa*. Tesis de maestría, Universidade de São Paulo: Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, São Paulo, Piracicaba, 2011.
- [10] E.P. Aldana, *Medición forestal*. La Habana: Editorial Felix Varela, 2010.
- [11] J.M. Pacheco, A.F. Filho, A.N. Dias, S.A. Machado, R. Lima, M. Roveda, “Effect of Spacing on the Form Factor of *Pinus taeda* L.,” *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, vol. 9, no. 23, pp. 222-226, 2015.
- [12] A. Bonyad, S. Rahimnejad, “Volume table estimation of loblolly pine in the north of Iran,” *Pajouhesh-va-sazandegi*, vol. 66, no. 1, pp. 43-47, 2004.
- [13] G.G. García-Espinoza, J.J. García-Magaña, J. Hernández-Ramos, H.J. Muñoz-Flores, X. García-Cuevas, A. Hernández-Ramos, “Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb.,” *Rev. mex. de cienc. Forestales*, vol.7, no.35, 2016.
- [14] V.A.J. Adekunle, K.N. Nair, A.K. Srivastava, N.K. Singh, “Models and form factors for stand volume estimation in natural forest ecosystems: a case study of Katarniaghat Wildlife Sanctuary (KGWS), Bahraich District, India,” *Journal of Forestry Research*, vol. 24, no. 2, pp. 217-226, 2013.
- [15] J.R.S. Scolforo, C.R. Thiersch, *Biometria florestal: medição, volumetria e gravimetria*. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004.
- [16] H. Kalantari, A. Fallah, S.M. Hodjati, A. Parsakhoo, “Determination of the most appropriate form factor equation for *Cupressus sempervirens* L. var *horizontalis* in the north of Iran,” *Advances in Applied Science Research*, vol. 3, no. 2, pp. 644-648, 2012.
- [17] F. Fadaei, A. Fallah, H. Latifi, K. Mohammadi, “Determining the best form factor formula for Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) plantations at the age of 18, in Guilan-northern Iran,” *Casp. J. Environ. Sci.*, vol. 6, no.1, pp. 19-24, 2008.
- [18] S.A. Machado, E. Urbano, M.B. Conceição, “Comparação de métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e diferentes regimes de desbaste,” *Boletim de Pesquisa Florestal*, no. 50, pp. 81-98, 2005.
- [19] H.T.Z. Couto, N.L.M. Bastos, “Modelos de equações de volume e relações hipsométricas para plantações de *Eucalyptus* no estado de São Paulo,” *IPEF*, no. 37, pp. 33-44, 1987.
- [20] C.P.B. Soares, F.P. Neto, A.L. Souza, *Dendrometria e Inventário Florestal*. Viçosa: UFV, 2011.
- [21] J.A.A. Silva, B.E. Borders, G.H. Brister, “Estimating tree volume using a new form factor,” *Commonwealth Forestry Review*, vol.73, no.1, pp. 14-17. 1994.
- [22] EMBRAPA SOLOS. *Unidade de Execução de Pesquisa e Desenvolvimento do Recife*. Recife: Solos do Nordeste, 2006.
- [23] CPRM - Serviço Geológico do Brasil. *Projeto cadastro de fontes de abastecimento por água subterrânea. Diagnóstico do município de Araripina – PE*. Recife: CPRM/PRODEEM, 2005.
- [24] L.M.B. Francez, D.V. Souza, C.L.I. Takehana, P.L.C. Barros, *Manual para Análise de Inventário Florestal e Equação de Volume em Projetos de Manejo Florestal Sustentável – PMFS*. Belém: Secretaria de Estado de Meio Ambiente, 2010.
- [25] A.K. Gupta, S. Nadarajah. *Handbook of Beta Distribution and Its Applications*. New York: CRC press, 2004.
- [26] W. Weibull, “A statistical distribution function of wide applicability,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, no. 3, pp. 293-297, 1951.
- [27] E.W. Stacy, “A Generalization of the Gamma Distribution,” *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 33, no. 3, pp. 1187-1192, 1962.
- [28] C. Dagum, “A new model of personal income distribution: Specification and estimation,” *Economie Appliquée*, vol. 30, pp. 413 – 436, 1977.
- [29] F.G. Gonçalves, *Avaliação da qualidade da madeira de híbrido clonal de *Eucalyptus urophylla* x *grandis* para produtos sólidos*. Tesis de maestría, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, 2006.
- [30] D.L.C. Miranda, V.B. Junior, D.M. Gouveia, “Fator de forma e equações de volume para estimativa volumétrica de árvores em plantio de *Eucalyptus urograndis*,” *Scientia plena*, vol.11, no.3, pp. 1-8, 2015.

- [31] T.B. Rocha, C.D. Cabacinha, R.C. Almeida, A. Paula, R.C. Santos, "Avaliação de métodos de estimativa de volume para um povoamento de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake no planalto da Conquista-Ba," Enciclopédia biosfera, vol. 6, no.10, pp. 1-13, 2010.
- [32] B. Zobel, J. Talbert, Técnicas de mejoramiento genético de árboles forestales. Ciudad de México: Editorial Limusa, 1988.