

# Modelos alométricos para la estimación del crecimiento del diámetro y altura total de *Hyeronima alchorneoides* Allemão cultivado en Costa Rica

Allometric models to estimate diameter and total height growth of *Hyeronima alchorneoides* Allemão cultivated in Costa Rica

Jonathan Vallejos<sup>1</sup> • Olman Murillo<sup>2</sup> 

Recibido: 08/08/2022

Aceptado: 02/01/2024

## Abstract

Pilón (*Hyeronima alchorneoides*) is one of the native tree species with the greatest potential for cultivation in Costa Rica. At a national level, there is research on its silvicultural management, tree improvement, wood quality and others. However, there is a lack of an updated and complete technological guide for this species. Therefore, there is a need to compile and systematize the generated knowledge in recent years about this species, with the purpose of improving technical assistance to the producer or investors. One of the main issues and needs are the availability of reliable growth models for diameter and total height for this species. A database with more than 255 plots was used for the diameter growth and more than 150 plots recording the total height. The growth function fitted for the diameter was  $dap = 1.4145 + 2.1381 * Edad - 0.0364 * (Edad)^2$ . Meanwhile, for total height the fitted model was  $Ht = e^{(3.9090 - 3.5510 * (1/Edad))}$ , both models have a bias estimation of 20% for diameter and 18% for total height.

**Keywords:** plantations, pilón, native species, growth model, biometry.

1. UEN Gestión Ambiental, Subgerencia Ambiente, Investigación y Desarrollo, Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados; San José, Costa Rica. [jvallejos@aya.go.cr](mailto:jvallejos@aya.go.cr)

2. Escuela de Ingeniería Forestal, Instituto Tecnológico de Costa Rica; Cartago, Costa Rica. [olmuga@yahoo.es](mailto:olmuga@yahoo.es)

## Resumen

El pilón (*Hyeronima alchorneoides*) es una de las especies forestales nativas de mayor potencial de cultivo en Costa Rica. A nivel nacional, existen investigaciones en temas como manejo silvicultural, mejoramiento genético, calidad de la madera, entre otras. Sin embargo, no existe un paquete tecnológico actualizado y completo para esta especie. Por lo que surge la necesidad de actualizar los modelos de crecimiento de diámetro y altura para esta especie. Para este estudio se utilizó una base de datos con más de 255 parcelas para el crecimiento diamétrico y más de 150 para la altura total. La función de crecimiento para el diámetro ajustada fue  $dap=1,4145+2,1381*Edad-0,0364*(Edad)^2$ , mientras que, para la altura total, el modelo ajustado fue  $Ht=e^{((3,9090-3,5510*(1/Edad))}$ . Ambos modelos registraron un sesgo de un 20 % para la estimación del diámetro y un 18 % para la estimación de la altura total.

**Palabras clave:** Plantaciones, pilón, especie nativa, modelo de crecimiento, biometría .

## Introducción

En Costa Rica la reforestación con plantaciones forestales ha generado una gran expectativa por sus beneficios económicos y ambientales [1]. Las plantaciones con especies forestales nativas contribuyen a acelerar procesos de recuperación de la biodiversidad de sitios degradados [2]. Costa Rica ha dedicado un importante esfuerzo al estudio y promoción de plantaciones con especies nativas con fines productivos y de venta de servicios [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10].

Entre las especies forestales nativas prioritarias para reforestación resalta el *Hieronima alchorneoides* (pilón), que fue considerada en 1994 como parte del proyecto TRIALS III (Especies nativas de la Zona Sur), donde se determinó su alto potencial silvicultural [7]. Es una especie nativa de crecimiento moderado, con una importancia económica potencial por el uso que se le ha dado a su madera en la construcción de viviendas, además de su alto valor ecológico [11], [12], [13], [14], [15]. El pilón ha mostrado una adaptación sobresaliente a condiciones de suelos de baja fertilidad, ácidos (pH < 5,0), arcillosos y mal drenados [9]. Esta especie está dentro del grupo selecto de maderables nativas consideradas como estratégicas para el país [5], [10], [16], [17], [18] [10].

La silvicultura moderna claramente migra hacia una producción intensiva, de alta precisión, donde tenemos la confluencia de técnicas de manejo avanzado de los recursos del suelo (preparación física, manejo biológico y nutrición), uso de material genético superior y mejores

prácticas de manejo [19], [20], [21]. El concepto de la calidad es una parte esencial de la silvicultura intensiva, adoptado como parte de las buenas prácticas en las empresas forestales de alta eficiencia.

La producción de madera es considerada como un cultivo a largo plazo, que requiere tomar decisiones constantemente. Para lo cual, se necesitan herramientas precisas que nos informen del estado de la inversión, de su crecimiento económico y de su potencial a futuro. Pocos trabajos se han publicado sobre la estimación del crecimiento de la especie en el país, en su mayoría basados en datos de plantaciones con un paquete tecnológico de la primera rotación de plantaciones del país de los años 90 e inicios de este siglo [9], [22], [23]. Sin embargo, en los últimos 15 años se ha venido fortaleciendo los programas de mejoramiento genético, así como un mejor trabajo en la preparación y manejo del suelo, un manejo más intensivo y el uso generalizado de material genéticamente mejorado [24], [25]. Estudios recientes han desarrollado nuevos modelos de crecimiento basados en el DAP, por su facilidad de medición y precisión de la información en el inventario forestal [26], [27]. En esta investigación se logró ajustar modelos de crecimiento para plantaciones mejoradas de pilón en el país, con el objetivo de proveer una herramienta de apoyo actualizada para el inversionista forestal interesado en esta especie nativa de alto valor.

## Materiales y métodos

La información se obtuvo a partir de mediciones de parcelas provenientes de múltiples plantaciones comerciales de la especie en las regiones Pacífico Sur (Península de Osa y San Vito de Coto Brus, Provincia de Puntarenas y Barú de Pérez Zeledón, Provincia San José), Zona Norte (Upala, Ciudad Quesada y Santa Clara, Provincia de Alajuela) y Vertiente Caribe (Sarapiquí, Provincia Heredia y Guácimo, Provincia de Limón) de Costa Rica.

En los cuadros 1 y 2 se muestra la estructura de la base de datos (255 parcelas de mediciones de campo) utilizadas para el ajuste de los modelos de crecimiento. En el cuadro 1 las parcelas de muestreo fueron organizadas en clases diamétricas con intervalos de 5 cm, que oscilaron desde < 5 cm hasta 40 cm.

En el cuadro 2 se organizaron las parcelas de muestreo por clases de edad. De cada una de las parcelas se obtuvo el valor del diámetro y altura promedio. Con esto se buscó reducir la variabilidad y dispersión de datos, así como para poder utilizar parcelas de tamaños diferentes, tal y como se ha procedido en trabajos similares [26], [27]. Todas las parcelas se obtuvieron de plantaciones con semilla con algún nivel de mejoramiento o de ensayos

**Cuadro 1.** Distribución por clase diamétrica y región geográfica de las parcelas de crecimiento, utilizadas para el ajuste de modelos de crecimiento de *Hieronyma alchorneoides* en Costa Rica.

**Table 1.** Growth sample distribution by diameter class and geographical region, used for fitting growth models with *Hieronyma alchorneoides* in Costa Rica.

Región	Clase diamétrica (cm)							Total
	< 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	
Vertiente Caribe	5	8	3	12	11	11	1	51
Zona Norte	18	29	28	80	33	4	4	197
Pacífico Sur	3	2	1	1				7
Total	26	39	32	93	44	15	5	255

**Cuadro 2.** Distribución por edad y región geográfica de las parcelas de crecimiento, utilizadas para el ajuste de modelos de crecimiento de *Hieronyma alchorneoides* en Costa Rica.

**Table 2.** Permanent plots distribution by age class and geographical region, used for fitting growth models in *Hieronyma alchorneoides* in Costa Rica.

Región	Clase diamétrica (cm)					Total
	< 5	5-10	10-15	15-20	20-25	
Vertiente Caribe	14	12	20	5		51
Zona Norte	58	85	46	3	5	197
Pacífico Sur	5	2				7
Total	77	99	66	8	5	255

clonales, establecidos con distanciamientos de siembra inicial de 3x4 o 4x4 metros. La base de datos se unificó en una hoja Excel, donde se inspeccionaron para eliminar información inconsistente que pudiera afectar el ajuste posterior de los modelos.

Con la base de datos completa y unificada se procedió con la construcción de un gráfico de diámetro/edad y de altura total/edad, con el fin de detectar datos sesgados y verificar que las variables dependientes "diámetro" y "altura total", exhibieran una buena relación con respecto a la variable independiente (edad). Los datos fueron analizados en la hoja electrónica Excel mediante el uso de la opción de regresión en la aplicación de Análisis de Datos, donde se evaluó de forma independiente el ajuste de cada opción de modelo. Se aplicó la prueba de Shapiro-Wilks para comprobar la normalidad de los residuos (nivel de confianza del 95%), mediante el programa InfoStat. Con los datos depurados se procedió al ajuste de modelos de crecimiento diámetro/edad y altura/edad, de manera similar al procedimiento que se desarrolló para plantaciones clonales de *Gmelina arborea* [26] y *Tectona grandis* [27] en el país.

La selección del mejor modelo se realizó a través de los siguientes criterios estadísticos:

**Coefficiente de determinación ( $r^2$ ):** Indica la proporción de la variación total explicada por el modelo utilizado (Eq 1 y 2) [29].

$$r^2 = 1 - \frac{\text{Suma de los cuadrados corregidos del error}}{\text{Suma de los cuadrados corregidos del total}} \quad (1)$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2} \quad (2)$$

Donde:  $Y_{obs}$  es cada uno de los valores observados de la variable dependiente.  $Y_{est}$  es cada uno de los valores de la variable dependiente estimados a través del modelo de regresión desarrollado.  $Y_{med}$  es la media aritmética de la variable dependiente

**Error estándar de la estimación ( $S_{yx}$ ):** se determinó de la con las ecuaciones 3 y 4.

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\text{Suma de los cuadrados corregidos de error}}{n-p}} \quad (3)$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{n-p}} \quad (4)$$

Donde:  $n$  es el número de observaciones incluidas en el análisis y  $p$  es el número de coeficientes en el modelo de regresión.

**Análisis de residuos:** Se definió como un residuo (resd) a la diferencia entre el valor observado de la variable dependiente (Yobs) y el valor estimado o predicho por el modelo de regresión (Ŷest).

$$\text{Residuos} = Y \text{ observado} - \hat{Y} \text{ estimado} \quad (5)$$

Los residuos se obtuvieron a partir de la salida de EXCEL de la opción de regresión para cada modelo evaluado. Así también se investigó su distribución en forma gráfica, con el propósito de observar la presencia de algún patrón diferente de una misma proporcionalidad de valores positivos y negativos, o también un mayor desvío según la edad o el diámetro del árbol.

**Índice de ajuste (FI):** Se utilizó para comparar la exactitud de los modelos en relación con su variable dependiente (DAP o altura total) cuando esta requirió ser transformada. Mientras que los demás modelos se expresaron en unidades reales, donde FI = 1- r<sup>2</sup> (Ecuación 6 y 7) [28].

$$FI = 1 - \frac{\text{Suma del cuadrado corregido del error}}{\text{Suma del cuadrado corregido del total}} \quad (6)$$

$$FI = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2} \quad (7)$$

Donde: *Y obs* son cada uno de los valores observados de la variable dependiente, expresados en unidades reales, es decir sin transformar. *Ye.u.r* son los valores de la variable dependiente, estimados a partir de modelo de regresión pero en unidades reales. *Y med* es la media aritmética de los valores observados de la variable dependiente, calculada a partir de valores sin transformar.

**Error estándar en unidades reales (Se):** De utilidad en la comparación entre modelos que necesitaron ser transformados contra los modelos sin transformar. Para el caso de los modelos sin transformar el  $S_{yx} = Se$  (Ecuación 8).

$$Se = \sqrt{\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{n-p}} \quad (8)$$

Donde: *n* es el número de observaciones y *p* es el número de coeficientes en el modelo.

**Coefficiente de variación (CV %):** expresado en unidades reales (Ecuación 9).

$$CV = \left[ \frac{Se}{Y_{med}} \right] * 100 \quad (9)$$

Para seleccionar el modelo a elegir se obtuvo el sesgo, para el cual se separó previo al ajuste, un 10% de las parcelas de la base de datos, procurando que hubiese datos de todas o la mayoría de las categorías de edad/

**Cuadro 3.** Funciones alométricas usadas para la estimación del diámetro y la altura total en plantaciones de *Hieronyma alchorneoides* en Costa Rica.

**Table 3.** Allometric functions used to estimate diameter and total height in *Hieronyma alchorneoides* plantations in Costa Rica.

N°	Modelo para diámetro	Modelo para altura total
1	$d = a + b * Edad$	$Ht = a + b * Edad$
2	$d = a * Edad$	$Ht = a * Edad$
3	$d = a * Edad^b =$ $Ln(d) = Ln(a) + b * Ln(Edad)$	$Ht = a * Edad^b$ $Ln(Ht) = Ln(a) + b * Ln(Edad)$
4	$d = a + b * Edad + c * Edad^2$	$Ht = a + b * Edad + c * Edad^2$
5	$d = a * Edad + b * Edad^2$	$Ht = a * Edad + b * Edad^2$
6	$d = a + b * Log(Edad)$	$Ht = a + b * Log(Edad)$
7	$d = a * Log(Edad)$	$Ht = a * Log(Edad)$
8	$d = a * e^{b * \sqrt{1/Edad}} =$ $Ln(d) = Ln(a) + b * (\sqrt{1/Edad})$	$Ht = a * e^{b * \sqrt{1/Edad}} =$ $Ln(Ht) = Ln(a) + b * (\sqrt{1/Edad})$
9	$d = a * e^{(b * Edad)} =$ $Ln(d) = Ln(a) + b * Edad$	$Ht = a * e^{(b * Edad)} =$ $Ln(Ht) = Ln(a) + b * Edad$

región geográfica. Una vez elegido el mejor modelo con los parámetros definidos, se determinó el porcentaje de sesgo (Ecuación 10).

$$S\% = \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})}{\sum(Y_{obs})} * 100 \quad (10)$$

Donde: *Y obs*: corresponde a los valores individuales y reales observados. *Y est*: corresponde a los valores estimados por el modelo

El valor promedio del sesgo se obtuvo a partir del valor absoluto de los desvíos, para evitar la cancelación de valores con signo positivo/negativo. Para estimar la tendencia del sesgo si se mantuvo el signo de cada uno de los valores individuales, para luego obtener un promedio general.

Como parte del estudio se comparó gráficamente el ajuste de los modelos generados en esta investigación, con los modelos ajustados por Montero et al. [22] de plantaciones originadas por semilla sin mejoramiento, cuyas funciones fueron las siguientes:

• Ecuación de crecimiento diámetro/edad (Ecuación 11).

$$d = \exp \left[ 5,449 + \left( -\frac{4,626}{edad^2} \right) \right] \quad r^2 = 0,69 \quad (11)$$

**Cuadro 4.** Ajuste de las 3 mejores funciones alométricas para la estimación del DAP y la altura total a distintas edades, para plantaciones de *H. alchorneoides* en Costa Rica.

**Table 4.** Allometric functions fitting for DBH and total height estimation at different ages, for *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.

Variable	N°	Modelo evaluado	R <sup>2</sup> ajustado	Syx	Se	FI	CV (%)	Prueba Shapiro-Wilk (α=0.05)
DAP	1	$d = 4,0386 + 1,4215 * Edad$	0,75	3,44	3,44	0,84	22,96	0,2382
	4	$d = 1,4145 + 2,1381 * Edad - 0,0364 * Edad^2$	0,78	3,19	3,19	0,88	21,33	0,634
	5	$d = 2,4032 * Edad - 0,0467 * Edad^2$	0,96	3,21	3,21	0,97	21,39	0,8629
	7	$d = 18,63148 * Log (Edad)$	0,96	3,09	3,09		20,61	<0,0001
Altura	2	$Ht = 1.70254 * Edad$	0,94	2,97	2,97		30,09	<0,0001
	3	$Ht = e^{0.2194+1.1863*Ln (Edad)}$	0,92	0,36	4,05	0,74	3,65	0,0228
	5	$d = 2,4032 * Edad - 0,0467 * Edad^2$	0,95	2,63	2,63		26,58	<0,0001
	6	$Ht = 1,6233 + 15,0937 * Log (Edad)$	0,82	3,44	3,44	0,81	34,81	0,0962
	7	$Ht = 16,7855 * Log (Edad)$	0,91	3,59	3,59	0,91	36,27	0,0107
	8	$Ht = e^{(3,909-3,521*\sqrt{\frac{1}{Edad}})}$	0,97	0,24	2,76	0,88	2,46	0,1837

• Ecuación de crecimiento altura total/edad (Ecuación 12).

$$H = \exp \left[ 4,387 + \left( -\frac{4,132}{edad^{0,432}} \right) \right] \quad r^2 = 0,83 \quad (12)$$

## Resultados

Los modelos generados a partir del análisis de regresión se muestran en el cuadro 4, junto con sus respectivos estadísticos y parámetros de evaluación. Para la estimación del mejor modelo DAP/Edad, las funciones 1, 4 y 5 obtuvieron el mayor índice de ajuste (FI), el menor error estándar en unidades reales y el menor coeficiente de variación, así como una buena distribución de residuos.

En altura total, los modelos 3, 6, 7 y 8 obtuvieron el mayor índice de ajuste (FI), el menor error estándar en unidades reales, menor coeficiente de variación, así como una buena distribución de residuos y valores altos de r<sup>2</sup>, superiores al 0,90.

En las Figuras 1 y 2 se muestra el mejor modelo seleccionado ajustado para estimar el valor del DAP promedio a partir de la edad, en plantaciones de pilón en Costa Rica. Se observa que la pendiente de la función de crecimiento del DAP declina suavemente con la edad, tal y como se espera biológicamente. Mientras que con la altura total, se registra una disminución significativa en

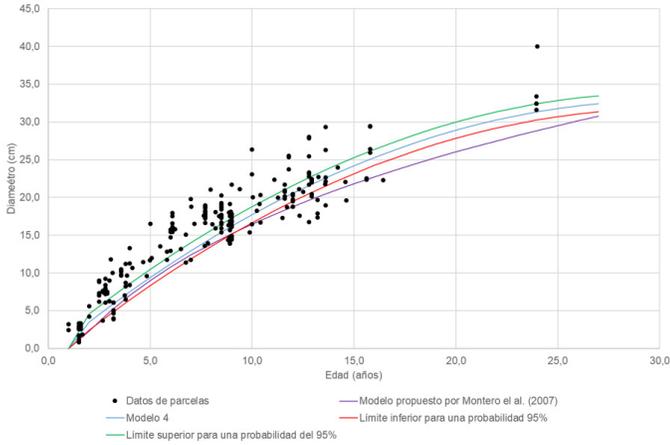
la pendiente a partir de los 16 años, de donde continúa levemente progresando hasta casi mantenerse constante o acercándose a un plateau.

En ambas figuras converge el modelo desarrollado en esta investigación, con el modelo ajustado por Montero et al. [22]. También se grafica la función del límite superior y el inferior esperado para monitorear el crecimiento de la plantación.

En el cuadro 5 se puede observar el comportamiento del sesgo según la clase de edad. En la estimación del DAP, el sesgo muestra una tendencia a su disminución a mayor edad de la plantación. Mientras que para la estimación de la altura total, el sesgo no muestra una tendencia asociada a la edad, a pesar de un valor muy alto en la clase de edad de 6 a 10 años.

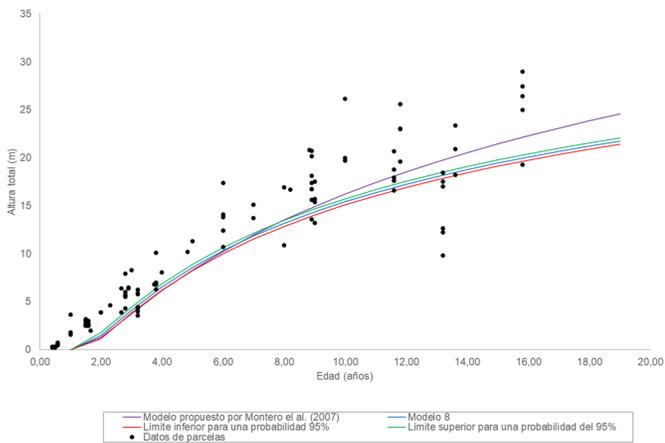
## Discusión

El ajuste de modelos DAP/edad presenta ya en sí mismo, una dificultad importante debido al efecto de la competencia, del manejo y del origen genético en el desarrollo del DAP [29], [30], [31], [26], [27]. A pesar de que la base de datos con la que se desarrolló el modelo de crecimiento provino en su mayoría, de plantaciones con material genético mejorado o clones, con un espaciamiento inicial de 4 x 3 m, con raleos oportunos



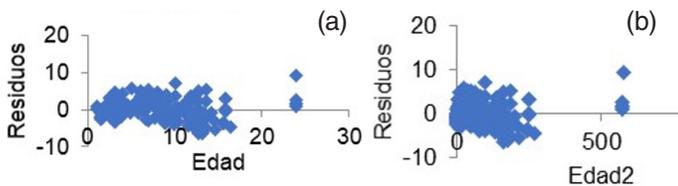
**Figura 1.** Modelo de mejor ajuste para la relación diámetro vs edad, en plantaciones de pilón (*Hieronyma alchorneoides*) en Costa Rica.

**Figure 1.** Best fitting model for the relationship between diameter and age in *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.



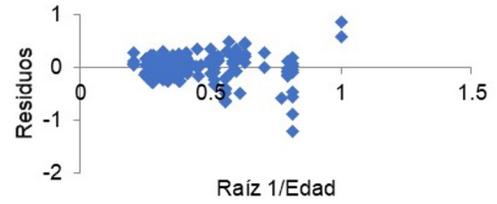
**Figura 2.** Modelo de mejor ajuste para la relación altura total vs edad en plantaciones de *H. alchorneoides* en Costa Rica.

**Figure 2.** Best fitting model for the relationship between height and age in *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.



**Figura 3.** Grafica de residuos del modelo 4, el de mejor ajuste para la relación DAP vs edad (a) y DAP vs Edad<sup>2</sup> (b) en plantaciones de *H. alchorneoides* en Costa Rica.

**Figure 3.** Residual analysis of the best fitted model for the relationship between DBH and age (a) and DAP vs Edad<sup>2</sup> (b) in *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.



**Figura 4.** Grafica de residuos del modelo (modelo 8) de mejor ajuste para la relación altura total vs edad en plantaciones de *H. alchorneoides* en Costa Rica.

**Figure 4.** Residual analysis of the best fitted model for the relationship between the total height and age in *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.

**Cuadro 5.** Distribución del sesgo por clases de edad para la estimación del DAP y la altura total en plantaciones de *H. alchorneoides* en Costa Rica.

**Table 5.** Bias distribution among age classes for estimating DBH and total height, for *H. alchorneoides* plantations in Costa Rica.

Edad (años)	DAP Sesgo %	Edad (años)	Altura Total Sesgo %
1 a 3	21%	< 2,5	17%
3 a 6	34%	3 a 6	14%
6 a 9	15%	6 a 10	31%
9 a 12	19%	10 a 14	15%
12 a 16	14%	Promedio	18%
Promedio	20%		

cada 4 o 5 años, el efecto de sitio y las condiciones de manejo pudieron provocar una gran variación en el desarrollo de los árboles, tal y como se ha reportado en estudios similares [31], [26], [27]. Podría entenderse por tanto, que el ajuste de modelos de predicción del diámetro basado solamente en la variable edad, debe ser considerado como de mayor dificultad en vista de la variabilidad y susceptibilidad a la competencia que usualmente presenta el crecimiento diamétrico. Sin embargo, para reducir el efecto de la variación se utilizó el valor promedio de cada parcela en el modelo DAP/Edad, el cual produce un estimado más estable para el ajuste de la regresión. En los cuadros 1 y 2 puede observarse que la base de datos provino de una adecuada representación de plantaciones entre los 5 y los 15 años y de la Zona Norte y región Caribe. No así del Pacífico sur del país con solamente 7 parcelas. La representatividad de la edad parece muy razonable, inclusive hay parcelas de 24 años. El ajuste de un modelo para su utilidad en todo el territorio nacional implica un sacrificio en sus parámetros y en una disminución en la proporción de la variación que pueda explicar.

Para la función del crecimiento diamétrico, se eligió el modelo 4 por su mejor ajuste al graficarlo sobre los datos reales. Esta función lineal presentó también el menor error estándar de todos los evaluados, el segundo coeficiente de variación más bajo y un valor de ajuste del coeficiente de determinación de  $r^2$  de 0,78, que puede considerarse como adecuado y suficiente para la estimación del DAP a distintas edades. Otros estudios similares, donde se ajustó modelos DAP/edad para *Tectona grandis* y *Gmelina arborea* en Costa Rica, obtuvieron valores de  $r^2$  de 0,77 para teca [27] y de  $r^2$  de 0,76 para melina [26], [24].

Del análisis de residuos puede observarse que la distribución de los valores sigue un patrón uniforme, sin patrones anómalos. Los pocos valores de 24 años de edad corresponden todos a un antiguo ensayo de progenie, donde se registra la variación genética entre distinto material genético a una misma edad y sitio. Lo cual explica su comportamiento gráfico como una línea vertical, es decir, todos datos de una misma edad.

Con respecto al sesgo del modelo (cuadro 5), los valores más altos se registran para la estimación del DAP en edades de 1 a 6 años, donde la base de datos registró aproximadamente un 33 % de la muestra global. Mientras que para edades de 6 años en adelante el sesgo disminuye a un valor promedio de 16 %, donde se obtuvo el 67 % de la muestra de datos. Este valor de sesgo puede considerarse alto, explicado parcialmente por el ajuste global del modelo de un 78 % de la variación total. La explicación también radica en la afectación natural del diámetro con la competencia en plantación, donde influye el efecto de los raleos y del manejo diferenciado de la densidad. Es decir, para lograr un mejor ajuste del comportamiento del DAP en función de la Edad, resulta imprescindible incorporar alguna variable relacionada con la densidad de plantación. Futuros trabajos deberían también considerar la posibilidad de aumentar la muestra, en especial de clases de edad superior a los 10 años y clases de DAP superior a los 25 cm, que sin duda podrían contribuir a mejorar los estimados de ajuste.

Finalmente, puede observarse que para la estimación del DAP, los modelos 5 y 7 mostraron mejores valores en la mayoría de los parámetros; sin embargo, no mostraron un buen comportamiento en la distribución normal de los residuos. Por lo que con base en el análisis integral, se decidió elegir al modelo 4. Futuras investigaciones podrían valorar el peso de algunos de estos parámetros de ajuste de modelos de crecimiento, donde el análisis del sesgo debería tener una mayor relevancia para la elección del mejor modelo, dada su mayor aplicabilidad real en el uso la función y estimación de predicción del crecimiento.

De la figura 1 puede observarse, que este modelo es gráficamente muy semejante al publicado por Montero

et al. [22] hasta los primeros 15 años, a partir de donde el nuevo modelo supera la función antigua para pilón. Debe recordarse que la base de datos utilizada en esta investigación, supera el espectro de información de los modelos ajustados anteriormente, donde se logró incluir datos de plantaciones de 1 hasta 24 años. El trabajo de Montero et al. [22] tuvo un ajuste de  $r^2$  de 0,69 y su base de datos contempló plantaciones de hasta 12 años. Mientras que el modelo propuesto por Delgado et al. [9] fue basado en plantaciones hasta 9 años exclusivamente de la zona norte del país, sin reportar valores de ajuste. Donde se estima que a los 9 años el DAP oscilará entre 12 y 14,4 cm dependiendo de la calidad de sitio. Otros trabajos sobre crecimiento reportan un IMA para el DAP de 1,75 a 2,5 cm en los primeros 5 años en la región caribe del país, bajo buenas prácticas de manejo silvicultural, pero sin el uso de material genéticamente mejorado [12]. En un estudio más reciente para la estimación de biomasa y carbono [23], determinó para pilón un crecimiento del DAP de 19,5 cm a los 10 años, 28 cm a los 15 años y de 36 cm a los 20 años. Sin embargo, la base de datos utilizada en esta nueva investigación es mucho más robusta, consistente, con un ámbito de edad y clases diamétricas superior, y con muestras de las tres regiones de mayor plantación del país (cuadro 2), lo que permite una estimación más realista del crecimiento esperado del DAP con la edad.

Para la estimación de la altura total, el modelo polinómico en segundo grado (modelo 8, cuadro 4), fue elegido como el de mejor ajuste basado en su menor desviación estándar, menor coeficiente de variación y un  $r^2$  de 0,97. Del análisis de residuos se puede observar un sector amplio de los primeros años con un comportamiento uniforme, pero con una tendencia a declinar conforme avanza en edad, tal y como se espera biológicamente (Figura 4).

De los resultados del sesgo del modelo (cuadro 5), se puede observar un comportamiento ligeramente mejor para la estimación de la altura total con respecto al DAP. Debe mencionarse que la base de datos para este modelo se basó en poco más de 130 parcelas, dada la dificultad de lograr obtener información de campo basado en mediciones y no de estimaciones de la altura total. Sin embargo, a pesar de una menor base de datos en general, la altura total del árbol se conoce por su mayor estabilidad y menor efecto de la densidad o competencia [26,27,28,30]. El sesgo para la estimación de la altura total exhibió, por tanto, un comportamiento alto (superior al 15 %) y similar para todas las edades, con excepción de la clase de edad de 6 a 10 años donde se registró un valor atípicamente alto de un 31 %. En la base de datos, esta clase de edad representa casi 100 parcelas de medición (39 %), donde podría haber ocurrido un mayor efecto del error humano entre la medición/estimación de la altura total de los árboles.

Con los resultados obtenidos, puede considerarse que ambos modelos son adecuados, logran una explicación alta de la variación del crecimiento del DAP y de la altura total con la edad. Ambos modelos pueden ser utilidad para la estimación del crecimiento del cultivo del pilón en el país con el uso de material mejorado.

## Conclusiones

El mejor modelo para estimar el crecimiento del DAP a partir de la edad en el cultivo del pilón en Costa Rica es:  $dap=1,4145+2,1381*Edad-0,0364*(Edad)^2$  y el mejor modelo para estimar la altura total vs edad en plantaciones de pilón en Costa Rica, fue  $H=e^{((3,909-3,521*(1/Edad))}$ . Ambos modelos propuestos, permiten orientar objetivamente sobre el crecimiento esperado de plantaciones de Pilon en Costa Rica. La información será útil para la toma de decisiones en manejo silvicultural en proyectos de inversión, al estimar el progreso de crecimiento en diámetro y altura total respecto a la edad de la plantación de Pilon.

## Agradecimiento

Agradecemos a la Vicerrectoría de investigación y Extensión del TEC y a la cooperativa de mejoramiento genético forestal GENFORES, por el cofinanciamiento parcial del desarrollo de esta investigación, a través de los proyectos “Mejoramiento de la sostenibilidad del sistema de producción de café con sombra de árboles maderables” y “Optimización del componente forestal del programa nacional de fomento de sistemas silvopastoriles carbono-neutral”. Este trabajo de investigación formó parte del posgrado del primer autor para la obtención del grado de Máster en Gestión de Recursos Naturales y Tecnologías de Producción del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

## Referencias

[1] D. Piotto, F. Montagnini, M. Kanninen, L. Ugalde y E. Viquez, “Forest plantations in Costa Rica and Nicaragua: Performance of species and preferences of farmers,” *Journal of Sustainable Forestry*, pp. 59-77, 2004.

[2] M. Guariguata, R. Rheingans y F. Montagnini, “Early woody invasion under tree plantations in Costa Rica: Implications for forest restoration.” *Restoration Ecology*, pp. 252-260, 1995.

[3] F. Rojas y G. Torres, “Manejo de semillas y viverización para especies forestales nativas de importancia en las zonas altas de Costa Rica. Informe Final. Proyecto de Investigación.” Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica., 1990.

[4] E. Arnáez, L. Moreira, F. Rojas y G. Torres, “Especies forestales nativas: una estrategia para las zonas altas de Costa Rica.” En: *II Congreso Forestal Nacional*, San José, Costa Rica., 1992.

[5] E. Müller, “Estado actual del conocimiento sobre especies forestales nativas para la reforestación en Costa Rica,” Documento del proyecto COSEFORMA/ITCR, Costa Rica, 1993.

[6] R. Butterfield, “Native species for reforestation and land restoration: a case study from Costa Rica,” En: *Proceedings of the Fourteenth IUFRO World Congress*, Montreal, Canadá., 1990.

[7] J. Calvo, D. Arias y A. Sibaja, “Especies nativas para la reforestación en la zona sur de Costa Rica.” En: *Avances en la producción de semillas forestales en América Latina. Memorias del Simposio.*, Managua, Nicaragua., 1995.

[8] O. Murillo, Y. Badilla y G. Obando, “Posibilidades de reforestación con especies nativas en las zonas altas de Costa Rica.” En: *Seminario Nacional sobre Especies Nativas.*, Universidad Nacional, INISEFOR, Heredia, Costa Rica., 2002.

[9] A. Delgado, M. Montero, O. Murillo y M. Castillo, “Crecimiento de especies forestales nativas en la zona norte de Costa Rica,” *Agronomía Costarricense*, vol. 27, n° 1, pp. 63-78, 2003.

[10] O. Murillo, “¿Cuáles especies forestales nativas debemos priorizar en el país?,” *Ambientico*, n° 267, pp. 4-9, Jul-set 2018.

[11] N. Nehra, M. Becwar, B. Rottmann, L. Pearson, K. Chowdhury, S. Chang e K. Gause, “Forest biotechnology: Innovative methods, emerging opprtunities.” *In Vitro Cellular & Developmental Biology-Plant*, pp. 701-717, 2005.

[12] M. Solís y R. Moya, *Hyeronima alchorneoides* en Costa Rica, San José, Costa Rica. Fondo Nacional de Financiamiento Forestal, 2004, p. 106.

[13] R. Moya, L. Leandro y O. Murillo, “Wood characteristics of Terminalia amazonia, Vochysia guatemalensis and Hyeronima alchorneoides planted in Costa Rica,” *Bosque*, pp. 78-87, 2009.

[14] C. Tenorio, R. Moya, C. Salas y A. Berrocal, “Evaluation of wood properties from six native species of forest plantations in Costa Rica.” *Bosque. Universidad Austral de Chile.*, pp. 71-84, 2016.

[15] C.Tenorio et al., “Diseño, resistencia, tablas de diseño, propuesta de empaque y manuales de uso de cerchas construidas con madera de Gmelina arborea y Hieronyma alchorneoides de plantaciones forestales en Costa Rica.” *Revista Forestal Mesoamericana Kurú*, vol. 14, n° 35, p. 55–67, 2017.

[16] P. Acuña, “Evaluación de dos ensayos de progenie en Santa Clara, San Carlos.” *Informe de Práctica de Especialidad. B.Sc.*, Instituto Tecnológico de Costa Rica., p. 58, 1999.

[17] P. Acuña, “Manual para la estimación de volumen comercial para Hieronyma alchorneoides Allemao. y Vochysia

- guatemalensis J.D. Smith. en la Zona Norte de Costa Rica.," COSEFORMA 37p., 2001..
- [18] J. Calvo, D. Arias y A. Sibaja, "Evaluación de un ensayo de procedencia-progenie de *Hieronyma alchorneoides* a los doce meses de edad en la Zona Norte de Costa Rica," En: III Congreso Forestal Nacional, San José, Costa Rica, 1997.
- [19] A. Abdelnour, A. Aguilar y L. Valverde, "Micropagación de pílón (*Hieronyma alchorneoides*)," *Agronomía Costarricense*, vol. 35, nº 2, pp. 9-19, 2011.
- [20] D. Alvarado, "Ganancia genética a los 4 años de edad en el programa clonal de pílón (*Hieronyma alchorneoides*) en San Carlos, Zona Norte de Costa Rica," Tesis Licenciatura Escuela de Ingeniería Forestal, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica, 2016.
- [21] O. Murillo, et al., "Crescimento efetivo mensal inicial em plantações de teca (*Tectona grandis*) em Costa Rica," *Pesquisas Agrárias e Ambientais*, vol. 4, nº 2, pp. 87-90, 2016.
- [22] M. Montero, H. De Los Santos y M. Kanninen, "*Hieronima alchorneoides*: Ecología y Silvicultura en Costa Rica.," p. 50, 2007.
- [23] O. Murillo y Y. Badilla, "Definición de una metodología de muestreo de contratos del programa de pago por servicios ambientales para la medición de la biomasa para el desarrollo de proyectos de comercialización de créditos de carbono," En: Informe Final de Consultoría. FONAFIFO, Dirección de Desarrollo y Comercialización de Servicios Ambientales, San José, Costa Rica, 2015.
- [24] Y. Badilla, "Expected genetic gain and genotype by environment interaction in almond (*Dipteryx panamensis* (Pittier) Rec. and Mell) in Costa Rica," *Silvae genetica*, vol. 66, nº 1, pp. 9-13, 2017.
- [25] M. d. Resende, O. Murillo y Y. Badilla, *Genética Cuantitativa y Selección en el Mejoramiento Genético Forestal.*, Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2018.
- [26] S. Quirós, "Modelos de volumen comercial, perfil de fuste y crecimiento para plantaciones clonales de *Gmelina arborea* Roxb. ex Sm. en Costa Rica," Tesis Licenciatura en Ingeniería Forestal, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica, 2015.
- [27] J. Fallas, "Funciones alométricas, de volumen y de crecimiento para clones de teca (*Tectona grandis* L.f) en Costa Rica," Tesis M.Sc., Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Forestal. Costa Rica, 2017.
- [28] E. Ortiz, "Crecimiento y Rendimiento Forestal.," Instituto Tecnológico de Costa Rica-Escuela de Ingeniería Forestal, p. 94, 2011.
- [29] V. B. O.S., "Productividad y relaciones del índice de sitio con variables fisiográficas, edafoclimáticas y foliares para *Tectona grandis* L.f., *Bombacopsis quinatum* (Jacq), Dugand y *Gmelina arborea* Roxb, en Costa Rica.," Tesis Magíster Scientiae, CATIE, Turrialba, Costa Rica., 1996.
- [30] M. Prodan, R. Peters, F. Cox y P. Real, *Mensura Forestal. IICA-BMZ-GTZ. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*, San José, Costa Rica., 1997.
- [31] L.D. Pérez y M. Kanninen, "Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica," *Forest Ecology and Management* , nº 210, pp. 425-441, 2005.